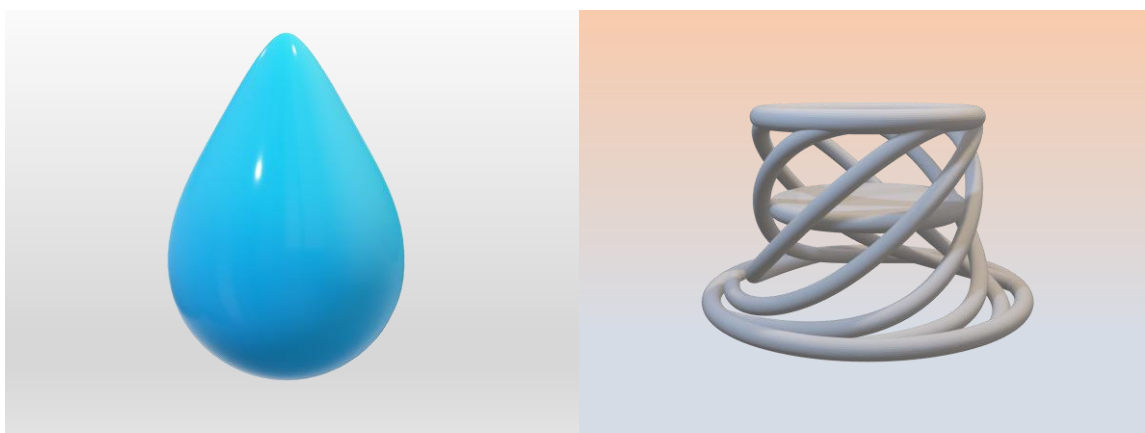


Kuhljevi dnevi

2025



Zbornik del

Zbornik del

Kuhljevi dnevi 2025

Ankaran, 17. – 19. september 2025

Uredila:

Boštjan Harl

Nenad Gubeljak

ZBORNİK DEL

Uredila:

Boštjan Harl
Nenad Gubeljak

Recenzije:

Blaž Kamenik
Boštjan Harl
Branko Nečemer
Dejan Zupan
Janez Urevc
Janko Slavic
Jožef Predan
Jure Ravnik
Marko Kegl
Martin Česnik

Matej Fike
Matej Zadravec
Matjaž Hriberšek
Matjaž Ramšak
Miroslav Halilovič
Nejc Novak
Nenad Gubeljak
Tone Lerher
Zoran Ren

Izdalo in založilo:

SLOVENSKO DRUŠTVO ZA MEHANIKO

Jamova 2, 1000 Ljubljana

September, 2025

Grafično oblikovanje naslovnice:

Boštjan Harl

Cena:

Knjiga je prosto dostopna na spletni strani Slovenskega društva za mehaniko

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

531/533(082)(0.034.2)

KUHLJEVI dnev (2025 ; Ankaran)

Kuhljevi dnevi 2025 [Elektronski vir] : Ankaran, 17. – 19. september 2025 : zbornik del / uredila
Boštjan Harl, Nenad Gubeljak. - E-zbornik. - Ljubljana : Slovensko društvo za mehaniko, 2025

Način dostopa (URL): <http://www.drustvozamehaniko.si/zbornik/ZbornikKD2025.pdf>

ISBN 978-961-97116-0-6 (PDF)

COBISS.SI-ID 247776003

M. Ramšak, J. Ravnik, M. Zadravec, T. Gomboc, D. Lukežič, M. Hriberšek	1-9
<i>Sproščanje kontaminacije iz območja pakiranja navzven: numerična simulacija z delci</i>	
U. Kotnik, A. Oseli, J. Kutin, M. Halilovič, L. Slemenik Perše	10-17
<i>Meritve lezenja in ovrednotenje negotovosti pri določanju časovno odvisnih mehanskih lastnosti polipropilena</i>	
N. Vovk, J. Ravnik	18-27
<i>Nadomestni model strojnega učenja za zamenjavo direktnih numeričnih simulacij pri študijah tokov z delci</i>	
B. Hanželič, G. Harih, B. Nečemer	28-35
<i>Termo-mehanska analiza 3D natisnjenih nateznih preizkušancev iz polilaktične kisline z iztiskavanjem materiala</i>	
V. Plesec, J. Kaljun, B. Hanželič, G. Harih	36-43
<i>Numerična in eksperimentalna analiza 3D tiskanega naslona iz celičnega metamateriala</i>	
M. Založnik, M. Hriberšek, B. Kamenik, M. Zadravec	44-53
<i>Razvoj in validacija OD modela zamrzovanja procesa liofilizacije</i>	
N. Novak, B. Zatler, N. Kukovičič, M. Vesenjaj, M. Nishi, S. Tanaka	54-62
<i>Računalniške simulacije lomljenja betona s pomočjo eksplozije nitrometan</i>	
V. Močilnik, N. Gubelj in J. Predan	63-73
<i>Časovna sprememba nosilnosti krčnega naseda</i>	

L. Kevorkijan, L. Lešnik, I. Biluš	74-82
<i>Preučevanje vpliva divergentnega kota Venturijevega kanala na dinamiko kavitacije z računsko dinamiko tekočin</i>	
Ž. Žnidarič, S. Glodež, B. Nečemer	83-91
<i>Obnašanje 2D kiralnih avksetičnih struktur pri visoko cikličnem utrujanju</i>	
M. Borovinšek, A. Ignatijev, S. Glodež	92-103
<i>Numerični model za določevanje obrabe polimernih zobnikov</i>	
A. Roger, M. Fike	104-115
<i>Vpliv nastavitve merilnega sistema PDA na določanje velikosti kapljic vodne megle</i>	
A. Rikić, B. Nečemer	116-123
<i>Analiza nizkocikličnega utrujanja TPMS struktur</i>	
T. Lerher, I. Nurcheski, M. Motaln	124-133
<i>Konstruiranje grabilca mostnega žerjava z uporabo naprednih simulacijskih metod</i>	
M. Kegl, B. Harl, N. Gubeljak, J. Predan	134-141
<i>Popravljanje mreže končnih elementov med optimizacijo topologije in oblike</i>	
K. Žibert, G. Turk, Ž. Sovec, P. Drešar, L. Novak, B. Bizjan	142-151
<i>Eksperimentalna študija tokovnih razmer v modelu človeškega srca s pomožno srčno črpalko</i>	
M. Mlinarič, G. Čepon	152-166
<i>Dinamska analiza šest-osnega industrijskega robota</i>	
E. Zupan, D. Zupan	167-174
<i>Povezan problem gibanja mase po deformabilnem prostorskem nosilcu: numerična formulacija osnovana na hitrostih</i>	
D. Kocbek, D. Ocepek, M. Pogačar, M. Štimulak, G. Čepon	175-184
<i>Karakterizacija dinamskega sistema z vzbujanjem preko elektromotorja med obratovanjem</i>	

M. Česnik, J. Slavič **185-193**

Zgodnja detekcija razpoke pri vibracijskem utrujanju z uporabo temperaturnega amplitudnega spektra

N. Harl, J. Wedel, P. Steinmann, J. Ravnik, M. Hriberšek **194-201**

CFD simulacija polnjenja vijale s suspenzijo deformabilnih mikrodolcev

Plenarna predavanja

A. Štrukelj **202-203**

Primeri uporabe elektronskih in optičnih meritev mehanskih količin

M. Halilović **204**

Nepredvideni porušitveni mehanizmi: forenzična analiza puščanja cevovoda primarnega reaktorskega hladila

Povzetki plakatov

M. Tibaut, M. Jäger, M. Zdravec, M. Hriberšek **205**

Numerična analiza toka v laminarizatorju plinskega gorilnika



Sproščanje kontaminacije iz območja pakiranja navzven: numerična simulacija z delci

Matjaž Ramšak,¹ Jure Ravnik¹, Matej Zdravec¹, Timi Gomboc¹, Damir Lukežič,²
Matjaž Hriberšek¹

Contamination release from the packaging area to the outside: numerical simulation with particles

Povzetek. Prispevek uporablja računalniško dinamiko tekočin (CFD) za raziskovanje dinamike kontaminacije delcev v območju pakiranja tablet in obravnava ključno vprašanje nadzora kontaminacije v farmacevtskem okolju. Raziskava ocenjuje obnašanje delcev različnih velikosti, od mikroskopskih virusov do večjih onesnaževalcev, ki se sproščajo med postopki pakiranja. CFD simulacije omogočajo podrobno razumevanje trajektorij delcev in vzorcev odlaganja delcev pod nadzorovanimi pogoji pretoka zraka.

Abstract. This study applies Computational Fluid Dynamics (CFD) to investigate the dynamics of particle contamination in a tablet packaging area, addressing a critical issue in contamination control within pharmaceutical environments. The research evaluates the behaviour of particles of varying sizes—from microscopic viruses to larger contaminants—released during packaging operations. CFD simulations provide a detailed understanding of particle trajectories and deposition patterns under controlled airflow conditions.

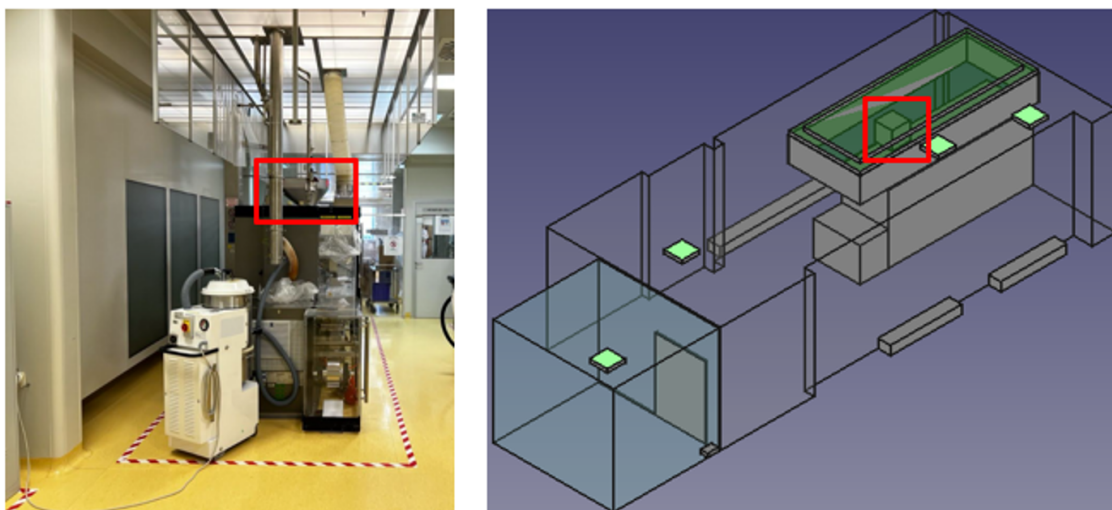
1 Uvod

Delo je nastalo v sodelovanju s podjetjem LEK iz Lendave. Osnovni namen naloge je oceniti potencialno nevarnost širjenja kontaminacije okolja v območju čiste sobe v kateri se nahaja stroj za pakiranje tablet, nadalje tabletirni stroj 1, pri različnih scenarijih vira kontaminacije:

1. pri polnjenju tabletirnega stroja s tabletami,
2. izvor delcev iz površin tabletirnega stroja (hipotetični vir netesnosti pri špranjah med vmesnimi deli tabletirnega stroja)

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

² Lek d.d. Lendava



Slika 1: Fotografija tabletirnega stroja s spodnje leve strani gledano na desni sliki geometrijskega modela. Nad tabletirnim strojem je lepo viden vpih UDF, ki je kratica za Uni Directional Flow, torej območje usmerjenega toka zraka, ki je podoben tistemu v bolnišničnih operacijskih dvoranah. V rdečem okvirčku je označen dodajalni lijak za tablete, ki je vir onesnaženja med polnjenjem s tabletami v prvem scenariju.

Potencialna širitev delcev iz pakirnice zajema ocenitev možnosti širjenja delcev iz čistega prostora na:

- onesnaženje osebja,
- onesnaženje prehodnega prostora za material pri odprtih vratih in
- analogno za prehodni prostor za osebje.

Računalniška dinamika tekočin je idealno orodje za tovrstne simulacije. Študija [2] potrjuje, da je CFD učinkovito orodje za simulacijo širjenja bioaerosolov, ki nastajajo pri človeških dejavnostih, kar omogoča oceno tveganja za prenos okužb v bolnišničnem okolju. Študija [4] prikazuje uporabo CFD za natančno napovedovanje širjenja kontaminacije v bolnišnični sobi z več osebami, kar omogoča optimizacijo prezračevalnih sistemov za zmanjšanje tveganja prenosa okužb. V naslednjem delu [3] so avtorji uporabili CFD za simulacijo usedanja delcev.

Pri simulacijah smo uporabili naslednje predpostavke.

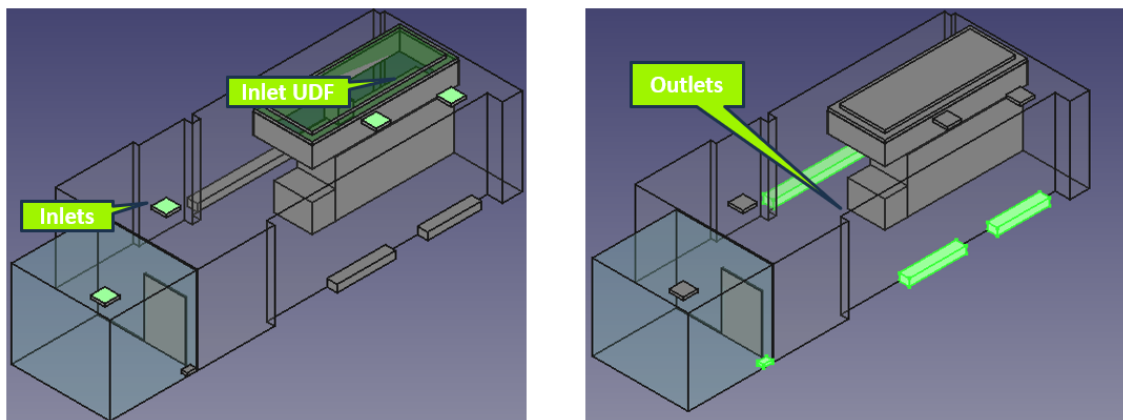
- Konstantna temperatura zraka, pri čemer smo zanemarili naravno konvekcijo zraka vsled različnih temperatur v realnosti.
- Geometrijski model čiste sobe ima ostre vogale. V resnici so vsi vogali zaobljeni. Predpostavka ostrih vogalov je slabši scenarij, torej smo glede tega na varni strani.

- Gostota delcev kot snovna lastnost je enaka gostoti vode, kar je približno veljavno za žive organizme.
- Ustalone tokovne razmere zraka v prostoru.

2 Numerične simulacije in robni pogoji

Za simulacijo smo uporabili ANSYS Fluent [1], ki je eno najpogostejših CFD orodij za takšne reševanje takšnih primerov. Za modeliranje turbulence smo uporabili GEKO turbulentni model, ki je priporočen v [5].

Za robne pogoje smo izmerili povprečne hitrosti na vseh vstopih in izstopih zraka z ročnim anemometrom na vročo nitko. Rezultate smo primerjali z projektiranimi vrednostmi in dobili razhajanja manj kot 10 %, [6]. Kot zanimivost navajamo, da je stopnja izmenjave zraka je približno 100 na uro. Povzamemo, na vstopih v prostor smo predpisali konstantne hitrosti zraka in na izstopih tlak 0, slika 2



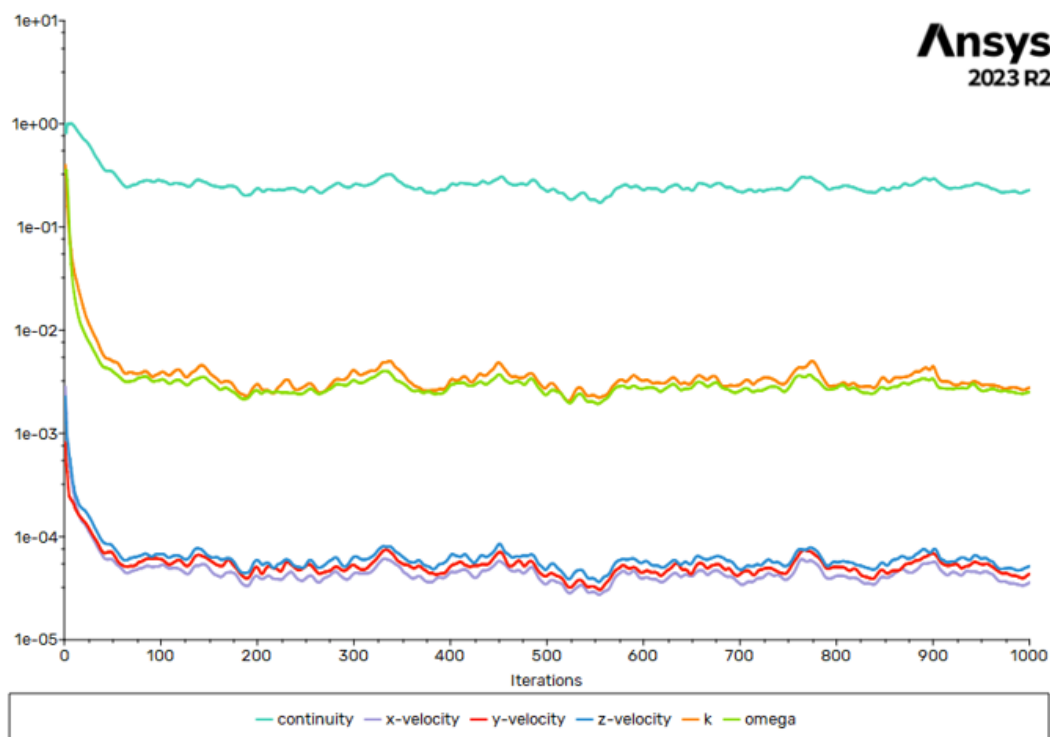
Slika 2: Vstopi zraka v prostor (levo) in izstopi zraka (desno), ki določajo zračne tokovne razmere v prostoru. Scenarij na sliki obravnava tudi širjenja kontaminacije v materialni prehodni prostor, na sliki spodaj levo.

2.1 Konvergenca

Na sliki 3 prikazujemo značilno konvergenco rešitev tokovnega polja. Žal primer ni dosegel željenega konvergenčnega kriterija, kar nakazuje na neustaljeno tokovno polje. Iz poteka skupnega tlačnega padca in povprečne hitrosti v prostoru, slika 4, sklepamo, da sta se ti vrednosti približno ustalili in da smemo uporabiti rezultate za osnovni namen simulacije to je širitev delcev.

2.2 Sledenje delcev

Približno ustaljeno rešitev tokovnega polja zraka uporabimo kot začetno vrednost za časovno odvisno simulacijo širjenja delcev. Sledenje delcev (particle tracking) je numerična metoda, ki se



Slika 3: Konvergenca spremenljivk polja za ustaljeno rešitev tokovnega polja.

uporablja v okviru računalniške dinamike tekočin (CFD) za simulacijo gibanja posameznih delcev (npr. prahu, kapljic, aerosola) v tekočem mediju, kot je zrak ali voda. Običajno se uporablja metoda diskretnih delcev (DPM – Discrete Phase Model), kjer so delci modelirani kot ločene entitete, ki se gibljejo znotraj polja toka, izračunanega s CFD.

Sledenje temelji na reševanju enačb gibanja za vsakega delca, pri čemer se upoštevajo sile, kot so upor, gravitacija in turbulentna difuzija. Metoda omogoča napoved gibanja delcev, njihove interakcije s stenami ter njihovo akumulacijo ali odstranjevanje iz sistema.

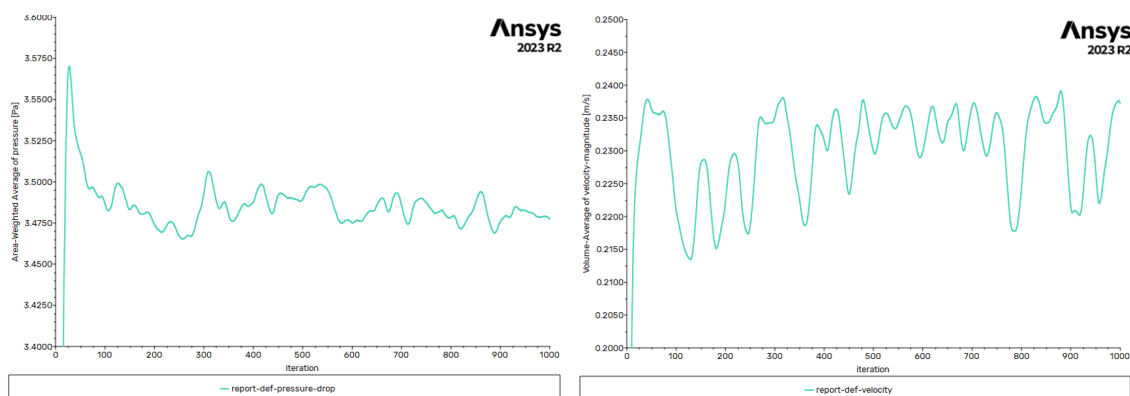
Uporablja se v okoljskih analizah, načrtovanju HVAC sistemov, simulaciji širjenja bolezni, industrijskih filtracijah in še številnih drugih področjih.

V različnih scenarijih smo predpostavili trenutno sprostitve delcev iz vira kontaminacije: lijak s tabletami, celotna površina stroja ali osebje.

Začetno hitrost delcev smo predpostavili nič. Ker so delci zelo mali, lepo sledijo toku zraka in njihova začetna hitrost ne vpliva posebej na trajektorijo gibanja.

Uporabili smo tudi različne scenarije porazdelitve velikosti delcev.

- Veliki delci od velikosti $1e-4$ do $1e-6$ m, kar predstavlja velikost bakterij.
- Majhni delci med $1e-6$ in $1e-8$ m, kar predstavlja velikost virusov.



Slika 4: Skupni tlačni padec (levo) in povprečna hitrost za ustaljeno rešitev tokovnega polja.

3 Rezultati in diskusija

Prikazali bomo rezultate samo za širjenje kontaminacije v materialni prehodni prostor. Ostali scenariji kontaminacije so podobni in jih v tem prispevku ne bomo posebej navajali.

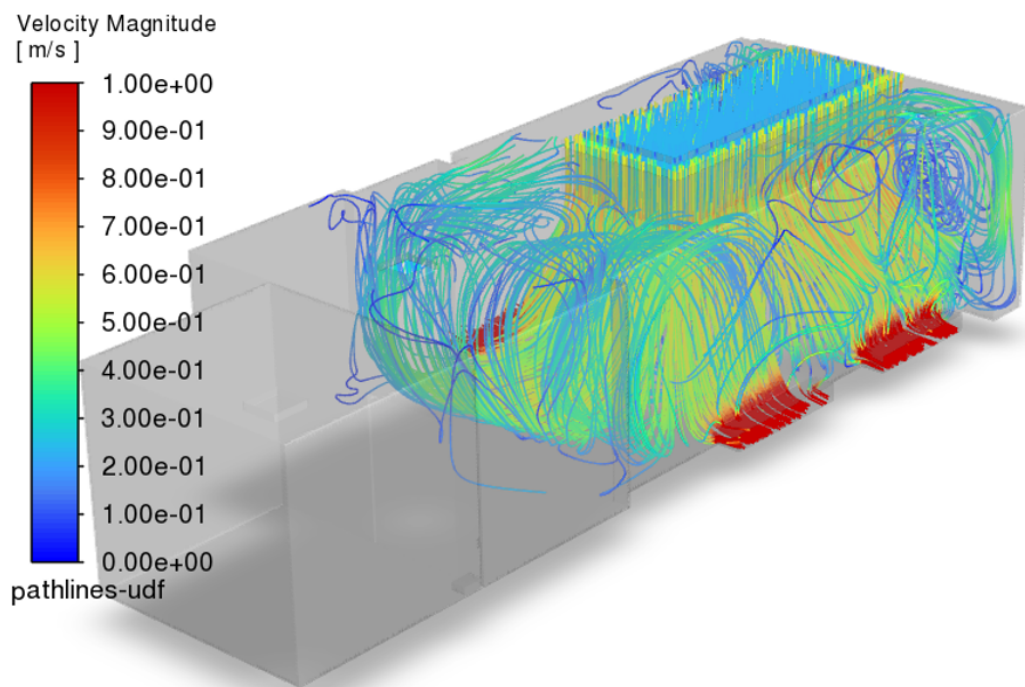
Rezultati tokovnega polja z delno diskusijo so prikazani na slikah 5 in 6. Tokovne razmere so najpomembnejše, saj je sledenje delcev vezano nanj. Prav tako najmanjši delci v velikosti virusov prav natančno sledijo tokovnemu polju. Iz obeh prikazanih slik dobimo navidez nasprotujoče zaključke glede širitve kontaminacije v materialni prostor. Tokovnice izvirajoče iz UDF potrjujejo, da ves zrak posrkajo bližnje sesalne odprtine in ne zapušča območja UDF, slika 5. Na drugi sliki 6 smo narisali tokovnice, ki izvirajo v območju odprtih vrat med obema prostoroma: dol tokovno v smeri materialnega prostora in gor tokovno v smeri UDF. Opazimo, da obstaja nekaj tokovnic iz območja UDF, ki preidejo v materialni prostor, kar potrjujejo teoretično možnost širjenja onesnaženja iz območja tabletirnega stroja v materialni prostor. V resnici so na prvi sliki 5 izračunane relativno malo in na redko posejana semena tokovnic iz območju UDF in ne vključuje točno tiste tokovnice iz druge slike 6. Zaključimo, da obstaja teoretična možnost širjenja kontaminacije iz UDF območja v materialni prostor pri odprtih vratih, pri čemer je starost tokovnice na vratih več kot 60 sekund od vstopa v UDF prostor.

Za konkretne odgovore na vprašanje širjenja kontaminacije potrebujemo konkreten scenarij: vir kontaminacije in velikosti delcev. Vir kontaminacije v prvem scenariju je postopek polnjenja natančneje sipanja tablet v dodajalni lijak pakirnega stroja. Pri simulaciji predpostavimo začetno pozicijo delcev po celotnem volumnu lijaka, kot je prikazano na fotografiji na sliki 1. Položaji delcev v različnih časih so prikazani na sliki 7. Iz slik je razvidno, da vsi delci zapustijo UDF prostor pri najbližji sesalni odprtini.

Na sliki 8 smo prikazali debelino filma na površinah vsled vsedanja delcev. Največja debelina je pod dodajalnim lijakom in barve sledijo toku delcev.

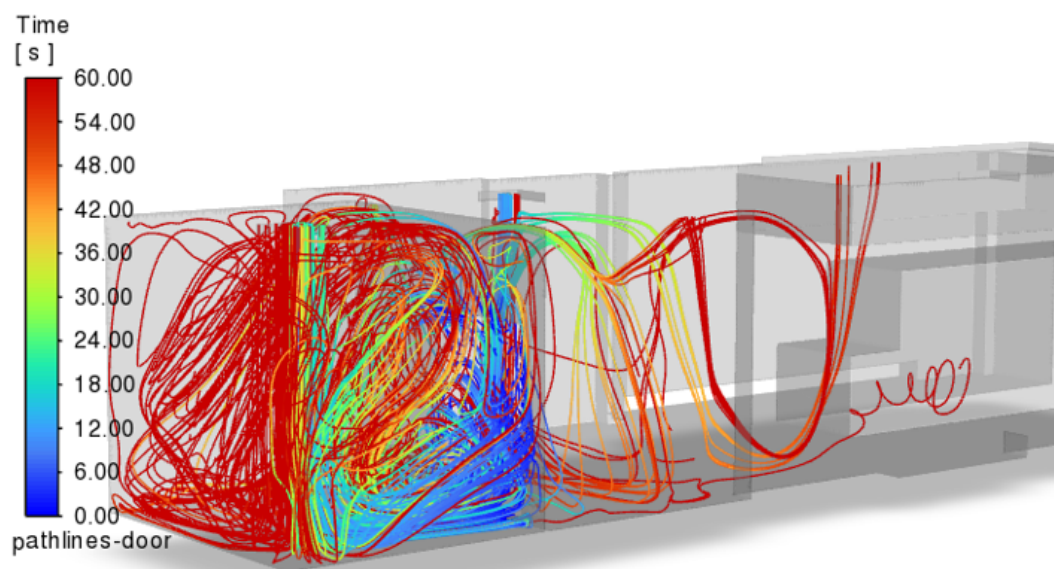
Za naročnika raziskav smo na podlagi simulacije zaključili za njih zelo pomembne in uporabne zaključke.

- Med polnjenjem dodajalnega lijaka stroja s tabletami, se delavec ne onesnaži z delci.

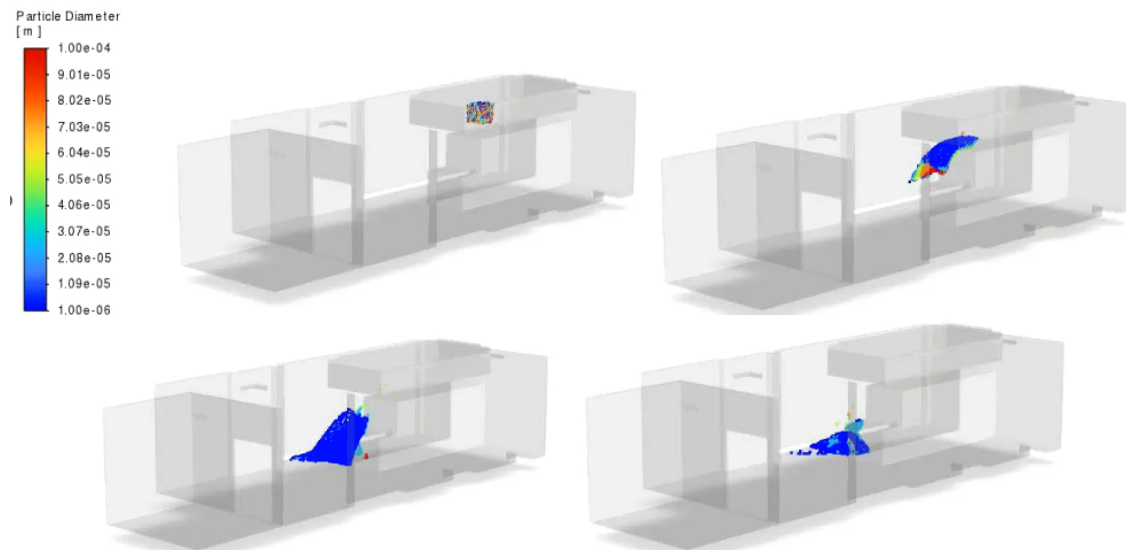


Slika 5: Ustaljena rešitev tokovnega polja. Tokovnice obarvane s hitrostjo, ki izvirajo območja UDF. Namen prikaza je potrditi, da se UDF zrak prostorsko omeji in ne širi v smeri proti vratom materialnega prostora.

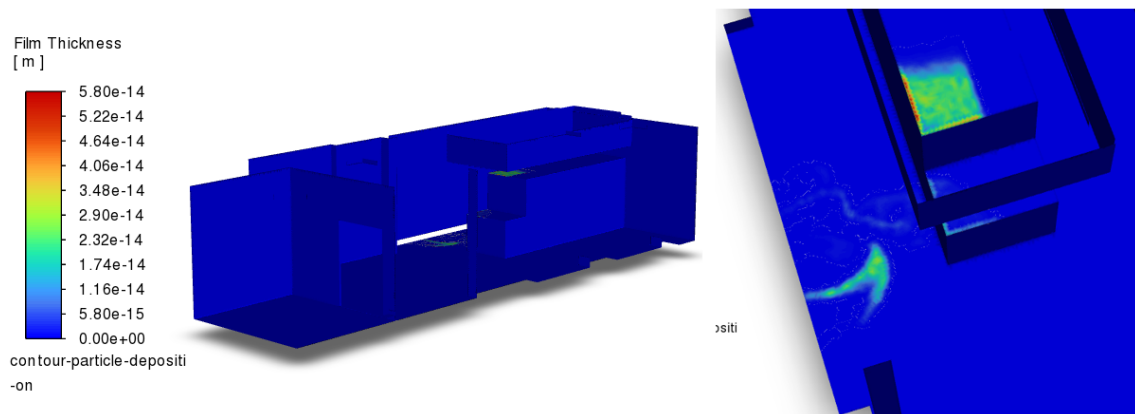
- Delci se ne širijo na nasprotno stran stroja in tam okužijo morebitno stoječe osebje.
- Delci se ne širijo v sosednji, prehodni skladiščni prostor pri hipotetično odprtih vratih.



Slika 6: Ustaljena rešitev tokovnega polja. Tokovnice izvirajo iz območja odprtih vrat med glavnim in pomožnim prehodnim prostorom imenovan materialno skladišče na levi strani slike. Tokovnice so izračunane in narisane v obe smeri: dol tokovno v smeri materialnega prostora in gor tokovno v smeri UDF. Opazimo, da obstaja nekaj tokovnic iz območja UDF, ki preidejo v materialni prostor, kar potrjujejo teoretično možnost širjenja onesnaženja iz območja tabletirnega stroja v materialni prostor.



Slika 7: Širjenje kontaminacije z delci pri polnjenju tablet v dodajalni lijak tabletirnega stroja. Barve delcev predstavljajo njihovo velikost, rdeče barve so veliki delci, modri mali. Iz slik je razvidno, da vsi delci zapustijo UDF prostor pri najbližji sesalni odprtini.



Slika 8: Vsedanje delcev pri scenariju 1. Barve predstavljajo debelino filma na površinah.

4 Zaključki

V prispevku smo prikazali uporabo CFD orodij za simulacijo širjenja kontaminacij v farmacevtski industriji. Za razliko eksperimentalnega pristopa, si smemo tu izmisliti poljubne scenarije vira kontaminacije in hipotetične okoliščine simulacije. Z CFD relativno hitro in poceni pridemo do pomembnih zaključkov, ki lahko močno olajšajo predpisane protokole za omejitev širjenja kontaminacije in tako prihranimo čas, zaščitno opremo ter na koncu, kot vedno, tudi denar.

Zahvala

Delo je nastalo v sodelovanju s podjetjem LEK iz Lendave, za kar se jim iskreno zahvaljujemo.

Literatura

- [1] ANSYS Inc. *ANSYS Fluent*. ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA, 2023. Version 2023 R2.
- [2] C. B. Beggs, K. G. Kerr, and C. J. Noakes. Cfd simulation of airborne pathogen transport due to human activities. *Journal of Hospital Infection*, 77(3):213–222, 2011.
- [3] N. Gao, J. Niu, and Y. Zhu. Computational fluid dynamics (cfd) simulation of a newly designed passive particle sampler. *Building and Environment*, 101:1–8, 2016.
- [4] P. Kumar, R. Singh, and A. Sharma. Predicting contamination spread inside a hospital breakroom with multiple occupants using high fidelity computational fluid dynamics simulation on a virtual twin. *Sustainability*, 15(15):11804, 2023.
- [5] F. R. Menter and R. Lechner. Best practice: Rans turbulence modeling in ansys cfd. Technical report, Ansys Germany GmbH, 2021. Version 1.0.
- [6] M. Ramšak, J. Ravnik, M. Zadavec, T. Gomboc, D. Lukežić, and M. Hriberšek. Contamination release from the packaging area to the outside: numerical simulation with particles. Technical report, Fakulteta za strojninstvo, Univerza v Mariboru, 2024. Internal report.



Meritve lezenja in ovrednotenje negotovosti pri določanju časovno odvisnih mehanskih lastnosti polipropilena

Urban Kotnik¹, Alen Oseli¹, Jože Kutin¹, Miroslav Halilovič¹, Lidija Slemenik Perše¹

Creep measurements and uncertainty evaluation in the determination of time-dependent mechanical properties of polypropylene

Povzetek. Za verodostojno numerično simulacijo viskoelastičnega odziva polimerov je potrebna točna določitev časovno odvisnih materialnih parametrov. Pomembno je zavedanje, s kakšno merilno negotovostjo so ti parametri določeni. V članku so predstavljeni natezni in strižni preskusi lezenja na vzorcu iz polipropilena, na podlagi katerih so bile določene vrednosti materialnih parametrov in pripadajoče negotovosti. Prikazano je, v kolikšni meri posamezni viri prispevajo h končni negotovosti in kako jo je mogoče zmanjšati. Na ta način pridobimo vpogled v negotovost vhodnih podatkov, uporabljenih pri viskoelastičnih analizah.

Abstract. A reliable numerical simulation of the viscoelastic response of polymers requires accurate determination of time-dependent material parameters. It is essential to understand the measurement uncertainty associated with their identification. This paper presents tensile and shear creep tests conducted on a polypropylene specimen, from which the values of the material parameters and their associated uncertainties were determined. The contribution of individual sources to the overall uncertainty is analyzed, along with strategies for its reduction. This provides insight into the uncertainty of the input data used in viscoelastic analyses.

1 Uvod

1.1 Opredelitev problematike in ciljev

Polimeri se zaradi nizke gostote v primerjavi s klasičnimi inženirskimi materiali ter odličnih mehanskih lastnosti, ki jih lahko dosežejo v kombinaciji z različnimi polnili, vse pogosteje uporabljajo v industriji [1]. Posledično narašča potreba po numeričnih simulacijah, ki ustrezno

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

zajamejo viskoelastični odziv teh materialov. Mehanske lastnosti polimerov so časovno odvisne, kar numeričnim programom, ki temeljijo na metodi končnih elementov, podamo z uporabo relaksacijskih funkcij: stisljivostnega modula $K(t)$ in strižnega modula $G(t)$. Te določimo na podlagi relaksacijskih preskusov, ki zahtevajo obremenjevanje preskušanca s konstantno deformacijo, kar predstavlja izziv za številne sodobne reometre. V praksi se zato pogosto uporabljajo preskusi lezenja, pri katerih preskušanec obremenimo s konstantno napetostjo in merimo natezno podajnost $D(t)$ ter strižno podajnost $J(t)$. Nato matematično določimo še stisljivostno podajnost $B(t)$ in rekonstruiramo funkciji $K(t)$ in $G(t)$.

Za verodostojno numerično simulacijo viskoelastičnega odziva polimerov je ključna točnost karakterizacije materialnih funkcij. Osrednji cilj članka je predstaviti merilni postopek in ovrednotenje merilnih negotovosti funkcij $D(t)$, $J(t)$ in $B(t)$, po standardu JCGM100:2008 [3], saj te neposredno vplivajo na točnost rezultatov numeričnih simulacij.

2 Teoretična izhodišča

2.1 Konstitutivne enačbe viskoelastičnosti

Za opis viskoelastičnih izotropnih materialov v treh dimenzijah uporabimo stisljivostni modul $K(t)$ in strižni modul $G(t)$. Konstitutivna zveza med napetostjo σ in deformacijo ε se izrazi s konvolucijskim integralom [2]:

$$\sigma_{ij} = 3 \int_0^t K(t-u) \frac{d\varepsilon_{ij}^{\text{vol}}(u)}{du} du + 2 \int_0^t G(t-u) \frac{d\varepsilon_{ij}^{\text{dev}}(u)}{du} du \quad (1a)$$

$$K(t) = \frac{E(t)G(t)}{9G(t) - 3E(t)} \quad (1b)$$

kjer $\varepsilon_{ij}^{\text{vol}}$ predstavlja volumetrični del deformacijskega tenzorja, $\varepsilon_{ij}^{\text{dev}}$ deviatorični del, u pa predstavlja pretekli čas. $K(t)$ najlažje posredno določimo s pomočjo modula elastičnosti $E(t)$. Komercialni programi za analizo po metodi končnih elementov (npr. Abaqus, Ansys) za napoved viskoelastičnega odziva zahtevajo vhodne podatke o $K(t)$ in $G(t)$.

2.2 Določevanje časovno odvisnih materialnih funkcij

V okviru našega merilnega sistema, ki bo podrobneje opisan v poglavju 3.2, ne moremo zagotoviti konstantne deformacije, lahko pa zagotovimo konstantno napetost. Zaradi te omejitve bomo pri določevanju časovno odvisnih funkcij izvajali preskuse lezenja, pri katerih preskušanec nenadno obremenimo s konstantno napetostjo σ_0 in spremljamo časovni potek deformacije $\varepsilon(t)$. Natezno podajnost lezenja $D(t)$ v tem primeru izračunamo kot:

$$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{d^2 \pi \Delta L(t)}{4FL} \quad (2)$$

kjer F predstavlja konstantno silo, s katero obremenimo okrogel preskušanec premera d , L označuje začetno dolžino, $\Delta L(t)$ pa spremembo dolžine preskušanca. Če preskušanec obremenimo s konstantno strižno napetostjo τ_0 in spremljamo časovni potek strižne deformacije $\gamma(t)$,

lahko določimo strižno podajnost $J(t)$:

$$J(t) = \frac{\gamma(t)}{\tau_0} = \frac{d^4 \pi \phi_t(t)}{32 M_t L} \quad (3)$$

τ_0 je posledica delovanja konstantnega torzijskega momenta M_t , strižna deformacija pa se izračuna na osnovi zasučnega kota $\phi_t(t)$. Pomembno je poudariti, da je velikost napetosti σ_0, τ_0 dovolj majhna, da se nahajamo v linearno-viskoelastičnem območju (LVO), kjer je časovni odziv posledica časovne odvisnosti materiala in ne velikosti obremenitve.

Ko imamo veličini $J(t)$ in $D(t)$, izvedemo prehod v Laplaceov prostor, kjer v enačbi (1b) upoštevamo $B(s) = \frac{1}{K(s)}$, $J(s) = \frac{1}{G(s)}$, $D(s) = \frac{1}{E(s)}$ in določimo stisljivostno podajnost $B(s)$:

$$B(s) = 9D(s) - 3J(s) \quad (4)$$

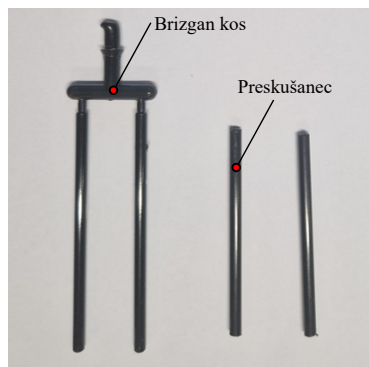
Na podlagi funkcij podajnosti izračunamo funkciji $K(t)$ in $G(t)$, potrebni za numerične simulacije. Negotovost, s katero določimo podajnost $J(t)$, je tako neposredno povezana z negotovostjo funkcije $G(t)$ ($u(J(t)) \propto u(G(t))$). Enako velja za funkcije stisljivosti ($u(B(t)) \propto u(K(t))$). V izrazu (4) bomo zanemarili potrebo po prehodu v Laplaceov prostor, kar nam bo kasneje omogočilo, da ocenimo negotovost tudi za funkcijo $B(t)$:

$$B(t) = 9D(t) - 3J(t) \quad (5)$$

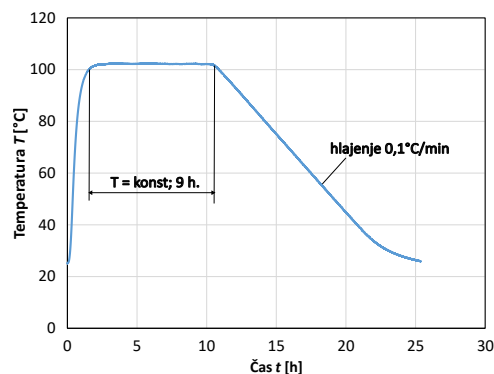
3 Metodologija raziskave

3.1 Material in priprava preskušanca

V raziskavi obravnavamo polipropilen. Injekcijsko brizgan kos je prikazan na sliki 1a, iz vsakega pa sta bila odrezana dva valjasta preskušanca.



(a)



(b)

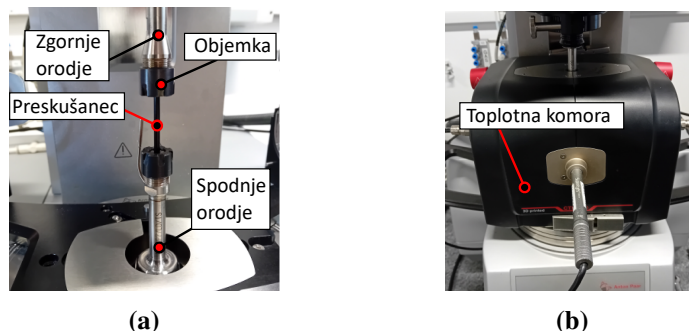
Slika 1: Priprava preskušanca: (a) injekcijsko brizgan kos in valjasti preskušavec; (b) toplotna obdelava preskušanca.

Med procesom injekcijskega brizganja zaradi hitrega ohlajanja materiala pride do zamrznitve gibanja polimernih verig, kar povzroči nastanek zaostalnih termomehanskih napetosti, kar vodi

do večjih odstopanj med posameznimi meritvami [4]. S toplotno obdelavo, kjer material dalj časa vzdržujemo pri konstantni temperaturi nad T_g (temperatura steklastega prehoda) in ga nato zelo počasi ohlajamo, zagotovimo, da imajo molekule dovolj časa za razporeditev v energijsko najugodnejšo konfiguracijo. Potek toplotne obdelave je prikazan na sliki 1b.

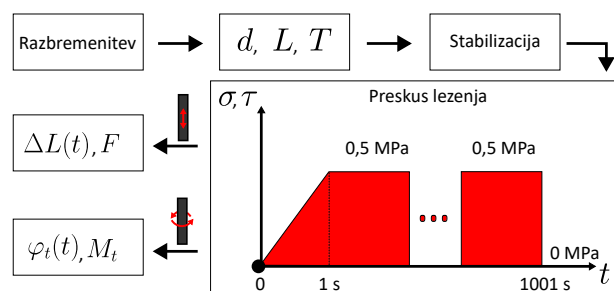
3.2 Merilni sistem in izvedba eksperimenta

Meritve funkcij $D(t)$ in $J(t)$ smo izvedli z reometrom MCR702 (ang. *Modular Compact Rheometer*) proizvajalca Anton Paar in programsko opremo RheoCompass. Priprava eksperimenta za meritev lezenja je prikazana na sliki 2.



Slika 2: Priprava meritve lezenja na reometru MCR702, Anton Paar: (a) vpenjanje preskušanca; (b) preskušanec zapremo v toplotno komoro.

S kljunastim merilom Horex izmerimo premer d , preskušanec vpneemo v zgornjo in spodnje orodje (slika 2a), obe objemki zategnemo z momentnim ključem z momentom 0,4 Nm. Efektivno dolžino vpetja L izmeri kodirnik motorja za dvig merilne glave naprave. Na koncu preskušanec zapremo v toplotno komoro, kot je prikazano na sliki 2b. Izvedli smo tri ponovitve nateznega in tri ponovitve strižnega preskusa lezenja. Pri nateznem preskusu je aktiven le linearni aktuator, povezan s spodnjim orodjem, medtem ko zgornji aktuator miruje. Pri strižnem preskusu je aktiven le rotacijski aktuator, povezan z zgornjim orodjem. Vse meritve so bile izvedene pri temperaturi 60 °C. Postopek eksperimenta je prikazan na sliki 3.



Slika 3: Postopek in parametri eksperimenta lezenja.

V programu RheoCompass najprej razbremenimo sistem, nato vnesemo izmerjene geometrijske parametre d in L ter nastavimo temperaturo T . Sledi faza stabilizacije, v kateri preskušane z eno sekundo skočno obremenimo z napetostjo 0,5 MPa, s čimer zagotovimo pravilno poravnavo in dober stik valjastega preskušanca z vpenjali. Pred začetkom meritve počakamo 180 min, da predhodno vnešena napetost ne vpliva na rezultate in se preskušane enakomerno segreje na želeno temperaturo. Preskus lezenja poteka v dveh fazah. V prvi napetost v eni sekundi linearno povečamo na 0,5 MPa. Pri nateznem preskusu kontroliramo normalno napetost σ_0 , pri strižnem pa strižno napetost τ_0 . Čeprav bi moral biti skok napetosti po teoriji neskončno kratek, se temu v praksi izognemo zaradi vztrajnostnih učinkov in možnih vibracij. V drugi fazi preskušane 1000 s obremenjujemo s konstantno napetostjo. Pri nateznem preskusu program beleži silo F , potrebno za vzpostavitev σ_0 , in spremembo dolžine preskušanca $\Delta L(t)$. Pri strižnem preskusu merimo torzijski moment M_t , potreben za vzpostavitev τ_0 , ter spremembo zasučnega kota $\varphi_t(t)$ kot posledico strižnega lezenja.

3.3 Ovrednotenje merilne negotovosti

V poglavju 3.2 smo opisali eksperimentalni postopek, ki neposredno prispeva k zmanjšanju negotovosti, povezane z vpetjem in vnosom obremenitve. Toplotna komora je tekom vseh preskusov vzdrževala konstantno temperaturo približno $T = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ s stabilnostjo $\pm 0,02 \text{ }^\circ\text{C}$. Posledično smo vire negotovosti omejili na naslednje odvisnosti: $D(t) = D(L, d, F, \Delta L(t))$ in $J(t) = J(L, d, M_t, \varphi_t(t))$. V tabeli 1 so prikazane standardne negotovosti tipa B, ki izhajajo iz umerjanja (u_B^{um}) in iz ločljivosti uporabljenih meril (u_B^{loc}).

Tabela 1: Standardne negotovosti u_B in ločljivosti meril.

Antoon Paar MCR702e			
x	$u_B^{\text{um}}(x)$	loc x	$u_B^{\text{loc}}(x) = \frac{\text{loc}}{2\sqrt{3}}$
L [mm]	$4,6 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-4}$
ΔL [mm]	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-9}$	$2,89 \cdot 10^{-10}$
F [N]	$5,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-4}$
M_t [Nmm]	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	$2,89 \cdot 10^{-7}$
φ_t [rad]	$4,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-9}$	$2,89 \cdot 10^{-10}$

Kljunasto merilo Horex		
x	loc x	$u_B^{\text{loc}}(x) = \frac{\text{loc}}{2\sqrt{3}}$
d [mm]	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$

Po standardu JCGM100:2008 [3] smo izračunali skupne standardne negotovosti, kjer je $u(B(t))$ odvisen izključno od $u(D(t))$ in $u(J(t))$:

$$u(B(t)) = \sqrt{(9u(D(t)))^2 + (-3u(J(t)))^2} \quad (6)$$

Preko Studentove porazdelitve smo za 95,45 % stopnjo zaupanja določili efektivno število prostostnih stopenj, pridobili faktor pokritja k in izračunali razširjene merilne negotovosti $U = k \cdot u$.

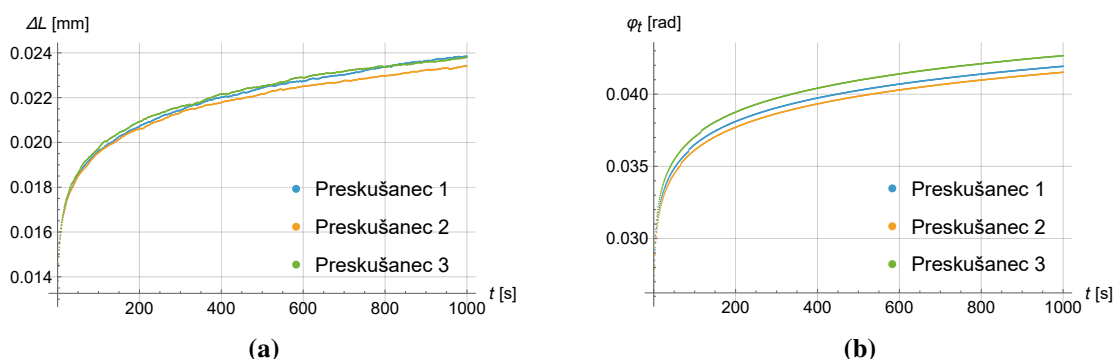
4 Rezultati

V tabeli 2 so prikazani rezultati meritev časovno neodvisnih veličin nateznega in strižnega preskusa lezenja. Na sliki 4a je prikazana sprememba dolžine posameznega preskušanca kot posledica konstantne normalne obremenitve, medtem ko na sliki 4b vidimo spremembo zasučnega kota zaradi konstantnega torzijskega momenta.

Tabela 2: Rezultati nateznega in strižnega preskusa lezenja - časovno neodvisne veličine.

Natezni preskus lezenja ($T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$)			
	Preskušavec 1	Preskušavec 2	Preskušavec 3
d [mm]	2,968	2,967	2,966
L [mm]	30,87	30,87	30,78
F [N]	2,572	2,562	2,562

Strižni preskus lezenja ($T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$)			
	Preskušavec 1	Preskušavec 2	Preskušavec 3
d [mm]	2,960	2,967	2,966
L [mm]	30,90	30,92	30,87
M_t [Nmm]	3,440	3,447	3,456



Slika 4: Rezultati preskusa lezenja - časovno odvisne veličine: (a) $\Delta L(t)$ pri nateznem preskusu; (b) $\phi_t(t)$ pri strižnem preskusu.

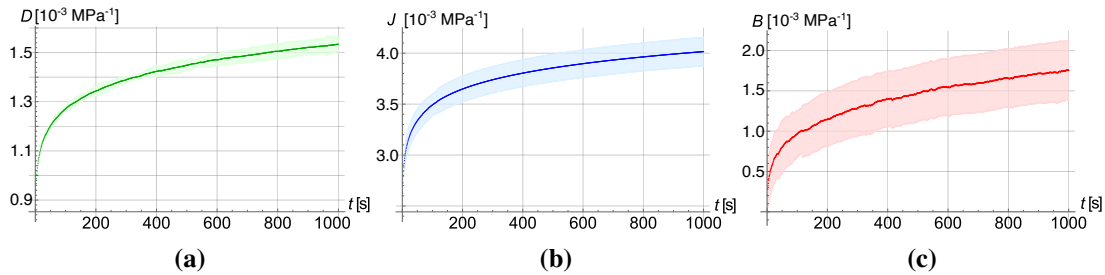
Iz grafov na sliki 4 je razvidno, da so krivulje pri merjenju $\phi_t(t)$ gladkejše v primerjavi s podatki $\Delta L(t)$. Kljub višji ločljivosti kodirnika za merjenje $\Delta L(t)$ so te meritve izraziteje obremenjene s šumom, kar prispeva k povečani merilni negotovosti. Pri strižnem preskusu je poleg tega opazna večja variabilnost med posameznimi preskušanci, kar dodatno povečuje negotovost rezultatov.

Sledil je izračun standardnih negotovosti $u(D(t))$ in $u(J(t))$. V tabeli 3 so prikazani deleži negotovosti tipa A in tipa B glede na skupno standardno negotovost ter prispevki posameznih virov negotovosti iz tabele 1. Iz tabele 3 je razvidno, da tako pri $u(D(t))$ kot pri $u(J(t))$ prevladuje prispevek negotovosti tipa A. Največji delež negotovosti tipa B v obeh primerih izvira iz ločljivosti kljunastega merila $u_B^{\text{loc}}(d)$.

Tabela 3: Deleži posameznih virov negotovosti glede na skupno standardno merilno negotovost.

x	$\frac{x^2}{u(D(t))^2} \cdot 100 [\%]$	x	$\frac{x^2}{u(J(t))^2} \cdot 100 [\%]$
$u(D(t))$	100,0	$u(J(t))$	100,0
$u_A(D(t))$	65,66	$u_A(J(t))$	77,79
$u_B(D(t))$	34,34	$u_B(J(t))$	22,21
$c_1 \cdot u_B^{\text{loc}}(d)$	14,58	$c_5 \cdot u_B^{\text{loc}}(d)$	16,45
$c_2 \cdot u_B^{\text{um}}(L)$	8,495	$c_6 \cdot u_B^{\text{um}}(L)$	2,411
$c_3 \cdot u_B^{\text{um}}(F)$	8,061	$c_7 \cdot u_B^{\text{um}}(M_t)$	2,255
$c_4 \cdot u_B^{\text{um}}(\Delta L(t))$	3,179	$c_8 \cdot u_B^{\text{um}}(\phi_t(t))$	1,098

V nadaljevanju smo na podlagi povprečnih vrednosti $\bar{D}(t)$, $\bar{J}(t)$ in $\bar{B}(t)$ izračunali pripadajoče razširjene merilne negotovosti $U(D(t))$, $U(J(t))$ in $U(B(t))$. Na sliki 5 so ocenjene vrednosti prikazane s temnejšo barvo, svetlejši odtenki pa ponazarjajo razširjene negotovosti. Iz grafov je razvidno, da je relativna razširjena negotovost $U_r = U(x)/x$ večja pri $J(t)$ kot pri $D(t)$. V primeru, prikazanem na sliki 5c, se to razmerje dodatno poveča.



Slika 5: Izmerjene časovno odvisne materialne funkcije in pripadajoče razširjene merilne negotovosti: (a) $D(t)$; (b) $J(t)$; (c) $B(t)$.

Za oceno kakovosti meritev smo izračunali skupno standardno relativno negotovost u_r , vrednosti faktorjev pokritja k ter U_r . Ker vse obravnavane količine predstavljajo časovne vrste, smo jih povprečili čez celotno časovno domeno in so prikazane v tabeli 4.

Tabela 4: Povprečne relativne negotovosti in koeficienti stopnje zaupanja za obravnavano časovno območje.

	$D(t)$	$J(t)$	$B(t)$
$\langle u_r \rangle [\%]$	0,496	0,966	9,55
$\langle k \rangle [I]$	2,64	3,13	2,59
$\langle U_r \rangle [\%]$	1,34	3,03	24,9

$\langle \cdot \rangle$ označuje časovno povprečene vrednosti

Čeprav relativni skupni standardni negotovosti veličin $D(t)$ in $J(t)$ ne presegata 1 %, dosega relativna standardna negotovost $B(t)$ skoraj 10 %, kar je skladno z občutljivostnimi koeficienti iz enačbe (6). Presenetljivo visoke so razširjene merilne negotovosti. V primeru $B(t)$ ta znaša kar 24,9 %. K višjim razširjenim negotovostim prispevajo tudi visoke vrednosti koeficientov k . Zmanjšanje negotovosti tipa A bi bilo mogoče doseči s povečanjem števila ponovitev meritev, kar bi hkrati znižalo tudi faktor pokritja k . Uporaba mikrometra namesto kljunastega merila bi zaradi boljše ločljivosti dodatno zmanjšala negotovost, povezano z geometrijo preskušanca. Poleg tega lahko k raztrosu meritev prispevajo tudi okoljski dejavniki, ki jih nismo kontrolirali npr. zračna vlaga. Polimeri so na vlago občutljivi, saj se njihove mehanske lastnosti ob povečani vlažnosti izrazito poslabšajo. Če pri izvedbi meritev nismo zagotovili enakih pogojev relativne vlažnosti, lahko to pomembno vpliva na variabilnost rezultatov.

5 Zaključki

V okviru predstavljene raziskave smo eksperimentalno analizirali viskoelastično obnašanje polipropilena pri 60 °C. Osredotočili smo se na določitev časovno odvisnih funkcij podajnosti: natezne $D(t)$, strižne $J(t)$ ter stisljivostne $B(t)$. Materialne funkcije smo določili na podlagi eksperimenta lezenja, izvedenega na napravi Anton Paar MCR702e s pomočjo programske opreme RheoCompass. Vsak preskus (natezni in strižni) smo ponovili trikrat.

Cilj analize je bil ovrednotiti merilno negotovost materialnih funkcij, ki se uporabljajo v numeričnem modeliranju viskoelastičnega odziva. Ti rezultati tako prispevajo k bolj informirani in kritični uporabi eksperimentalnih podatkov v inženirskih simulacijah. Relativna razširjena negotovost $U_r(J(t))$ je znašala 3,03 %, $U_r(B(t))$ pa 24,9%. Četudi izmerimo veličini $J(t)$ in $D(t)$ z visoko točnostjo, bo zaradi propagacije negotovosti $U(B(t))$ za en velikostni razred večja. Merilno negotovost tipa A lahko zmanjšamo s povečanjem števila ponovitev meritev in izboljšanim nadzorom okoljskih pogojev.

Zahvala

Za finančno podporo se avtorji zahvaljujemo Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije (ARRS) za financiranje v okviru usposabljanja mladih raziskovalcev H017002 in raziskovalnega programa P2-0263 "Mehanika v tehniki" ter P2-0264 "Trajnostni polimerni materiali in tehnologije".

Literatura

- [1] J. D. Ferry. *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons, 1980.
- [2] D. Gutierrez-Lemini. *Engineering viscoelasticity*, volume 910. Springer, 2014.
- [3] JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data – guide to the expression of uncertainty in measurement.
- [4] A. Oseli, T. Prodan, E. Susič, and L. Slemenik Perše. The effect of short fiber orientation on long term shear behavior of 40% glass fiber reinforced polyphenylene sulfide. *Polymer Testing*, 81:106262, 2020.



Nadomestni model strojnega učenja za zamenjavo direktnih numeričnih simulacij pri študijah tokov z delci

Nejc Vovk¹, Jure Ravnik¹

A Machine Learning Surrogate Framework for Replacing Direct Numerical Simulations in Particle-Laden Flow Studies

Povzetek. V tem prispevku predstavljamo nadomestek za napovedovanje dinamike posedanja delcev, ki temelji na strojnem učenju in ponuja alternativo direktnim simulacijam. Predstavljena je arhitektura umetne nevronske mreže, ki temelji na fiziki. Ugotovljeno je bilo, da je obnašanje oblaka usedajočih se delcev skladno s pojavi, opisanimi v prejšnjih študijah DNS, in eksperimentalnimi opazovanji, kar potrjuje, da lahko nadomestni model zajame iste fizikalne trende.

Abstract. In this paper, we present a machine learning-based surrogate to predict particle settling dynamics, offering an alternative to DNS. A physics-based artificial neural network framework is presented and its assumptions justified. The behavior of the settling particle cloud was found to be consistent with phenomena reported in previous DNS studies and experimental observations, thereby confirming that the surrogate model is capable of capturing the same physical trends.

1 Uvod

Sedimentacija delcev v plinastem mediju je temeljni proces, ki je pomemben za industrijo, atmosfersko znanost in medicino, npr. pri nadzoru onesnaženja z delci in distribucije zdravil v dihalih. Razumevanje tovrstnih procesov je ključno tudi v tehnologiji čiščenja odpadnih vod, kjer je sedimentacija praviloma eden začetnih postopkov čiščenja. Učinkovitost naprav za separacijo dveh komponent s sedimentacijo direktno narekuje t.i. hitrost posedanja [7]. Za majhne sferične delce lahko hitrost posedanja določimo iz enakosti sil Stokes-ovega upora, vzgona in teže:

$$u_{s,Stokes} = \frac{d_p^2 ||\vec{g}|| (\rho_p - \rho_f)}{18\mu_f}, \quad (1)$$

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

kjer je d_p premer delca, μ_f dinamična viskoznost zvezne faze, $||\vec{g}||$ velikost vektorja gravitacijskega pospeška in $\rho_p - \rho_f$ razlika gostot med disperzno in zvezno fazo. V primeru gostih suspenzij, ko je volumski delež disperzne faze večji od $\phi = 10^{-5}$ [9], je potrebno silo upora ustrezno korigirati, navadno v skladu z empiričnimi formulami oblike $F_d = f(\text{Re}, \phi)$. Tako so v preteklosti nastali mnogi modeli za korekcijo sile upora na delce v gostih tokovih, med katerimi sta najbolj znana Ergun [10] in Wen & Yu [31] modela, ki ju je za uporabo v računalniški dinamiki tekočin (CFD) združil Gidaspow [13]. Modela sta bila razvita na podlagi eksperimentov lebdečih slojev, zato so bili nadalje razviti modeli, primernejši za simulacije tokov z delci [27]. Sprememba sile upora na delce v suspenzijah je posledica t.i. *drafting-kissing-tumbling* (DKT) efekta [12], ki opisuje sekvenco treh pojavov pri posedanju delcev; gibanje delca skozi tekočino v njeni okolici zaradi izmenjave gibalne količine vzbudi motnjo polj tlaka in hitrosti. Sosednji delec se v motnjo ujame, zaradi česar se mu zmanjša sila upora ter poveča hitrost. Ko sosednji delec zaradi večje relativne hitrosti ujame gorvodni delec pride do kontakta, ki povzroči nestabilnost in vrtenje obeh delcev, po katerem običajno nadaljujeta gibanje v vzporedni legi ali se razmakneta. Pojav ima pomemben vpliv pri majhnemu številu delcev v sistemu, saj se pri večjem številu frekvenca trkov poveča in transport delcev narekujejo medsebojni kontakti [24]. DKT efekt je posledica vztrajnostnih efektov pri obtekanju delca srednjih Re števil. Pri posedanju mnogokrat zasledimo Galilejevo število,

$$\text{Ga} = \left(\left| \frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right| ||\vec{g}|| d_p \right)^{1/2} d_p \frac{1}{\nu_f}, \quad (2)$$

ki predstavlja analogijo Re številu, kadar je gonilna sila gibanja delcev v tekočini vzgon [5]. Kot pri obravnavi Re režimov, tudi Ga režime delimo glede na obliko hitrostne in tlačne motnje, ki se širi za delcem. Nizka Ga števila izkazujejo aksisimetrično obliko motnje, ki je difuzne narave. Na drugi strani višja Ga števila izkazujejo kaotično obliko tlačnih in hitrostnih motenj za delci, ki so posledica vztrajnostnih efektov in tranzicije v turbulentni režim. Oblika motnje za osamljenim delcem narekuje tudi njegovo trajektorijo posedanja v tekočini. Medtem ko je v primeru majhnih Ga števil značilna vertikalna trajektorija, pri večjih Ga številih opazimo nestabilno trajektorijo z lateralnimi fluktuacijami kljub temu, da obravnavamo mirujočo tekočino [16]. Opisane pojave v različnih režimih Ga števil so v preteklosti obravnavali za osamljene sfere in njihove suspenzije [5], kot tudi za nesferične delce [17]. V vseh primerih zasledimo omembo t.i. hidrodinamičnih interakcij med delci, ki se nanašajo na medsebojno interakcijo hitrostnih in tlačnih motenj delcev v gibajočem-se sistemu. Hidrodinamične interakcije povzročijo dodatne motnje v trajektorijah posameznih delcev in so pomembne v vseh režimih Re, oz. v primeru posedanja, Ga števil [26]. V nadaljevanju se osredotočimo na t.i. posredne interakcije, ki ne zajemajo trkov med delci [17]. Med posrednimi interakcijami ločimo dva mehanizma hidrodinamičnih interakcij; (i) vztrajnostne interakcije, ki so posledica vztrajnostnih efektov pri obtekanju tekočine okoli potopljenega telesa, (ii) viskozne interakcije, ki so posledica difuzijske izmenjave gibalne količine med delcem in tekočino. Prve so zaradi konvektivne narave omejene na neposredno okolico delca in se odražajo v lokalnih nestabilnostih tranzicijskega toka tekočine zaradi prisotnosti delca. Druge imajo zaradi difuzne narave daljnosežni učinek na gibanje okoliških delcev, ki so lahko med seboj oddaljeni mnogo premerov delcev [4]. Na tem mestu lahko sklepamo, da bo imela druga vrsta hidrodinamičnih interakcij dominanten vpliv v razredčenem režimu toka mikroskopskih delcev, za katere lahko

predpostavimo pri obtekanju Stokes–ov tok [25]. Ob upoštevanju relacije med volumskim deležem delcev in srednjo vrednostjo razdalje med njimi, $\tilde{d}_p \propto \phi^{-1/3}$, kjer je $\tilde{d}_p$ srednja razdalja med delci v sistemu, normirana na srednji premer delca. Študije kažejo, da lahko interakcije v tem režimu sežejo do razdalj $\mathcal{O}(10)\tilde{d}_p$ okoli delca [28], kar se odraža v volumskih deležih reda $\phi = \mathcal{O}(10^{-5})$.

Opisane fizikalne pojave pri posedanju delcev so v preteklosti preučevali predvsem z uporabo direktnih numeričnih simulacij (DNS), najpogosteje z implementacijo *immersed boundary method* (IBM), kjer površino delcev diskretiziramo z Lagrange-evimi točkami. Na površini delca tako s predpisom brez-zdrsnega robnega pogoja simuliramo izmenjavo gibalne količine in s tem tlačno in hitrostno motnjo v tekočini. Pri preračunu gibanja več delcev po metodi IBM je tako popis hidrodinamičnih interakcij inherentni rezultat tovrstne simulacije, ki je nedvomno tudi najnatančnejši [29]. Glavna omejitev tovrstnega pristopa, ki pogostokrat preprečuje simulacije realnih industrijskih naprav, je računski čas, ki lahko naraste do $\mathcal{O}(10^7)$ CPU ur [29]. Zaradi znanega učinka hidrodinamičnih interakcij na posamezne delce v sistemu, ki se skozi spremembo vektorja sile na delec odrazi v perturbaciji njegovega položaja, se zdi mikroskopsko simuliranje hitrostnih in tlačnih polj okoli delcev redundantno. V ta namen so bile v bližnji preteklosti razvite nekatere probabilistične metode popisa hidrodinamičnih interakcij [2, 22], kar odpira pot do ideje determinističnega pristopa z uporabo podatkovnih metod. Pri teh je ideja v učenju umetne nevronske mreže (ANN) za predikcijo sile glede na dejanske koordinate sosednjih delcev, s katerimi naj bi nadomestili potratno računanje po direktnih metodah [14, 23, 15].

V prispevku predstavljamo večtelesno obnašanje delcev pri posedanju v mirujoči tekočini in vpliv le–tega na kolektivno obnašanje celotnega oblaka delcev. V ta namen vpeljujemo metode strojnega učenja, ki nam služijo kot nadomestek za izračun hidrodinamičnih interakcij, ki privedejo do kompleksnega večtelesnega obnašanja. Z rezultati poskušamo pokazati, da lahko z nadomestnim modeliranjem z uporabo strojnega učenja popišemo enake fizikalne pojave, kot z uporabo metod DNS. V prispevku se osredotočimo na režim razredčenega posedanja trdnih sferičnih delcev, ki je predmet študije v mnogih industrijskih kot tudi okoljskih aplikacijah [7].

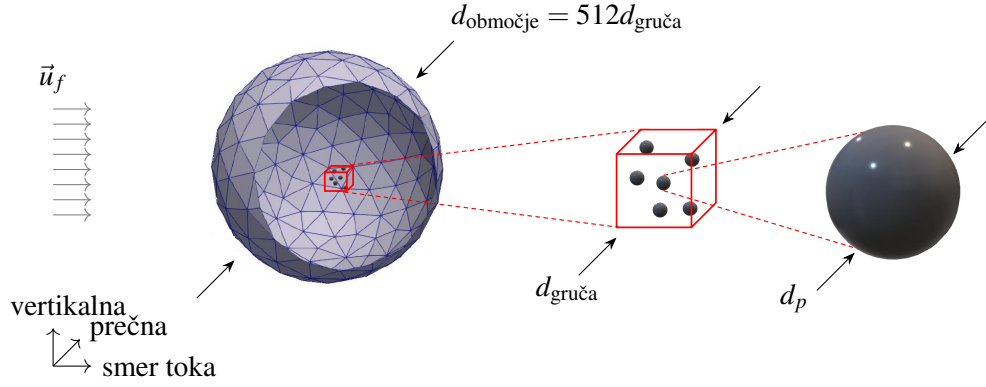
2 Metode

2.1 Izgradnja baze podatkov

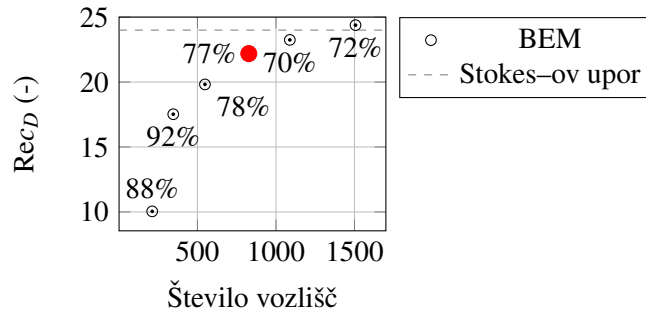
Bazo podatkov za trening ANN smo zgradili z zagonom 14000 simulacij po metodi robnih elementov (BEM), z uporabo lastne kode Andromeda [20]. Zasnovano BEM simulacij prikazuje slika 1. V sredino sferičnega računskega območja s premerom $512d_p$ postavimo šest sferičnih delcev. V računskem območju predpišemo fiksno hitrost tekočine $\vec{u}_f$, s čimer simuliramo t.i. čepasti tok oz. tok okoli osamljene gručice delcev. V območju rešujemo vodilno enačbo za Stokes–ov tok,

$$-\vec{\nabla}p + \mu_f \nabla^2 \vec{u}_f = 0, \quad (3)$$

kjer p predstavlja tlak. BEM zahteva diskretizacijo zgolj roba območja, zaradi česar smo sposobni opraviti veliko število simulacij v sprejemljivem času. Prav tako je direkten rezultat zgornje enačbe po BEM napetost na steni delca. S tem se izognemo dodatnemu koraku



Slika 1: Definicija problema za izgradnjo baze podatkov po BEM.



Slika 2: Sila, s katero tekočina deluje na posamezen delec v odvisnosti od števila uporabljenih vozlišč mreže. Oznake simbolov se nanašajo na delež vozlišč, ki odpade za diskretizacijo površine delca. Mreža, izbrana za nadaljnje simulacije, je prikazana z rdečo barvo.

računanja napetosti iz hitrosti, pri čemer bi zaradi numeričnega računanja odvodov v rezultat vnesli dodatno numerično napako, če bi za ta namen uporabili metodo končnih volumnov.

Analizo napake zaradi diskretizacije prikazuje slika 2. Za določitev ustrezne prostorske diskretizacije smo izvedli serijo simulacij osamljenega delca, za katerega je znana analitična vrednost sile upora, ki znaša v brezdimenzijski obliki $Rec_D = 24$. Koeficient upora je po definiciji določen kot $c_D = |\vec{F}| / (A_p \frac{1}{2} \rho_f |\vec{u}_f - \vec{u}_p|^2)$, kjer je A_p površina projekcije delca. Izračun numerične negotovosti po Celik-ovi metodi [6] daje red konvergence 2,52, kar nakazuje na odlično konvergenco uporabljene metode. Ekstrapolirana vrednost na najbolj fini mreži daje rezultat $Rec_D = 26,32$, kar nakazuje, da hipotetični rezultat na neskončno fini mreži odstopa od teoretične rešitve za $\sim 8\%$. To je moč pripisati končni velikosti računskega območja ($512d_p$), saj bi za dosego teoretično eksaktne rešitve, $Rec_D = 24$, morali simulirati neskončno veliko območje okoli gruče delcev, kamor v teoriji seže difuzijski prenos gibalne količine pri Stokes-ovem toku.

V vsaki izmed 14000 BEM simulacij smo naključno spremenili postavitev petih delcev okoli srednjega, referenčnega delca, na kateremu smo računali napetosti. Poleg lateralnih kombinacij petih sosedov smo spreminjali tudi njihovo radialno oddaljenost, s čimer želimo popisati efekt

lokalnega volumskega deleža, ki ga izračunamo kot [8]

$$\phi = \frac{15V_p}{4\pi|\vec{r}_{j,\max}|^3}, \quad (4)$$

kjer je V_p volumen delca in $|\vec{r}_{j,\max}|$ razdalja od referenčnega delca do najbolj oddaljenega sosedu.

2.2 Model strojnega učenja

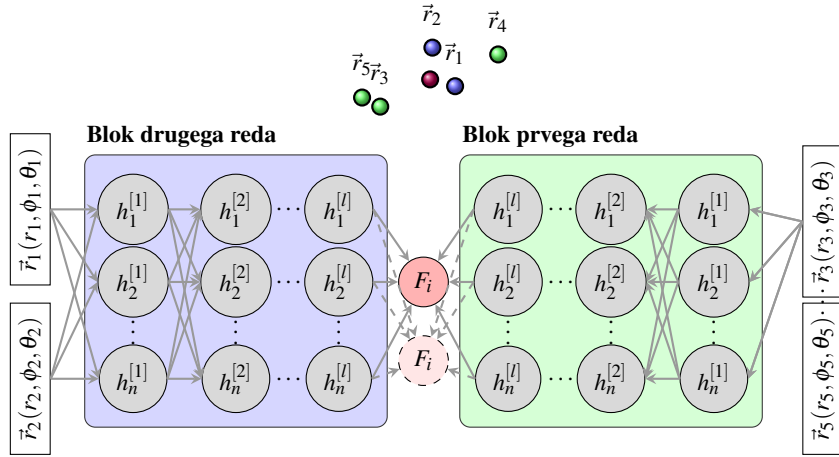
Za predikcijo sil na delce izvedemo trening ANN, ki izvaja naslednjo preslikavo:

$$\vec{F}_i = \mathcal{F}[\vec{r}_1 \dots \vec{r}_5]; \quad \vec{F}_i \in \mathbb{R}^3; \quad [\vec{r}_1 \dots \vec{r}_5] \in \mathbb{R}^{15}. \quad (5)$$

Velikost prostora vhodnih parametrov je $\mathbb{R}^{15}$, saj vnašamo v ANN po tri koordinate za vsakega izmed petih sosednjih delcev. Na izhodu želimo vektor sile na referenčni delec, zato je velikost prostora izhodnih parametrov $\mathbb{R}^3$. Funkcija $\mathcal{F}$ predstavlja serijo linearnih in nelinearnih transformacij, ki se v sekvenci vršijo znotraj ANN. Za naš primer predstavljamo fizikalno podprto arhitekturo ANN, ki jo prikazuje slika 3. Treniramo dve ločeni ANN; za komponento sile v smeri toka: $F_{\text{tok}} = \mathcal{F}_{\text{tok}}[\vec{r}_1 \dots \vec{r}_5]$ in za lateralni komponenti hkrati: $[F_{\text{vert}}, F_{\text{preč}}] = \mathcal{F}_{\text{lat}}[\vec{r}_1 \dots \vec{r}_5]$. Vsako ANN razdelimo na dva bloka, glede na naravo hidrodinamičnih interakcij z naslova naslednjih ugotovitev:

- Klasične goste arhitekture ANN dajejo slabe predikcije sile upora, zaradi kompleksne narave hidrodinamičnih interakcij [3].
- Boljše predikcije dajejo ANN, zgrajene na predpostavki t.i. parnih interakcij [2], ki pravi, da je vsak delec udeležen v interakciji z referenčnim delcem le v paru. S.-Ahmadi in sod. [23] so na tej predpostavki zgradili arhitekturo ANN. Namesto vnašanja koordinat vseh delcev hkrati vnašajo v ANN koordinate vsakega delca posebej, s čimer so zmanjšali prostor vhodnih parametrov na $\mathbb{R}^3$. Končna predikcija sile je torej superpozicija vseh delnih predikcij.
- Predpostavka parnih interakcij je ugodna za trening nevronske mreže, vendar naredimo s tem fizikalno napako, saj je za celovit popis večtelesnega obnašanja zaradi hidrodinamičnih interakcij potrebna obravnavo celotnega sistema delcev. V našem primeru zato uporabimo predpostavko parnih interakcij le za tri najoddaljenejše delce, medtem ko pošljemo dva najbližja delca skozi ANN hkrati. Slednje utemeljimo z ugotovitvami drugih avtorjev, ki pravijo, da so višjeredne interakcije pomembne predvsem za najbližje delce [4, 22].

Trening ANN smo izvedli z odprtokodnim paketom PyTorch [1], kjer smo v obeh ANN (za trening komponente v smeri toka in za trening lateralne komponente) uporabili v bloku prvega reda tri skrite plasti po 30 umetnih nevronov, medtem ko smo v bloku drugega reda uporabili dve skrite plasti po 40 umetnih nevronov. Hiperparametre smo določili po intenzivni študiji povprečne napake, z uporabo t.i. k -fold metode. Natreniran model smo v obliki matrik in vektorjev uteži izvozili za implementacijo v paket OpenFOAM [30] za simulacije CFD. Paket OpenFOAM omogoča s svojo močno objektno orientirano zasnovo v C++ fleksibilno implementacijo novih podmodelov, kar nam omogoča izgradnjo ANN direktno v knjižnici za Lagrange-evo sledenje točkastim delcem.



Slika 3: Shematski prikaz fizikalno podprte arhitekture ANN. Treniramo dve ločeni ANN; eno za komponento sile v smeri toka in drugo za obe lateralni komponenti hkrati. Vsako ANN razdelimo na dva bloka; blok prvega reda, s katerim popišemo parne interakcije in blok drugega reda, s katerim popišemo višjeredne interakcije. Zgoraj velja: $|\vec{r}_1| < |\vec{r}_2| < |\vec{r}_3| < |\vec{r}_4| < |\vec{r}_5|$.

3 Rezultati

3.1 BEM simulacije

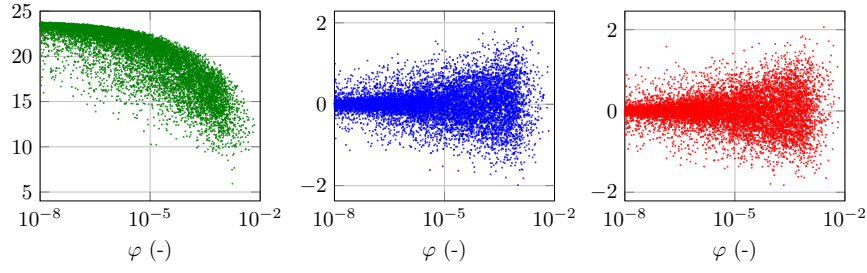
Rezultate 14000 BEM simulacij prikazuje slika 4. V limiti $\varphi \rightarrow 0$, kjer je φ izračunan po enačbi (4), se komponenta v smeri toka približuje Stokes-ovi sili, $Rec_D = 24$. Za 30% delcev je ta sila vsaj 15% nižja od Stokes-ove. Zanimiva je ugotovitev, da je v določenih primerih dejanska sila nezanemarljivo nižja od Stokes-ove tudi globoko v razredčenem režimu, kar nakazuje na pomembnost daljnosežnih hidrodinamičnih interakcij, ki prevladujejo v tem režimu. Podobno dobimo v teh primerih nezanemarljivo velikost lateralne sile, česar s klasičnimi modeli oblike $F_d = f(\text{Re}, \varphi)$ ne moremo popisati.

3.2 Posedanje delcev v zraku

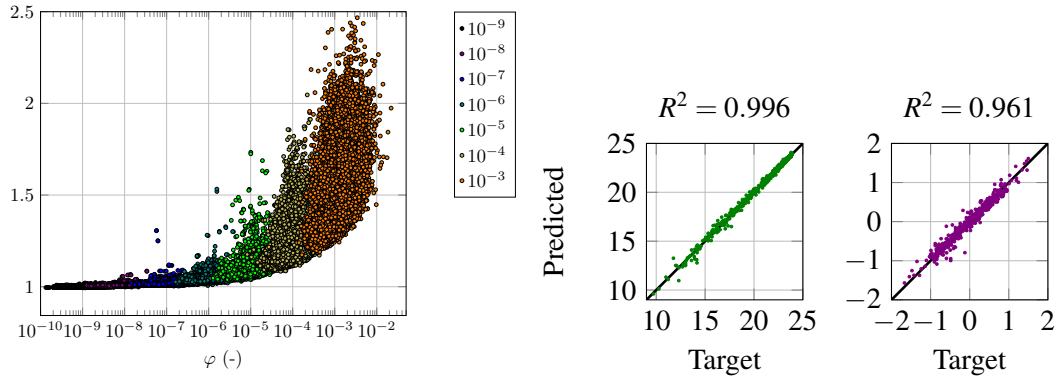
Simuliramo posedanje 33000 delcev v kocki s stranico L . Na ploskvah kocke je periodični robni pogoj. S spreminjanjem L nadzorujemo povprečni volumski delež disperzne faze, ki je pri $t = 0$ v kocki razpršena naključno. Lastnosti disperzne faze so prikazane v tabeli 1.

Tabela 1: Fizikalne lastnosti disperzne faze.

Premer delca (d_p)	25 μm
Gostota delca (ρ_p)	2500 kg/m^3
Karakteristični odzivni čas delca (τ)	4,79589 ms
Stokes-ova hitrost posedanja ($u_{p,Stokes}$)	0,0470 m/s



Slika 4: Rezultati BEM simulacij. Z leve proti desni slika prikazuje rezultate za komponento sile v smeri toka, vertikalno in prečno silo. Na vertikalni osi je sila Rec_D v brezdimenzijski obliki.



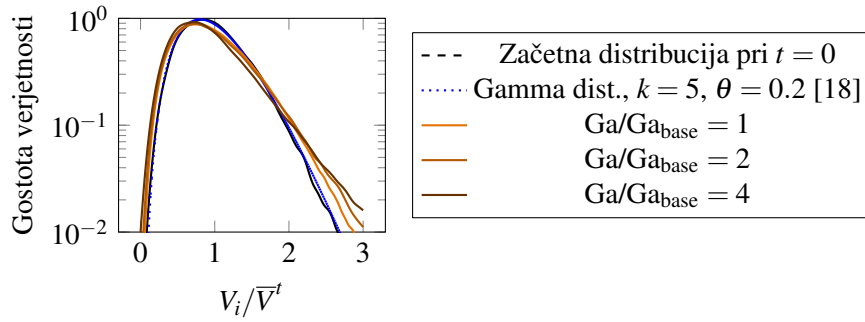
Slika 5: (levo) Rezultati hitrosti posedanja, $1/\beta$. Z barvami označujemo različne začetne volumske deleže. Vsaka točka prikazuje hitrost simuliranega delca po $100\tau_p$. (desno) Rezultati treninga ANN za komponento sile v smeri toka in lateralni komponenti.

Vsi rezultati so prikazani v brezdimenzijski obliki. Za hitrost velja

$$\frac{u_p}{u_{p,Stokes}} = \frac{1}{\beta}, \quad (6)$$

kjer je β faktor, vpeljan v izraz za dejansko silo upora na delec, $F_d = 3\pi\beta\mu_f d_p u_p$, od koder izraz za brezdimenzijsko silo upora, $\beta = F_d/(3\pi\mu_f d_p u_p)$. Rezultate hitrosti posedanja prikazuje slika 5. Opazimo splošen trend naraščanja terminalne hitrosti posedanja z volumskim deležem. Podoben pojav sta opazila Uhlmann & Doychev [29], ki sta se problema lotila z implementacijo IBM. Prav tako so Penlou in sod. [19] efekt višje hitrosti posedanja opazili pri PIV meritvah $d_p = 78 \mu\text{m}$ delcev vulkanskega pepela. Obe skupini sta ta efekt pripisali grupiranju delcev, kjer sta Uhlmann & Doychev [29] pokazala, da se z višanjem Ga števila efekt grupiranja delcev pri posedanju še poveča.

Efekt grupiranja delcev lahko preučimo s t.i. Voronoï analizo, z uporabo odprtokodne C++ knjižnice Voro++ [21]. Za testiranje smo izbrali primer z $\phi = 10^{-3}$, saj je pri večjih volumskih deležih pričakovan večji učinek [29]. Test smo opravili za tri Ga števila. Rezultate prikazuje



Slika 6: Verjetnostna porazdelitev volumnov Voronoï celic, normiranih na povprečni volumen, $\bar{V}^t$. Ga število povečujemo s povečevanjem premera delca v tabeli 1.

slika 6. Avtorja Ferenc & Nédá [11] sta pokazala, da funkcija verjetnostne porazdelitve Voronoï volumnov za delce v 3D prostoru izkazuje gama porazdelitev. Za validacijo smo rezultat pri $t = 0$ primerjali z avtorji Oujia in sod. [18], ki so določili parametre gama porazdelitve za delce razpršene v prostoru in ugotovili dobro ujemanje. Rezultati za različna Ga števila so povprečeni po statistično stacionarnem stanju, od $50\tau_p$ do $100\tau_p$. V vseh treh primerih opazimo razširitev funkcije gostote verjetnosti, kar nakazuje na formacijo gruč delcev kot tudi praznin. Čeprav je vpliv Ga števila relativno majhen, z njegovim povečevanjem pride do zaznavnega povečanja učinka grupiranja, kar je v skladu z ugotovitvami Uhlmann & Doychev [29].

4 Zaključek

V prispevku smo izvedli trening fizikalno podprte arhitekture ANN za predikcijo hidrodinamičnih interakcij med delci v toku. Natreniran model smo implementirali v CFD paket OpenFOAM in izvedli serijo simulacij posedanja trdnih delcev v zraku. Model se je izkazal kot dober nadomestek za simulacije fizikalnih pojavov v tokovih z delci, ki jih je bilo prej moč popisati z DNS.

Literatura

- [1] Adam Paszke, Sam Gross, Soumith Chintala, Gregory Chanan, Edward Yang, Zach DeVito, Zeming Lin, Alban Desmaison, Luca Antiga, and Adam Lerer. Automatic differentiation in PyTorch. 2017.
- [2] G. Akiki, T. L. Jackson, and S. Balachandar. Pairwise interaction extended point-particle model for a random array of monodisperse spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 813:882–928, Feb. 2017.
- [3] S. Balachandar, W. C. Moore, G. Akiki, and K. Liu. Toward particle-resolved accuracy in Euler–Lagrange simulations of multiphase flow using machine learning and pairwise interaction extended point-particle (PIEP) approximation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 34(4):401–428, Aug. 2020.

- [4] G. K. Batchelor. Sedimentation in a dilute dispersion of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 52(2):245–268, Mar. 1972.
- [5] F. Cabrera-Booman, N. Plihon, and M. Bourgoïn. Path instabilities and drag in the settling of single spheres. *International Journal of Multiphase Flow*, 171:104664, Jan. 2024.
- [6] I. Celik, G. Urmila, R. Patrick J., and F. Christopher J. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *Journal of Fluids Engineering*, 130(7):078001, 2008.
- [7] M. M. Clark. *Transport Modeling for Environmental Engineers and Scientists*, volume 2 of *Environmental Science and Technology*. Wiley, New York, NY, 2 edition, 1996.
- [8] P. J. Clark and F. C. Evans. Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations. *Ecology*, 35(4):445–453, Oct. 1954.
- [9] S. Elghobashi and G. C. Truesdell. On the two-way interaction between homogeneous turbulence and dispersed solid particles. I: Turbulence modification. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 5(7):1790–1801, July 1993.
- [10] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chemical engineering progress*, 48, 1952.
- [11] J.-S. Ferenc and Z. Néda. On the size distribution of Poisson Voronoi cells. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 385(2):518–526, Nov. 2007.
- [12] A. F. Fortes, D. D. Joseph, and T. S. Lundgren. Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 177:467–483, Apr. 1987.
- [13] D. Gidaspow. *Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions*. Academic Press, 1994.
- [14] L. He and D. K. Tafti. A supervised machine learning approach for predicting variable drag forces on spherical particles in suspension. *Powder Technology*, 345:379–389, Mar. 2019.
- [15] L. Jbara, Z. Cheng, and A. Wachs. A physics-inspired neural network to model higher order hydrodynamic interactions in heterogeneous suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, 185:105131, Apr. 2025.
- [16] M. Jenny, J. Dusek, and G. Bouchet. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 508:201–239, June 2004.
- [17] M. Moriche, D. Hettmann, M. García-Villalba, and M. Uhlmann. On the clustering of low-aspect-ratio oblate spheroids settling in ambient fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 963:A1, May 2023.
- [18] T. Oujia, K. Matsuda, and K. Schneider. Divergence and convergence of inertial particles in high-Reynolds-number turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 905:A14, Dec. 2020.

- [19] B. Penlou, O. Roche, M. Manga, and S. Van Den Wildenberg. Experimental Measurement of Enhanced and Hindered Particle Settling in Turbulent Gas-Particle Suspensions, and Geophysical Implications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(3):e2022JB025809, Mar. 2023.
- [20] J. Ravník. Andromeda, a BEM based Stokes flow solver. Zenodo, Feb. 2025.
- [21] C. H. Rycroft. VORO++ : A three-dimensional Voronoi cell library in C++. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 19(4):041111, Dec. 2009.
- [22] A. Seyed-Ahmadi and A. Wachs. Microstructure-informed probability-driven point-particle model for hydrodynamic forces and torques in particle-laden flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 900:A21, Oct. 2020.
- [23] A. Seyed-Ahmadi and A. Wachs. Physics-inspired architecture for neural network modeling of forces and torques in particle-laden flows. *Computers & Fluids*, 238:105379, Apr. 2022.
- [24] M. Sommerfeld. Numerical Methods for Dispersed Multiphase Flows. In T. Bodnár, G. P. Galdi, and Š. Nečasová, editors, *Particles in Flows*, pages 327–396. Springer International Publishing, Cham, 2017.
- [25] G. G. Stokes. On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9:8, Jan. 1851.
- [26] G. Subramanian and D. L. Koch. Evolution of clusters of sedimenting low-Reynolds-number particles with Oseen interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 603:63–100, May 2008.
- [27] H. Tang, J. Rabault, A. Kuhnle, Y. Wang, and T. Wang. Robust Active Flow Control over a Range of Reynolds Numbers Using an Artificial Neural Network Trained through Deep Reinforcement Learning. *Physics of Fluids*, 32(5):053605, May 2020.
- [28] K. W. Torre and J. de Graaf. Hydrodynamic Interactions in Particle Suspensions: A Perspective on Stokesian Dynamics, Mar. 2025.
- [29] M. Uhlmann and T. Doychev. Sedimentation of a dilute suspension of rigid spheres at intermediate Galileo numbers: The effect of clustering upon the particle motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 752:310–348, Aug. 2014.
- [30] H. G. Weller, G. Tabor, H. Jasak, and C. Fureby. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in Physics*, 12(6):620–631, Nov. 1998.
- [31] Wen and C. Yu. Mechanics of fluidization. In *Fluid Particle Technology, Chem. Eng. Progress. Symposium Series*, volume 62, pages 110–111, 1966.



Termo-mehanska analiza 3D natisnjenih nateznih preizkušancev iz polilaktične kisline z iztiskavanjem materiala

Blaž Hanželič¹, Gregor Harih¹ in Branko Nečemer¹

Thermo-mechanical characterization of 3D printed samples from polylactic acid by material extrusion

Povzetek: Za polimerne materiale (termoplaste), ki jih uporabljamo v okviru dodajalne izdelave z iztiskavanjem materiala je značilno, da so mehanske lastnosti spremenijo glede na obratovalne pogoje, ki so jim lahko izdelki izpostavljeni tekom življenjskega cikla. Tako je v prispevku predstavljena eksperimentalna in numerična termo-mehanska analiza 3D natisnjenih nateznih vzorcev iz polilaktične kisline (PLA) pri enoosni kvazi-statični natezni obremenitvi pri različnih temperaturah pod temperaturo steklastega prehoda (T_g). Preizkušanci so bili izdelani z dodajalno izdelavo iztiskavanja materiala s ciljnim nalaganjem slojev (ng. *Fused Deposition Modeling–FDM*) pri dveh različnih temperaturah tiskanja, kjer smo preverili vpliv temperature tiskanja na mehanske lastnosti v smeri tiskanja, ter na podlagi termo-mehanskih eksperimentalnih testiranj validirali konstitutivni numerični materialni model. Rezultati numeričnih simulacij kažejo dobro ujemanje z eksperimentalno pridobljenimi rezultati termo-mehanskih testiranj.

Abstract: Polymeric materials used in material extrusion additive manufacturing exhibit notable variations in mechanical properties depending on the operating conditions during the product's service life. This study presents a combined experimental and numerical thermo-mechanical analysis of 3D printed polylactic acid (PLA) tensile specimens, tested under uniaxial quasi-static loading at temperatures below glass transition temperature (T_g). The specimens were fabricated using fused deposition modelling (FDM) with controlled layer orientation at two different printing temperatures, enabling the investigation of printing temperature effects on mechanical performance. A constitutive numerical material model was calibrated and validated based on the thermo-mechanical test results. The simulation results show strong agreement with the experimental data, confirming the model's capability to accurately capture the temperature-dependent mechanical behaviour of printed PLA components.

1 Uvod

Iztiskavanje materiala (ang. Material Extrusion) s tehnologijo ciljnega nalaganja slojev (ang. *Fused Filament Fabrication–FFF*) oz. z modeliranjem s spajanjem slojev (ang. *Fused Deposition Modeling–FDM*) je relativno stara tehnologija, ki izvira iz 90. let 20. stoletja, ko

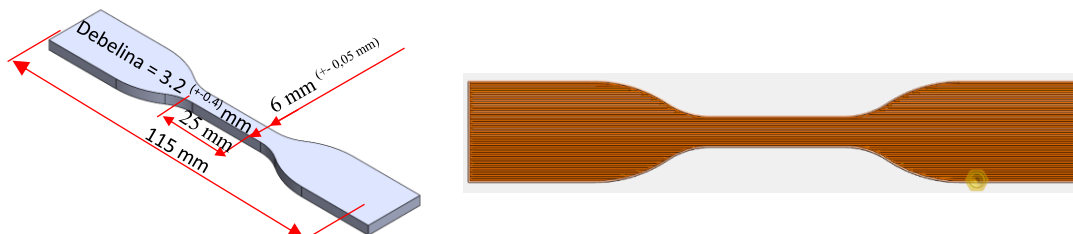
¹Univerza v Mariboru, Fakulteta za Strojništvo

je Scott Crump patentiral prvi 3D tiskalnik in je ena izmed najpopularnejših in najbolj uporabljenih tehnologij s področja dodajalne izdelave (*ang. Additive Manufacturing*), saj je cenovno ugodna ter uporabna v zelo širokem spektru aplikacij [1]. Pri omenjeni tehnologiji uporabljamo termoplaste, pri čemer je eden najpogostejše uporabljenih materialov pri FFF tehnologiji 3D tiska polimlečna oz. polilaktična ksilina PLA, ki je biorazgradljiv poliester naravnega izvora [2]. Mehanske in geometrijske lastnosti in kakovost površine 3D tiskanih izdelkov je močno odvisna od procesnih parametrov (orientacija tiskanja, temperatura šobe, temperatura delovne mize, hitrost tiskanja) in parametrov sloja (vzorec zapolnitve, gostota zapolnitve, višina sloja, orientacija sloja) [3, 4]. Že majhne variacije posameznih parametrov lahko rezultirajo v slabših mehanskih lastnostih in posledično vodijo do zmanjšane nosilnosti 3D natisnjenih elementov [5]. Za polimerne materiale zlasti termoplaste kot PLA je značilno, da se mehanske lastnosti izrazito spreminjajo s hitrostjo obremenjevanja in okoliškimi pogoji (temperatura in vlaga) [6, 7]. Posledično je potrebno za celovito materialno karakterizacijo opraviti številna eksperimentalna testiranja, kar pa je časovno zamudno. V ta namen so raziskovalci začeli uporabljati numerične simulacije, ki temeljijo na metodi končnih elementov (MKE), ter razvijati in uporabljati materialne modele s katerimi lahko celovito opišemo mehanske lastnosti pri različnih obremenitvenih stanjih. Omenjeni eksperimentalni in numerični pristopi bodo obravnavani v prispevku, v katerem bo prikazana termo-mehanska karakterizacija 3D natisnjenih preizkušancev pri različnih temperaturah tiskanja in obremenjevanja pod temperaturo steklastega prehoda. Na podlagi eksperimentalnih rezultatov je bil kalibriran temperaturno odvisen konstitutiven materialni model, ki dobro opisuje mehansko obnašanje 3D natisnjenega PLA tudi pri povišanih temperaturah.

2 Metode

2.1 Generiranje geometrije in 3D tisk nateznih preizkušancev

Geometrija nateznih preizkušancev je bila modelirana v programskem okolju SolidWorks 2024 v skladu s standardom ASTM D638 (tip preizkušanca IV) za določanje nateznih lastnosti trdnih polimernih materialov [8]. Geometrija vzorca, dimenzije in profil razreza na posamezne sloje so prikazani na sliki 2. Vzorci so bili natisnjeni s PLA filamentom premera 1,75 mm (Polymaker, Nizozemska) z materialnimi podatki podanimi s strani proizvajalca: (gostota materiala 1,17 g/cm³, temperatura tališča 150 °C in temperatura steklastega prehoda (T_g) pri 61 °C). Vzorci so bili razrezani na posamezne sloje v programskem okolju FlashPrint 5 in nato 3D natisnjeni na tiskalniku Flashforge Creator 4A HT z uporabo šobe premera 0,4 mm. Parametri tiskanja so bili določeni na podlagi priporočil proizvajalca in so povzeti v tabeli 1. Za zagotavljanje ponovljivosti so bile vse serije vzorcev natisnjene pri enakih pogojih.



Slika 1: Geometrija, postavev in orientacija slojev pri 3D tiskanju nateznih vzorcev

Tabela 1: Uporabljeni procesni parametri pri 3D tisku vzorcev

Parametri tiskanja	Vrednost
Premier šobe	0,4 mm
Temperatura šobe	190 in 230 °C
Višina sloja	0,2 mm
Gostota zapolnitve	100 %
Vzorec zapolnitve	»line«
Hitrost tiskanja	60 mm/min
Temperatura platforme	60 °C

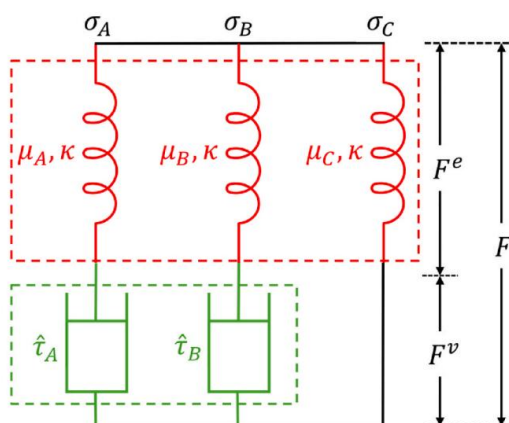
2.2 Eksperimentalna testiranja

Kvazi-statične enoosne natezne preizkuse smo izvedli skladno s standardom ASTM D638 na elektrodinamičnem preskusnem stroju Zwick/Roell LTM 3 opremljenim s temperaturno komoro in 3 kN merilno celico, kjer je bila hitrost pomika prečke 0,0035 /s. Eksperimentalni testi so bili opravljeni pri 20 °C, 30 °C in 40 °C, z linearnim segrevanjem 2 °C/min. Da so bili vzorci temperirani na ciljno temperaturo skozi celoten prerez, je bil preizkušane po doseženi željeni temperaturi izpostavljen zahtevani temperature še dodatnih 5 min.

2.3 Numerične simulacije

2.3.1 Materialni model

V okviru numeričnih simulacij je bil uporabljen tri segmentni konstitutivni materialni model (ang. Three Network Model-TNM), ki omogoča natančen opis mehanskega odziva termoplastov v širokem območju obremenitev in temperatur. Model upošteva viskoelastičnost, viskoplastičnost in temperaturno odvisnost. Izbran je bil zato, ker združuje vse ključne mehanizme, značilne za termoplaste, in s tem omogoča bolj realističen opis njihovega obnašanja kot klasični elastični ali enostavni viskoelastični modeli [9]. Model sestavljajo tri vzporedni segmenti, ki so shematsko predstavljeni v obliki vzmeti in dušilke na sliki 2.



Slika 2 Reološka upodobitev materialnega modela [10]

Skupni deformacijski gradient F^{appl} je definiran kot produkt mehanske in termične komponente

$$F^{appl} = F \cdot F^t, F^t = [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]I, \quad (1)$$

kjer α predstavlja koeficient toplotnega raztezanja, θ trenutno temperaturo, θ_0 pa referenčno temperaturo. Segment A opisuje viskoelastični odziv z uporabo Arruda-Boyce hiperelastičnega potenciala in viskoplastičnega toka. Hitrost toka je podana z zakonom:

$$\dot{\gamma}_A = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_A}{\hat{\tau}_A + aR(p_A)} \right)^{m_A} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^n \quad (2)$$

kjer τ_A predstavlja efektivno deviatorsko napetost, p_A hidrostatski tlak, $\hat{\tau}_A$ referenčni napetostni parameter, a parameter za asimetrijo med nategom in tlakom, m_A eksponent nelinearnosti, n pa temperaturno občutljivost toka. Vloga hidrostatskega tlaka je pri polimerih še posebej pomembna, saj se ti v nateznem stanju deformirajo bistveno hitreje kot v tlačnem, zato parameter a omogoča modeliranje takšne asimetrije. Segment B ima podobno strukturo kot segment A, vendar njen strižni modul μ_B ni konstanten, temveč se razvija s plastično deformacijo po zvezi:

$$\dot{\mu}_B = -\beta(\mu_B - \mu_{Bf})\dot{\gamma}_A \quad (3)$$

Če je $\mu_{Bf} < \mu_{Bi}$, model napove mehčanje po meji tečenja, medtem ko pri $\mu_{Bf} > \mu_{Bi}$ opisuje utrjevanje. Segment C temelji na hiperplastičnem in lahko vsebuje dodatni člen, odvisen od druge invariante napetostnega tenzorja, ki je kontroliran s parametrom q . Ta člen omogoča natančnejši opis dvosmernih in strižnih obremenitev. Skupni Cuchyev napetostni tenzor v modelu je vsota prispevkov vseh treh segmentov:

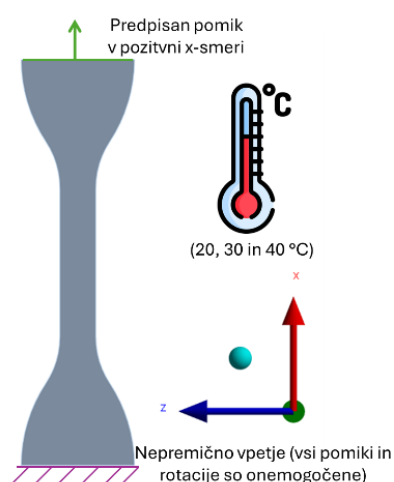
$$\sigma = \sigma_A + \sigma_B + \sigma_C \quad (4)$$

Elastični del temelji na Arruda-Boyce modelu, ki material obravnava kot mrežo osmih polimernih verig, povezanih iz središča kocke v njene vogale. Pri deformaciji se dolžina teh verig spremeni, s tem pa naraste energija sistema. Pomembna značilnost modela je parameter λ_{lock} , ki določa končno raztegljivost verig. Ko se raztezanje približa λ_{lock} , material pokaže izrazito utrjevanje pri velikih deformacijah. Zaradi te lastnosti TNM materialni model omogoča realističen opis nelinearnega elastičnega obnašanja polimerov. Preostali ključni parametri modela so še začetni strižni moduli posameznih segmentov μ_A, μ_B, μ_C , ki določajo začetno togost, parametri viskoplastičnega toka $\hat{\tau}, m, a, n$, ki določajo mejo tečenja, nelinearnost odziva, vpliv hidrostatskega tlaka ter temperaturno občutljivost. Dodatni parametri segmenta B $\mu_{Bi}, \mu_{Bf}, \beta$ opisujejo mehčanje ali utrjevanje po meji tečenja in hitrost tega procesa, parameter q izboljšuje ujemanje v primeru dvosmernih in strižnih obremenitev, parameter κ pa določa stisljivost materiala.

2.3.2 Robni pogoji in kalibracija materialnega modela

Numerične simulacije so se nato izvajale v programskem okolju Ansys Workbench 2023R1 v modulu Static Structural. V omenjen modul je bil uvožen volumski model (3D model), ki je bil je zamrežen z volumskimi končnimi elementi. Obravnavani geometriji je bil v nadaljevanju določen materialni model, ki je bil predhodno kalibriran v programskem okolju MCalibration z uporabo TNM modela. Kalibracija TNM modela v MCalibration poteka z iskanjem optimalnih vrednosti 16 materialnih parametrov, tako da simuliran mehanski odziv čim bolj

ustreza eksperimentalnim podatkom, ki jih prehodno uvozimo v programsko okolje. To iskanje poteka iterativno, kjer program najprej nastavi začetne vrednosti parametrov (glede na uvožene podatke eksperimenta), izvede numerično simulacijo materialnega odziva in izračuna napako (npr. vsoto kvadratov razlik med simulirano in izmerjeno napetostjo). Nato optimizacijski algoritem spremeni vrednosti parametrov in postopek ponovi. Ta iteracija se nadaljuje, dokler ni dosežena minimalna napaka oziroma konvergenca, s čimer dobimo kalibriran model. V nadaljevanju so bili predpisani robni pogoji s fiksnim vpetjem na eni strani numeričnega modela in s predpisanim pomikom, ki je bil definiran na enak način kot v eksperimentu. Dodana je bila tudi obremenitveno stanje v obliki predpisane temperature, kjer smo simulirali materialno obnašanje pri različnih temperaturah, kjer je znotraj enega obremenitvenega stanja bila predpisana konstantna temperatura (simulirali smo preizkušane, ki je po celotnem prerezu temperiran s predpisano temperaturo). Vsi definirani robni pogoji so prikazani na Sliki 3 a).



a)



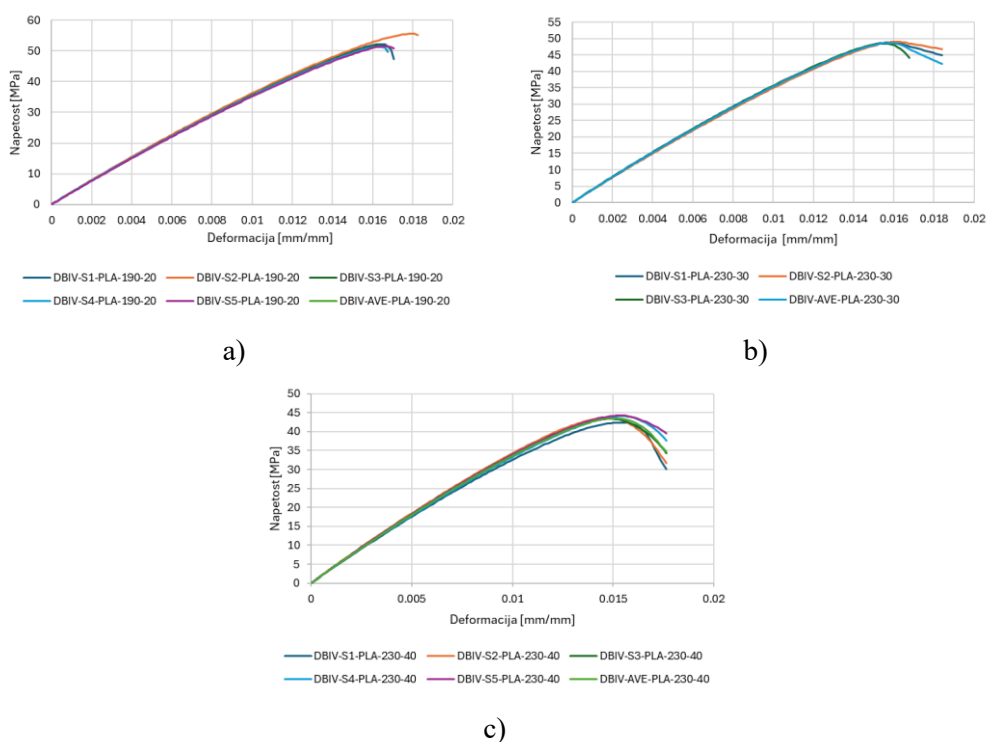
b)

Slika 3: a) Prikaz predpisa robnih pogojev računalniškega modela in b) vpetje enosnih nateznih preizkušancev na stroju

3 Rezultati in diskusija

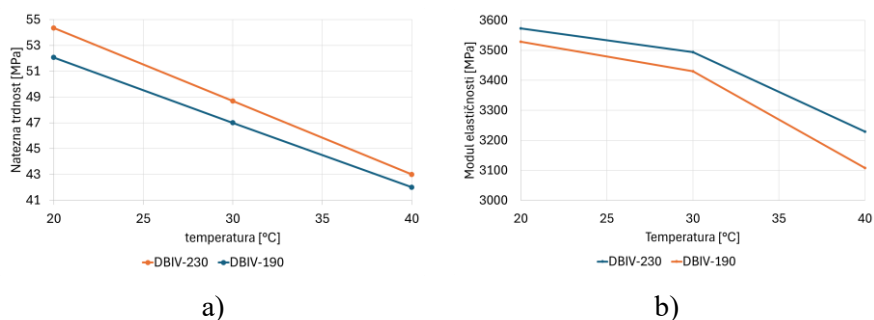
3.1 Eksperimentalni rezultati nateznih testov

V okviru termo-mehanskih testiranj enosno obremenjenih nateznih preizkušancev je bilo mehansko okarakteriziranih pet vzorcev za posamezen tip vzorca (glede na temperaturo tiskanja in testiranja). Mehanski odzivi za posamezno konfiguracijo preizkušancev in izbrano temperaturo eksperimentalnih testiranj prikazuje slika 4.



Slika 4: Rezultati eksperimentalnih testiranj enoosno obremenjenih nateznih preizkušancev pri različnih konfiguracijah tiskanja in temperaturi tiskanja 230 °C pri temperaturi testiranja a) 20 °C, b) 30 °C in c) 40 °C

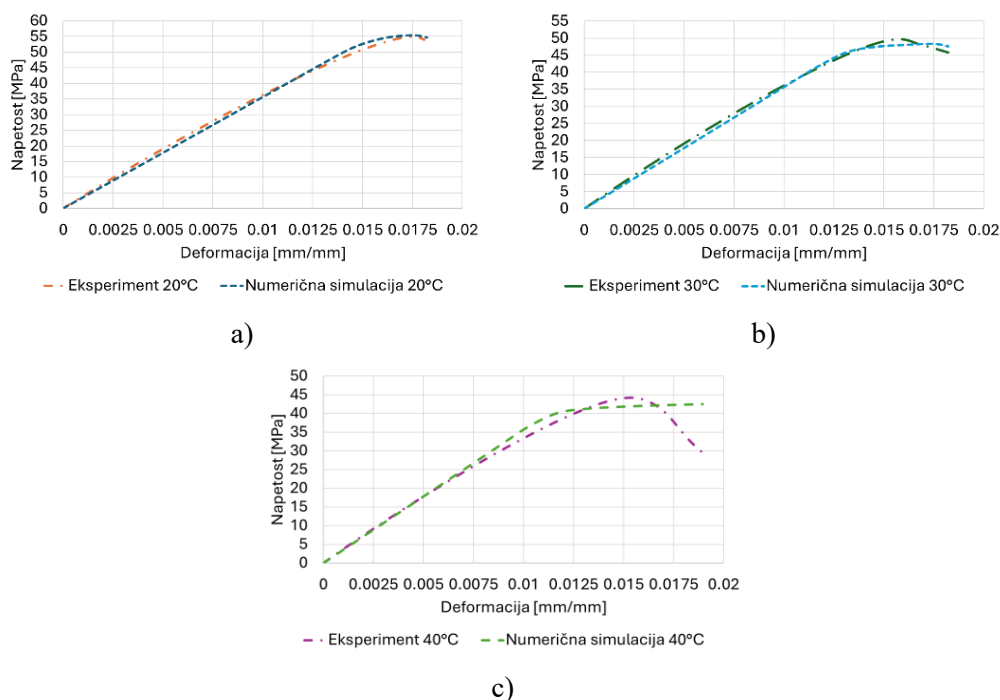
Iz grafov napetost-deformacija na sliki 4 vidimo, da ujemanje med vzorci dobro, saj krivulje lepo nalegajo druga na druga. Odstopanja med posameznimi vrednostnimi se pojavijo zlasti v področju plastifikacije, kar bi bila lahko posledica različnih geometrijskih napak in pa posameznim vključkom znotraj filameta. Analiziran je bil tudi vpliv temperature tiskanja (Slika 5) na eksperimentalno pridobljene mehanske parametre kot sta natezna trdnost in modul elastičnosti. Kot je razvidno iz grafov na sliki 5 z nižanjem temperature tiskanja padajo tudi vrednosti omenjenih parametrov, kjer imamo na primeru natezne trdnosti linearno odvisno nižanje vrednosti natezne trdnosti s temperaturo, pri modulu elastičnosti pa je padanja vrednosti modula s temperaturo vedno bolj izrazito (rahlo stopničast odziv).



Slika 5: Primerjava natezne trdnosti a) in modula elastičnosti b) glede na obravnavani temperaturi tiskanja v odvisnosti od temperaturo testiranja

3.2 Rezultati numeričnih simulacij

Rezultati računalniških simulacij prikazani na sliki 6 kažejo dobro ujemanje z eksperimentalno pridobljenimi rezultati. V prvem koraku je bila izvedena konvergenčna analiza pri predpisanih robnih pogojih, na podlagi katere smo izbrali končno velikost volumskega končnega elementa, ki je v naše primeru znašala 1 mm. Tako je bilo skupno število končnih elementov v obravnavani numerični simulaciji 3487 in 15903 vozlišč. Zelo dobro ujemanje se pojavi pri mehanskem odzivu zlasti pri nižjih temperaturah, pri nekoliko višjih temperaturah (bližje temperaturi steklastega prehoda) pa je omenjeno odstopanje večje.



Slika 6: Primerjava eksperimentalnih in numeričnih rezultatov nateznih preizkušancev pri temperaturi tiskanja 230 °C in pri temperaturi testiranja a) 20 °C, b) 30 °C in c) 40 °C

4 Zaključki

V okviru prispevka je bila obravnavana termo-mehanska karakterizacija nateznih preizkušancev v kvazi-statičnem načinu obremenjevanja pri različnih temperaturah tiskanja in testiranja pod temperaturo steklastega prehoda. Na podlagi eksperimentalno pridobljenih odzivov je bil validiran in uporabljen numeričen konstitutiven materialni model za simuliranje mehanskega obnašanja materiala pri različnih temperaturah pod temperaturo steklastega prehoda. Iz eksperimentalno pridobljenih rezultatov je razvidno, da z višanjem temperature tiskanja dosežemo boljše mehanske lastnosti, hkrati pa lahko opazimo, da se mehanske lastnosti pri obremenjevanju pri povišanih temperaturah zmanjšujejo. Na podlagi rezultatov mehanskih testiranj je bil kalibriran in uporabljen temperaturno odvisen materialni model, ki kaže dobro korelacijo med numerično pridobljenimi rezultati in rezultati eksperimentalnih testiranj. Odstopanja se zlasti pojavijo v področju mehčanja pri višjih temperaturah, kjer bi bilo potrebno opraviti dodatna eksperimentalna testiranja, ki bi nam služila za boljšo

kalibracijo numeričnega materialnega modela in boljše napovedi obnašanja materiala pri povišanih temperaturah. V prihodnje bi omenjen materialni model lahko nadgradili, da bi le ta upošteval orientacijo tiska, ki je ključnega pomena pri analizi mehanskih lastnosti 3D natisnjenih komponent, saj le te izkazujejo zlasti v primeru dodajalne izdelave z iztiskovanjem izrazite anizotropne materialne lastnosti. Omenjeni numerični materialni modeli bi tako lahko bili uporabljeni pri numeričnih simulacijah realnih izdelkov, kjer bi lahko znotraj simulacij zajeli različne okoliške vplive in različne sposobnosti prenašanja obremenitev glede na orientacijo nanašanja slojev.

Zahvala

Avtorji se zahvaljujejo Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije za sofinanciranje raziskovalnega projekta št. Z2-50082 in sofinanciranje raziskovalnega programa št. P2-0063.

Literatura

1. Nazir, A., et al., *Multi-material additive manufacturing: A systematic review of design, properties, applications, challenges, and 3D printing of materials and cellular metamaterials*. Materials & Design, 2023. **226**: p. 111661.
2. Pastor-Artigues, M.-M., et al., *Elastic Asymmetry of PLA Material in FDM-Printed Parts: Considerations Concerning Experimental Characterisation for Use in Numerical Simulations*. Materials, 2020. **13**(1): p. 15.
3. Rivera-López, F., et al., *Effects of Nozzle Temperature on Mechanical Properties of Polylactic Acid Specimens Fabricated by Fused Deposition Modeling*. Polymers, 2024. **16**(13): p. 1867.
4. Cadete, M.S., et al., *Influence of 3D-printing deposition parameters on crystallinity and morphing properties of PLA-based materials*. Progress in Additive Manufacturing, 2024: p. 1-11.
5. Cojocaru, V., et al., *The influence of the process parameters on the mechanical properties of PLA specimens produced by fused filament fabrication—A review*. Polymers, 2022. **14**(5): p. 886.
6. Slavković, V., et al., *Thermo-Mechanical Behavior and Strain Rate Sensitivity of 3D-Printed Polylactic Acid (PLA) below Glass Transition Temperature (T_g)*. Polymers, 2024. **16**(11): p. 1526.
7. Luo, J., et al., *On strain rate and temperature dependent mechanical properties and constitutive models for additively manufactured polylactic acid (PLA) materials*. Thin-Walled Structures, 2022. **179**: p. 109624.
8. International, A., *Standard test method for tensile properties of plastics*. 2014: ASTM international.
9. Bergstrom, J.S., *Mechanics of solid polymers: theory and computational modeling*. 2015: William Andrew.
10. Alhourani, A., et al., *Constitutive models for the thermo-mechanical and dynamic behavior of high-density polyethylene*. Polymer Testing, 2025. **150**: p. 108935.



Numerična in eksperimentalna analiza 3D tiskanega naslona iz celičnega metamateriala

Vasja Plesec¹, Jasmin Kaljun¹, Blaž Hanželič¹ in Gregor Harih¹

Numerical and Experimental Analysis of a 3D-Printed Cellular Metamaterial Support

Povzetek. V prispevku sta predstavljeni numerična in eksperimentalna analiza naslona za roko, izdelanega z uporabo 3D tiska in elastičnega celičnega metamateriala. Glavni cilj raziskave je bila izboljšava biomehanskega odziva blazinice naslona in s tem povečanje udobja pri dolgotrajni uporabi računalniške miške. S pomočjo računalniške simulacije je bila analizirana interakcija med biološko roko in metamaterialno strukturo blazinice, pri čemer sta bila uporabljena geometrija roke na osnovi medicinskih slik (CT) ter eksperimentalno določene mehanske lastnosti različnih celičnih konfiguracij, pridobljene s tlačnimi preizkusi 3D-natisnjenih vzorcev iz biokompatibilne smole. Na podlagi numerične analize kontaktnega tlaka in pomika blazinice je bila kot najustreznejša prepoznana celična struktura z velikostjo celic 9 mm in debelino ligamentov 1,5 mm. Prispevek izpostavlja pomen biomehanskega modeliranja in eksperimentalnega testiranja pri razvoju ergonomskih naslonov iz celičnih metamaterialov.

Abstract. This paper presents a numerical and experimental analysis of an armrest manufactured using 3D printing and an elastic cellular metamaterial. The primary objective of the research was to improve the biomechanical response of the cushion and, consequently, enhance comfort during prolonged computer mouse use. The interaction between the biological arm and the metamaterial structure of the cushion was analyzed through computer simulations, based on CT-derived arm geometry and experimentally determined mechanical properties of various cellular configurations, obtained from compression tests on 3D-printed samples made from biocompatible resin. Numerical analysis of contact pressure and cushion displacement identified a cellular structure with a 9 mm cell size and 1.5 mm ligament thickness as the most suitable. This paper highlights the importance of biomechanical modeling and experimental testing in the development of ergonomic supports using cellular metamaterials.

1 Uvod

Sodobna delovna mesta vse pogosteje vključujejo dolgotrajno sedenje in ponavljajoče se gibe roke, kar pomembno prispeva k pojavnosti mišično-skeletnih obolenj, zlasti v predelu zapestja, podlakti in ramen [1]. Eden izmed ključnih dejavnikov, ki vplivajo na nastanek tovrstnih težav,

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo, Slovenija

je neustrezna ali povsem odsotna ergonomska podpora za roko pri delu z računalniško miško [2]. Kljub številnim že obstoječim komercialnim rešitvam ostaja izziv neenakomerna porazdelitev kontaktnega tlaka ter pomanjkanje prilagodljivosti različnim anatomskim in antropometričnim značilnostim uporabnikovih rok [3].

V zadnjem desetletju se kot odgovor na te izzive intenzivno razvijajo novi pristopi k oblikovanju ergonomskih pripomočkov. Posebno obetavni so t. i. elastični celični metamateriali, strukturirani materiali z namensko zasnovano notranjo geometrijo, ki omogoča prilagodljivo mehansko odzivanje brez potrebe po spreminjanju osnovnega materiala [4]. Njihova uporaba v kombinaciji s tehnologijo 3D-tiskanja odpira nove možnosti pri razvoju ergonomskih izdelkov z lokalno variabilnimi mehanskimi lastnostmi [5]. Specifični mehanski odziv teh struktur, zlasti značilen deformacijski plato, omogoča deformacijo pri skoraj konstantni napetosti oz. tlaku, kar vodi v učinkovito prerazporeditev kontaktnih tlakov na večjo površino in s tem zmanjšuje tlačne koncentracije ter povečuje uporabniško udobje [6].

Poleg prerazporeditve tlaka in izboljšane udobja je za kakovost ergonomske podpore ključna tudi njena stabilnost med uporabo. Prekomerna deformacija lahko vodi v nestabilnost naslona, kar negativno vpliva na uporabniško izkušnjo. Zato je potrebno poiskati optimalno razmerje med udobjem in stabilnostjo, kar je možno doseči z nadzorom višine deformacijskega platoja. Ta parameter je mogoče uravnavati s spreminjanjem velikosti in tipa osnovnih celic, debeline sten oziroma ligamentov ter izbiro osnovnega materiala. Pri izdelkih, ki prihajajo v stik z biološkim tkivom, si prizadevamo načrtovati deformacijski odziv tik pod pragom neudobja, s čimer zmanjšamo nepotrebne pomike, hkrati pa zagotovimo ustrezno udobje [7].

V okviru predstavljene raziskave smo analizirali ergonomski naslon za roko, temelječ na elastičnem celičnem metamaterialu. Za ta namen smo razvili numerični biomehanski model roke, ki je omogočil simulacijo interakcije med blazinicami in biomehanskim sistemom človeške roke. Z uporabo homogeniziranih materialnih modelov, pridobljenih iz tlačnih preizkusov 3D-natisnjenih vzorcev, smo izvedli analizo kontaktnih tlakov in deformacij v različnih konfiguracijah celičnih struktur. Na podlagi te rezultatov smo predlagali najustreznejšo velikost in debelino ligamentov celic.

Prispevek predstavlja razvojni in validacijski proces, ki vključuje integracijo geometrijskega 3D-modeliranja, numeričnih simulacij in eksperimentalnega testiranja. Rezultati kažejo, da kombinacija biomehanske analize, napredne geometrijske zasnove in uporabe elastičnih celičnih metamaterialov omogoča razvoj naprednih ergonomskih rešitev, prilagojenih sodobnim potrebam uporabnikov.

2 Metode in materiali

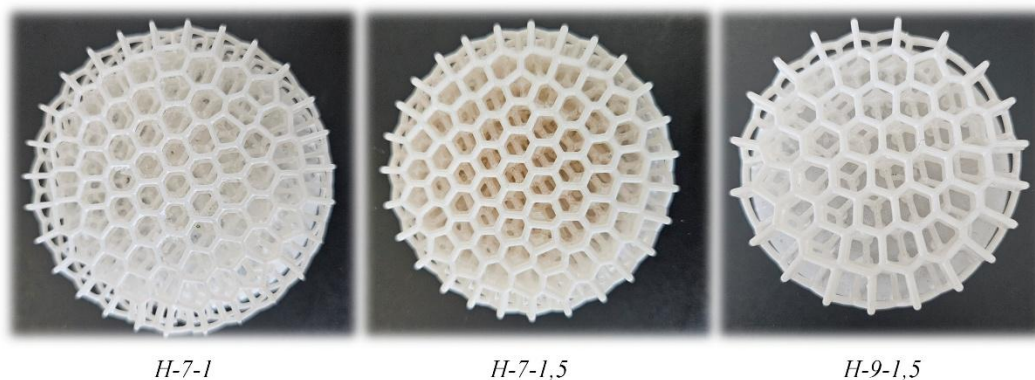
2.1 Mehanska karakterizacija 3D tiskanih odprto-celičnih vzorcev

Eksperimentalna mehanska karakterizacija 3D-natisnjenih vzorcev je bila izvedena na univerzalni napravi za mehansko testiranje (Tinius Olsen H10KT) v obliki enosnih tlačnih preizkusov (pri sobni temperaturi in v skladu s standardom ISO 3386-1:1996), kjer je bila uporabljena 5 kN obremenitvena celica (slika 1).



Slika 1: Prikaz postavitve preizkušancev med tlačne čeljusti.

Geometrija tlačnih preizkušancev je bila določena v obliki valjev s premerom 60 mm in višino 15 mm. Višina je bila izbrana na podlagi predvidene debeline blazinice naslona, medtem ko je bila notranja struktura sestavljena iz različnih geometrij osnovnih celic. Poleg mehanskega odziva posamezne konfiguracije nas je zanimal tudi vpliv orientacije tiska na mehanske lastnosti. Generirane so bile tri osnovne konfiguracije: celice velikosti 7 mm z debelino ligamentov 1 mm (H-7-1), celice velikosti 7 mm z debelino ligamentov 1,5 mm (H-7-1,5) ter celice velikosti 9 mm z debelino ligamentov 1,5 mm (H-9-1,5). Vzorci so bili izdelani z uporabo SLA 3D-tiskanja iz dveh vrst smole: začetne eksperimentalne in biokompatibilne smole z ustreznimi certifikati za stik s kožo. Natisnjeni vzorci so prikazani na sliki 2.

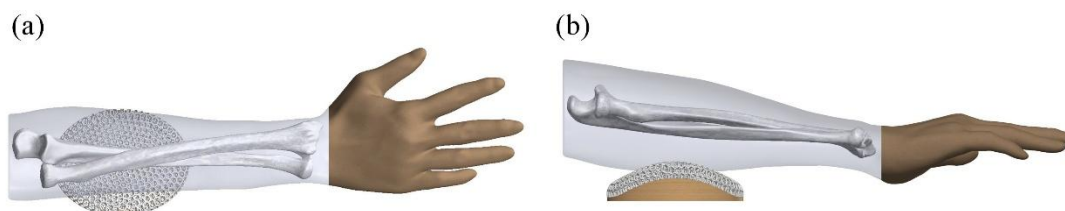


Slika 2: 3D natisnjeni metamaterialni vzorci za enoosni mehanski preizkus.

2.2 Numerični biomehanski model roke in naslona

Za analizo mehanskega obnašanja naslona in oceno interakcije med roko uporabnika ter celično blazinico je bil razvit numerični biomehanski model. Osnovna geometrija roke je bila ustvarjena na podlagi CT-skena, ki je vključeval mehka tkiva ter kosti podlahtnice (ulne) in koželjnice (radius). Za potrebe poenostavitve simulacije so bila mehka tkiva združena v homogeno hiperelastično domeno, medtem ko so bile kosti modelirane kot toge strukture, upoštevajoč njihovo bistveno višjo togost v primerjavi s podkožnim tkivom.

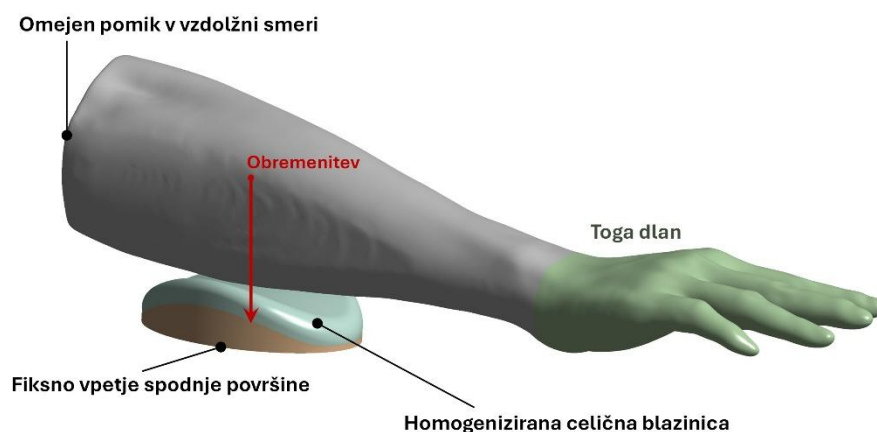
Da bi povečali učinkovitost simulacij, so bile izvedene dodatne poenostavitve, in sicer je dlan roke definirana kot togo telo, saj v simulaciji ni bila v neposrednem stiku z naslonom. Roka je bila postavljena v tipično delovno pozicijo pri uporabi računalniške miške, kjer se stik z naslonom vzpostavi že v prvem koraku simulacije. Na sliki 3 je prikazan 3D model roke v transparentnem pogledu ter primer celičnega metamaterialnega naslona.



Slika 3: Transparentni pogled roke v začetnem položaju simulacije: (a) tlorsni pogled in (b) lateralni pogled.

Zaradi visoke kompleksnosti dejanske geometrije celičnega metamateriala smo v numerični model uvedli homogeniziran materialni model, ki temelji na eksperimentalno določenih mehanskih lastnostih iz enosnih tlačnih testov. Za definicijo obnašanja homogenizirane blazinice je bil uporabljen multilinear materialni model, ki omogoča ustrezen prikaz treh značilnih faz odziva metamateriala: začetne togosti, deformacijskega platoja in faze zgoščevanja.

Za simulacijo kontaktne interakcije je bil na zgornji površini blazinice definiran grobi (ang. rough) kontakt, ki preprečuje drsenje v prečnih smereh, a dopušča pomik v vertikalni smeri. Spodnja površina blazinice je bila togo spojena z bazo, kar ustreza dejanskemu lepljenemu spoju. Roka je bila obremenjena v treh korakih (15 N, 30 N in 45 N), kar pokriva razpon tipičnih sil, ki so posledica antropometrične variacije mase roke in načine uporabe naslona. Robni pogoji uporabljeni v numerični simulaciji so prikazani na sliki 4.



Slika 4: Robni pogoji numerične simulacije.

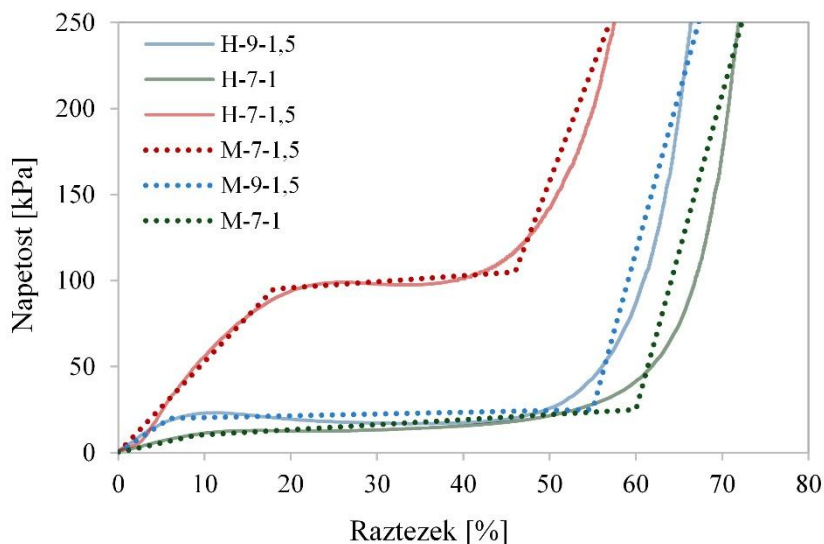
Mreža končnih elementov je bila generirana iz volumetričnih tetraedričnih 10-vozliščnih elementov, z ustreznim zgostitvijo v območju kontaktne površine. Ob dodatni zgostitvi mreže se rezultati niso bistveno spremenili. Celotni model je vseboval 32.771 elementov in 53.308 vozlišč.

3 Rezultati

3.1 Rezultati mehanskih preizkusov

Rezultati enoosnih tlačnih preizkusov so pokazali izrazite razlike v mehanskem odzivu, odvisno od velikosti celic in debeline ligamentov. Krivulje napetost–raztezek vseh testiranih vzorcev so prikazovale značilen trofazni potek: začetno elastično območje z naraščajočo togostjo, dobro izražen deformacijski plato ter zaključno fazo zgoščevanja.

Na sliki 5 so prikazani rezultati preizkusov 3D-tiskanih vzorcev metamateriala (polna črta) ter ustrezni multilinearne materialni model, uporabljen v numerični simulaciji (črtkana črta).



Slika 5: Rezultati napetost-raztezek mehanskih preizkusov (polna črta) in multilinearne materialnega modela (črtkana).

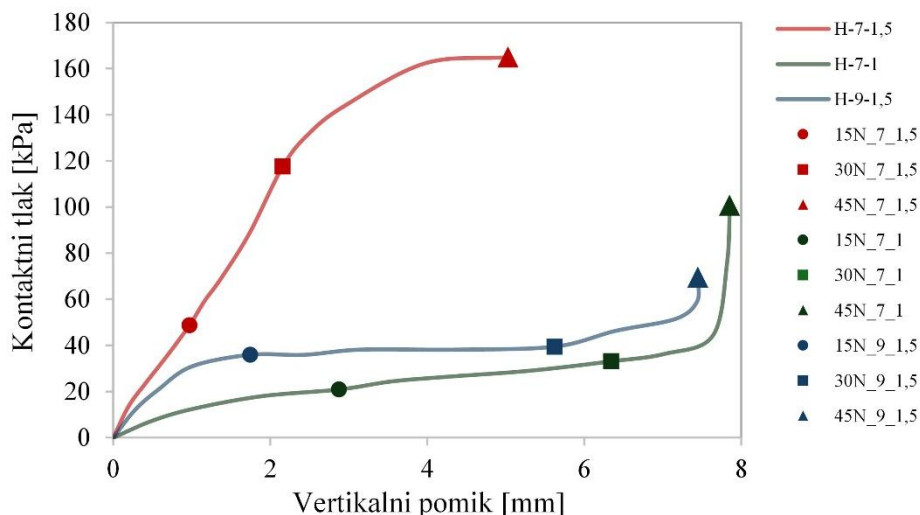
3.2 Rezultati numerične analize

Numerične simulacije so bile ključnega pomena za oceno biomehanskega odziva naslona ter izbiro ustrezne konfiguracije metamaterialne strukture blazinice. Z uporabo homogeniziranih materialnih modelov, pridobljenih na podlagi eksperimentalnih podatkov, so bile izvedene analize kontaktnega tlaka in vertikalnega pomika za tri izbrane strukture: H-7-1, H-7-1,5 in H-9-1,5.

Rezultati simulacij (slika 6) so pokazali izrazite razlike v biomehanskem odzivu med analiziranimi strukturami, odvisno od njihovih geometrijskih parametrov. Pri strukturi H-7-1,5 so bile izmerjene najvišje vrednosti kontaktnega tlaka, ki so pri obremenitvi 45 N presegle 160 kPa. Ob relativno majhnem pomiku je bila togost te strukture ocenjena kot previsoka za ergonomsko uporabo, saj presega običajno sprejemljiv prag udobja, ki je okoli 100 kPa [8].

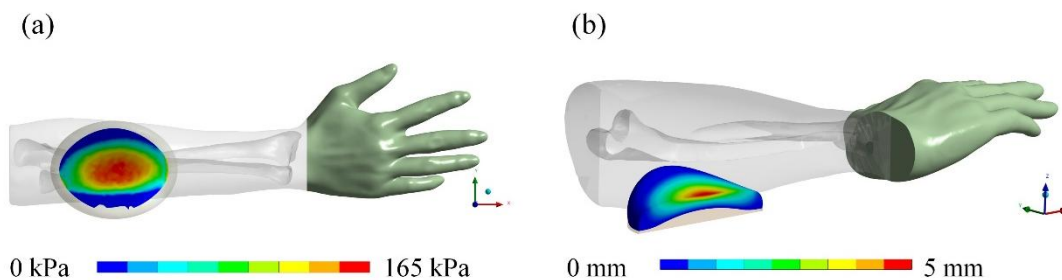
Struktura H-7-1 je omogočila večji pomik, vendar je že pri višjih obremenitvah prešla v fazo zgoščevanja, kar je povzročilo nenaden porast kontaktnega tlaka nad 100 kPa. To kaže na prehitro izgubo elastičnosti, kar lahko vodi v neudobje pri intenzivnejši uporabi.

Najbolj uravnotežen odziv je izkazala struktura H-9-1,5, ki je pri vseh treh stopnjah obremenitve (15 N, 30 N in 45 N) ohranjala tlak v območju deformacijskega platoja. Pri največji obremenitvi je kontaktni tlak znašal približno 70 kPa, kar še vedno ostaja znotraj ergonomsko sprejemljivega območja. Poleg tega je ta struktura omogočila večji pomik brez prehoda v zgoščevanje, kar prispeva k večjemu udobju brez oslabitve stabilnosti.



Slika 6: Graf kontaktni tlak-vertikalni pomik za vse tri analizirane strukture. Geometrijski liki označujejo določene faze obremenitve: krog = 15 N, kvadrat = 30 N ter trikotnik = 45 N.

Razporeditev kontaktnega tlaka na stični površini med blazinico in roko je bila za strukturo H-9-1,5 enakomernejša v primerjavi z ostalima, kar dodatno potrjuje njeno prednost z vidika razbremenitve mehkih tkiv. Vizualizacije deformacij in razporeditve kontaktnega tlaka so podale jasen vpogled v delovanje blazinice pri različnih obremenitvah (slika 7).



Slika 7: Rezultati numerične simulacije (a) kontaktni tlak in (b) vertikalni pomik blazinice.

V tabeli 1 so prikazane numerične vrednosti maksimalnega kontaktnega tlaka in maksimalnega vertikalnega pomika za vse tri analizirane celične strukture, pridobljene iz simulacij.

Tabela 1: Tabelarični prikaz maksimalnih vrednosti rezultatov numerične analize.

	H-7-1			H-7-1,5			H-9-1,5		
Obremenitev [N]	15	30	45	15	30	45	15	30	45
Kontaktni tlak [kPa]	20,9	33,1	100,7	48,7	117,6	164,9	36	39,5	69,6
Vertikalni pomik [mm]	2,88	6,35	7,85	0,97	2,16	5,03	1,75	5,63	7,45

4 Diskusija

Rezultati eksperimentalnih in numeričnih analiz so jasno pokazali, da ima geometrija celične strukture ključno vlogo pri doseganju prilagojenega mehanskega odziva blazinice. Primerjava med različnimi konfiguracijami (H-7-1, H-7-1,5 in H-9-1,5) je razkrila pomembne razlike tako v kontaktnih tlakih kot v vertikalnem pomiku, kar neposredno vpliva na zaznano udobje uporabnika.

Konfiguracija H-7-1,5 je izkazovala najvišjo togost in s tem najvišje kontaktne tlake, kar bi pri dolgotrajni uporabi lahko povzročalo povečano obremenitev mehkih tkiv ter nelagodje. Kljub boljši stabilnosti pri večji obremenitvi se zaradi omejenega pomika zmanjša sposobnost strukture za absorpcijo in razpršitev obremenitev. Na drugi strani je H-7-1 omogočila večjo deformacijo, vendar je struktura ob višjih obremenitvah hitro prešla v fazo zgoščevanja, kar je vodilo do nenadnega porasta tlaka. To kaže na pomanjkanje kontrolirane elastičnosti, ki bi zagotavljala ustrezno udobje pri večjih obremenitvah.

Najbolj uravnotežen odziv je bil opažen pri konfiguraciji H-9-1,5, ki je dosegala najboljše razmerje med kontaktnim tlakom in pomikom v vseh treh obremenitvenih stopnjah. Sposobnost ohranjanja tlaka znotraj deformacijskega platoja je ključnega pomena za ergonomsko aplikacijo, kjer sta pomembna tako udobje kot mehanska opora. Poleg tega je bila pri tej strukturi tudi najbolj enakomerna porazdelitev tlaka na kontaktni površini, kar dodatno zmanjšuje možnosti lokalne preobremenitve tkiv.

Raziskava je potrdila tudi uporabnost numeričnega biomehanskega modela, ki je omogočil hitro predhodno oceno ustreznosti posamezne konfiguracije brez potrebe po izdelavi velikega števila fizičnih prototipov in eksperimentalnih testiran na uporabnikih. S tem se bistveno skrajša čas razvoja in zmanjša potreba po materialnih virih. Uporabljeni multilinearne materialni model, temelječ na eksperimentalnih podatkih, se je izkazal kot stabilen in ustrezen za oceno ključnih parametrov (kontaktni tlak, pomik) ter za napovedovanje porazdelitev napetosti znotraj kontaktnega območja.

Kljub pozitivnim rezultatom je treba upoštevati nekatere omejitve raziskave, kot so poenostavitve numeričnega modela, homogenizacija kompleksne strukture metamateriala, analiza predvsem statičnih tlačnih obremenitev in izvajanje testiranj v idealiziranih laboratorijskih pogojih. Poleg tega raziskava še ne vključuje subjektivnih ocen udobja uporabnikov, kar je za ergonomijo bistven dejavnik.

V prihodnje bi bilo smiselno razširiti študijo z raziskavo dolgotrajnega mehanskega vedenja pod cikličnimi obremenitvami (tudi v prečni smeri), vključiti uporabniške teste v realnem delovnem okolju in raziskati možnosti nadaljnje personalizacije strukture z uporabo topološke optimizacije ter individualnih biometričnih podatkov.

Rezultati podpirajo trditev, da so elastični celični metamateriali primeren konstrukcijski pristop za razvoj ergonomsko naprednih produktov, še posebej kadar jih spremljata natančno numerično modeliranje in eksperimentalna validacija. Kombinacija teh pristopov omogoča racionalno in učinkovito pot do optimalne rešitve, ki je tehnično zanesljiva, udobna za uporabo ter proizvodno izvedljiva.

5 Zaključek

Prispevek predstavlja analizo ergonomskega naslona za roko z uporabo elastičnega celičnega metamateriala in 3D-tiskanja. Na podlagi eksperimentalnih in numeričnih analiz je bila kot najprimernejša prepoznana konfiguracija H-9-1,5, ki združuje udobje in stabilnost pri uporabi naslona. Raziskava potrjuje učinkovitost povezovanja biomehanskega modeliranja, mehanskih preizkusov in numeričnih simulacij. V prihodnje se kot smiselna nadaljevanja ponujajo raziskave ciklične obremenitve, dolgotrajne uporabe ter vključitev subjektivnih ocen uporabnikov.

Literatura

- [1] J. Wahlström, *Ergonomics, musculoskeletal disorders and computer work*, Occup. Med. 55, 168--176, 2005.
- [2] S. Jovanović in B. Šimunič, *Effect of ergonomic Armrest® forearm support on wrist posture related to carpal tunnel pressure during computer mouse work*, Int. J. Ind. Ergon. 86, p. 103220, 2021.
- [3] V. C. Hoe, D. M. Urquhart, H. L. Kelsall, E. N. Zamri, in M. R. Sim, *Ergonomic interventions for preventing work-related musculoskeletal disorders of the upper limb and neck among office workers*, CDSR. 10, 2018.
- [4] M. Benedetti, A. Du Plessis, R. Ritchie, M. Dallago, N. Razavi, in F. Berto, *Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication*, Mater Sci Eng R: Rep. 144, p. 100606, 2021.
- [5] K. Devin, J. Tang, A. Hamilton, D. Moser, in L. Jiang, *Assessment of 3D printed mechanical metamaterials for prosthetic liners*, J. Med. Eng. 238, 2024.
- [6] A. Cupar, J. Kaljun, B. Dolšak, in G. Harih, *3D printed deformable product handle material for improved ergonomics*, Int. J. Ind. Ergon. 82, 1--7, 2021.
- [7] V. Plesec in G. Harih, *Bioinspired Design of 3D-Printed Cellular Metamaterial Prosthetic Liners for Enhanced Comfort and Stability*, Biomimetics. 9, no. 9, 2024.
- [8] L. F. M. Kuijt-Evers, P. Vink, in M. P. de Looze, *Comfort predictors for different kinds of hand tools: Differences and similarities*, Int. J. Ind. Ergon. 37, 73--84, 2007.



Razvoj in validacija 0D modela zamrzovanja procesa liofilizacije

Matija Založnik¹, Matjaž Hriberšek¹, Blaž Kamenik¹, Matej Zadavec¹

Development and validation of a 0D freezing model for the freeze-drying process

Povzetek. V tem delu je predstavljen 0D model za simulacijo procesa zamrzovanja raztopine v viali med začetno fazo liofilizacije - zamrzovanjem. Model temelji na pristopu koncentriranih elementov in vključuje časovno odvisno izračunavanje koeficientov prenosa toplote. Mehanizmi prenosa toplote skozi vialo obsegajo prevod skozi material, naravno konvekcijo in toplotno sevanje. Model je validiran s primerjavo temperaturnih profilov z eksperimentalnimi podatki iz literature, pri čemer pokaže dobro ujemanje pred dogodkom nukleacije. Po nukleaciji so prisotna določena pričakovana odstopanja zaradi geometrijske poenostavitve modela. Poleg tega je model uporabljen za napovedovanje velikosti por v posušenem produktu, ki so neposredno povezane s kinetiko zamrzovanja in temperaturnim gradientom zamrznjenega območja. Rezultati kažejo, da višja stopnja podhladitve vodi do manjših ledenih kristalov, kar je v skladu z eksperimentalnimi opažanji.

Abstract. This work presents a 0D model for simulating the freezing process of a solution in a vial during the initial phase of lyophilization - the freezing stage. The model is based on the lumped-element approach and includes time-dependent calculation of heat transfer coefficients. The heat transfer mechanisms through the vial include conduction through the material, natural convection, and thermal radiation. The model is validated by comparing temperature profiles with experimental data from literature, showing good agreement prior to the nucleation event. After nucleation, certain expected deviations are observed due to the spatial simplification of the model. Additionally, the model is used to predict pore size in the dried product, which is directly related to the freezing kinetics and the temperature gradient within the frozen region. The results show that higher degree of supercooling leads to smaller ice crystals, which is consistent with experimental observations.

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

1 Uvod

Liofilizacija je ključen postopek v farmacevtski in biotehnološki industriji, saj omogoča ohranjanje strukture, kemijske stabilnosti in lastnosti produkta. Proces poteka v treh fazah: zamrzovanje raztopine, primarno sušenje in sekundarno sušenje. V fazi zamrzovanja se temperatura police, na kateri je raztopina (običajno v vialah), zniža pri atmosferskem tlaku, kar povzroči zamrzovanje raztopine. Med primarnim sušenjem se pri znižanem tlaku dovaja toplota, ki omogoča sublimacijo ledu neposredno v paro. V zadnji fazi, sekundarnem sušenju, se preostala vlaga, vezana v strukturi produkta, odstrani z desorpcijo ob dodatnem zvišanju temperature. Po končanem procesu dobimo produkt v obliki suhe, porozne pogače z visoko stopnjo poroznosti [4]. Razumevanje mehanizmov celotnega procesa je ključno za njegovo optimizacijo ter posledično za skrajšanje časa in znižanje stroškov sušenja.

Numerično modeliranje procesa predstavlja hitrejšo in cenejšo alternativo eksperimentalnim preizkusom za pridobivanje informacij o kompleksnem obnašanju procesa. V literaturi so že predstavljeni modeli različnih kompleksnosti za simulacijo prenosa toplote in snovi, kinetike sušenja ter vplivov delovanja naprave. Večina raziskav se osredotoča na fazo primarnega sušenja, pri čemer nekatere obravnavajo modeliranje sušenja na nivoju posamezne viala [10, 11, 12], druge pa predstavljajo kompleksnejše, sklopljeno 0D-3D modeliranje procesa [5, 6].

Od vseh faz procesa liofilizacije je faza zamrzovanja najmanj raziskana, kljub svoji pomembni vlogi. Velikost por v končnem, osušenem produktu je neposredno povezana z velikostjo ledenih kristalov, ki nastanejo med zamrzovanjem. Večje pore omogočajo hitrejše primarno sušenje, ki sicer predstavlja najdaljšo fazo procesa, zato je njihovo nastajanje med zamrzovanjem zelo zaželeno. Na področju modeliranja faze zamrzovanja je bilo že objavljenih nekaj pomembnih raziskav. Nakagawa in sodelavci [8] ter Arsiccio in sodelavci [1] so se osredotočili na 2D aksisimetrično modeliranje zamrzovanja v eni viali in predstavili modele za napovedovanje velikosti por. S stohastičnim pristopom k modeliranju faze zamrzovanja so se ukvarjali tudi Deck in sodelavci [3], ki so razvili 0D model za simulacijo zamrzovanja v seriji vial.

V tem delu je predstavljen model zamrzovanja, ki temelji na metodi koncentriranih elementov (0D model), po zgledu modela, ki so ga razvili Decka s sodelavci [3]. Za razliko od obstoječih modelov, ki običajno predpostavljajo konstantne koeficiente prenosa toplote na vialo, predstavljeni model omogoča časovno odvisen izračun teh koeficientov.

2 Modeliranje faze zamrzovanja

2.1 Energijska bilanca

Modeliranje faze zamrzovanja poteka v treh korakih: modeliranje ohlajanja raztopine, modeliranje nukleacije ter samega zamrzovanja raztopine. Model temelji na pristopu koncentriranih elementov in izhaja iz energijske bilance. Ohlajanje raztopine se opiše z naslednjo enačbo:

$$\dot{Q} = mc_p \frac{dT}{dt} \quad (1)$$

kjer je $\dot{Q}$ skupni toplotni tok v vialo in iz nje, m masa raztopine v viali, c_p specifična toplota

raztopine, $\frac{dT}{dt}$ pa sprememba temperature v času. Ko podhlajena raztopina doseže temperaturo nukleacije, pride do nenadnega povišanja temperature do ravni tališča. Temperaturo tališča ocenimo s poenostavljeno enačbo za znižanje tališča raztopine, kot je uporabljeno v [2], ki se pogosto uporablja v literaturi o zamrzovanju raztopin [3, 9, 14]:

$$T_f = T_f^0 - \frac{k_f}{M_s} \left(\frac{m_s}{m_w - m_i} \right) \quad (2)$$

kjer T_f^0 predstavlja temperaturo tališča čistega topila, k_f krioskopsko konstanto topila (vrednost za vodo je $1,86 \text{ K kg mol}^{-1}$), M_s molsko maso topljenca, m_s maso topljenca, m_w maso topila in m_i maso nastalega ledu. V trenutku nukleacije se tvori določen delež ledu, ki je odvisen od stopnje podhladitve raztopine. To tvorjenje ledu vodi do izčrpanja podhladitve (angl. depletion of supercooling) in posledičnega dviga temperature do temperature tališča T_f . Pri tem predpostavimo, da je toplota, sproščena med nukleacijo enaka toploti, ki je potrebna za dvig temperature raztopine od temperature nukleacije T_{nuc} do temperature tališča T_f :

$$(T_{nuc} - T_f) c_p m = H_f m_i \quad (3)$$

kjer H_f predstavlja entalpijo taljenja. Enačbi (2) in (3) tvorita sistem dveh enačb z dvema neznankama, in sicer T_f ter m_i , zato ju rešimo hkrati.

Nukleaciji sledi rast ledenih kristalov, ki jo opišemo z naslednjo enačbo toplotne bilance:

$$\dot{Q} = mc_p \frac{dT}{dt} - H_f \frac{dm_i}{dt} \quad (4)$$

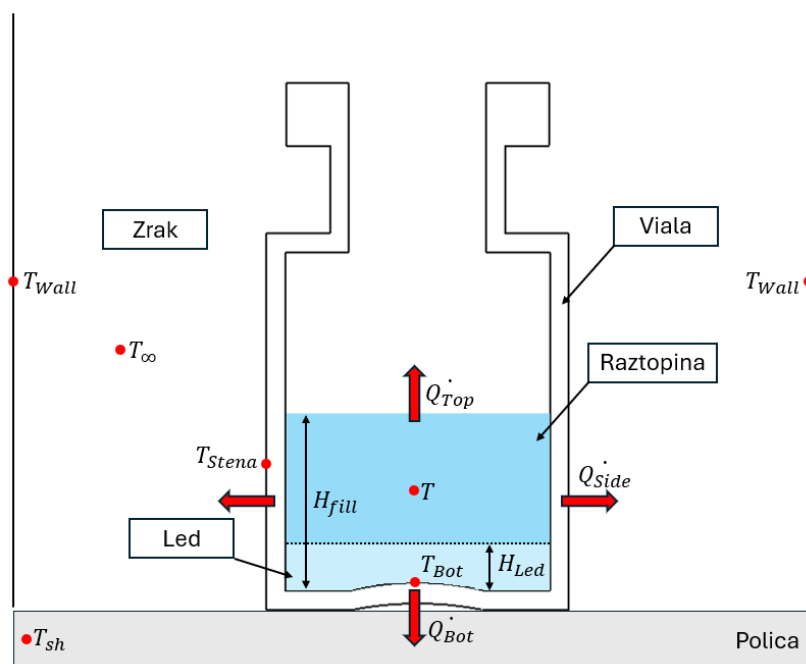
Zadnji člen na desni strani predstavlja sproščanje toplote, povezano s faznim prehodom vode v led. Spremembo mase ledu skozi čas izračunamo kot:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{k_f m_s}{M_s (T_f^0 - T)^2} \frac{dT}{dt} \quad (5)$$

Z napredovanjem procesa se masa ledu m_i približuje masi topila m_w . Ko je delež zamrznjene faze $\frac{m_i}{m_w}$ še majhen, je večina toplote, ki se odvaja iz vial, porabi za tvorbo ledu. Ko pa ta delež doseže vrednost blizu 1, odvajanje toplote povzroči izrazitejši padec temperature. V praksi pride pri zelo nizkih temperaturah do vitifikacije preostalega topila in topljenca ali do končne kristalizacije raztopine, kar vodi do popolnoma zamrznjenega produkta [7]. Kot poenostavitev v našem modelu predpostavimo, da je raztopina popolnoma zamrznjena, ko doseže delež zamrznjene faze $\frac{m_i}{m_w} = 0,9$ s čimer se izognemo zgoraj omenjenima pojavoma. Ta predpostavka je pogosto uporabljena v literaturi [3, 8].

2.2 Prenos toplote iz vial

Toplota se v vialo dovaja in iz nje odvaja prek dna, strani ter zgornje površine raztopine, kot je shematsko prikazano na sliki 1. Skupni toplotni tok se tako izračuna kot:



Slika 1: Shematski prikaz poenostavljene viale z označenimi toplotnimi tokovi.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{Bot} + \dot{Q}_{Side} + \dot{Q}_{Top} \quad (6)$$

kjer so $\dot{Q}_{Bot}$ toplotni tok skozi dno viale, $\dot{Q}_{Side}$ toplotni tok skozi stranske stene viale in $\dot{Q}_{Top}$ toplotni tok skozi zgornjo površino raztopine.

Ker se dno viale v celoti ne stika s polico, se odvod toplote skozi dno izvaja prek dveh mehanizmov, in sicer: prevod skozi neposredni stik viale s polico ter prevod skozi zračno režo. Toplotni tok skozi dno lahko zato zapišemo kot:

$$\dot{Q}_{Bot} = (K_{v,Bot,A}A_{cont.} + K_{v,Bot,B}(A_{Bot} - A_{cont.})) (T_{sh} - T) \quad (7)$$

kjer je $A_{cont.}$ kontaktna površina na dnu viale in znaša 15,7 % spodnje površine viale [11], A_{Bot} celotna spodnja površina viale, $K_{v,Bot,A}$ koeficient prenosa toplote skozi kontaktno površino, $K_{v,Bot,B}$ pa koeficient prenosa toplote skozi režo. T_{sh} predstavlja temperaturo police, T pa temperaturo raztopine. Koeficient prenosa toplote skozi neposreden stik s polico izračunamo kot:

$$K_{v,Bot,A} = K_{v,exp} \frac{A_{Bot}}{A_{cont.}} \quad (8)$$

kjer je $K_{v,exp} = 3,67 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ eksperimentalno določen koeficient prenosa toplote za celotno spodnjo površino, vzet iz literature [11]. V reži med polico in vialo se toplota iz raztopine prenaša prek prevoda skozi plin. Pri tem zanemarimo naravno konvekcijo v reži, skozi dno viale in po nukleaciji tudi skozi plast nastalega ledu:

$$K_{v,Bot,B} = \left(\frac{L_{Bot}}{\lambda_{Zrak}} + \frac{L_{Steklo}}{\lambda_{Steklo}} + \frac{H_{Led}}{\lambda_{Led}} \right)^{-1} \quad (9)$$

kjer je L_i značilna dolžina, skozi katero se toplota prenaša prek materiala i , λ_i pa toplotna prevodnost tega materiala. Značilna dolžina dna viala L_{Bot} je določena kot:

$$L_{Bot} = \frac{H_{Bot}}{3} \quad (10)$$

kjer H_{Bot} predstavlja višino reže med vialo in polico.

Toplota se s strani viala odvaja s prevodom skozi stekleno steno in z naravno konvekcijo zraka, ki je v stiku z vialo. Poleg tega se toplota lahko tudi dovaja preko toplotnega sevanja s toplejših sten naprave. Tako toplotni tok skozi stransko površino viala zapišemo kot:

$$\dot{Q}_{Side} = A_{Side} (K_{v,Side,A} (T_{\infty} - T) + K_{v,Side,B} (T_{Wall} - T)) \quad (11)$$

kjer je A_{Side} stranska površina viala do višine polnjenja, $K_{v,Side,A}$ koeficient prenosa toplote zaradi prevoda skozi steklo in zrak, T_{∞} temperatura okoliškega zraka, $K_{v,Side,B}$ pa koeficient prenosa toplote zaradi toplotnega sevanja, pri čemer T_{Wall} predstavlja temperaturo sten liofilizatorja. Koeficient prenosa toplote skozi steklene stene in zrak izračunamo kot:

$$K_{v,Side,A} = \left(\frac{L_{Steklo}}{\lambda_{Steklo}} + \frac{1}{K_{v,Zrak}} \right) \quad (12)$$

kjer je $K_{v,Zrak}$ koeficient prenosa toplote zaradi naravne konvekcije zraka okoli stene viala. Tega lahko ocenimo z uporabo Nusseltovega števila $Nu = 0,59 (Gr \cdot Pr)^{0,25}$, kjer je $Gr = \frac{g \beta H_{fill}^3 (T_{Stena} - T_{\infty})}{\nu_{Zrak}^2}$ Grashofovo število in $Pr = \frac{\nu_{Zrak} \rho_{Zrak} c_{p,Zrak}}{\lambda_{Zrak}}$ Prandtlovo število. Tukaj H_{fill} predstavlja višino raztopine, g je gravitacijski pospešek, β volumski temperaturni razteznostni koeficient, ρ gostota, ν kinematična viskoznost in T_{Stena} temperatura zunanje stene viala. Z upoštevanjem zgornjih izrazov za Nu , Gr in Pr , dobimo naslednjo enačbo za koeficient prenosa toplote:

$$K_{v,Zrak} = \frac{Nu \lambda_{Zrak}}{H_{fill}} = 0,59 \left(\frac{g \beta H_{fill}^3 \rho_{Zrak} c_{p,Zrak} (T_{Stena} - T_{\infty})}{\nu_{Zrak} \lambda_{Zrak}} \right)^{0,25} \frac{\lambda_{Zrak}}{H_{fill}} \quad (13)$$

Če predpostavimo, da je toplotni tok iz raztopine na zunanjo steno viala enak toplotnemu toku iz stene viala v okoliški zrak, lahko zapišemo naslednjo enačbo:

$$\dot{Q} = \frac{T - T_{Stena}}{R_{Stena}} = \frac{T_{Stena} - T_{\infty}}{R_{\infty}} \quad (14)$$

kjer sta R_{Stena} in R_{∞} toplotna upora skozi steno viala oziroma v okoliški zrak. Ker je toplotni upor v okoliški zrak podan kot $R_{\infty} = \frac{1}{A_{Side} K_{v,Zrak}}$ temperaturo na zunanji strani stene in koeficient prenosa toplote na okoliški zrak računamo iterativno po naslednjem postopku:

1. Predpostavimo začetno vrednost $K_{v,Zrak}$.
2. Na podlagi enačbe (14) izračunamo temperaturo zunanje stene vial T_{Stena} .
3. Z novo vrednostjo T_{Stena} ponovno izračunamo $K_{v,Zrak}$ po enačbi (13).
4. Postopek ponavljamo, dokler ni dosežena konvergenca.

Koeficient prenosa toplote, povezan s toplotnim sevanjem iz sten liofilizatorja na vialo, izračunamo z naslednjo enačbo:

$$K_{v,Side,B} = \sigma F_{12,b} (T_{Wall} + T) (T_{Wall}^2 + T^2) \quad (15)$$

kjer je σ Stefan-Boltzmannova konstanta in $F_{12,b}$ vidni faktor (angl. view factor), ki upošteva emisivnost stene in vial. Vidni faktor $F_{12,b}$ za primer termičnega sevanja med dvema vzporednima ploščama izračunamo kot:

$$F_{12,b} = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{\epsilon_{Steklo}} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_{Wall}} - 1 \right) \right]} \quad (16)$$

kjer sta $\epsilon_{Steklo} = 0,78$ emisivnost stekla in $\epsilon_{Wall} = 0,18$ emisivnost sten komore, povzeto po literaturi [13].

Na zgornji površini raztopine predpostavimo, da je edini mehanizem prenosa toplote naravna konvekcija med prostim zrakom in raztopino. Toplotni tok na zgornji strani lahko zato zapišemo kot:

$$\dot{Q}_{Top} = K_{v,Top} A_{Top} (T_{\infty} - T) \quad (17)$$

kjer je A_{Top} površina prostega nivoja raztopine v stiku z okoliškim zrakom in $K_{v,Top}$ koeficient prenosa toplote zaradi naravne konvekcije. Tega ocenimo z izraženo obliko Nusseltovega števila, podobno kot pri stranski površini:

$$K_{v,Top} = 0,59 \left(\frac{g \beta D^3 \rho_{Zrak} c_{p,Zrak} (T - T_{\infty})}{\nu_{Zrak} \lambda_{Zrak}} \right)^{0,25} \frac{\lambda_{Zrak}}{D} \quad (18)$$

kjer je D premer zgornje površine raztopine. V tabeli 1 so zbrani parametri in konstante, uporabljeni v numeričnem modelu.

3 Rezultati in diskusija

3.1 Temperaturni profili

Z namenom validacije razvitega modela zamrzovanja smo evolucijo temperature skozi čas primerjali z eksperimentalnimi podatki, ki so jih objavili Nakagawa in sodelavci [8]. Meritve so bile izvedene na eni sami 3 ml viali, napolnjeni z 0,75 ml 10% raztopine manitola v vodi, kar ustreza višini polnjenja 8 mm. Temperatura raztopine je bila spremljana na višini 4 mm od dna

Tabela 1: Uporabljeni parametri in spremenljivke.

Spremenljivka	Enačba / Vrednost
Entalpija taljenja H_f	333550 J/kg
Širina stene viala L_{Steklo}	0.001 m
Višina reže med vialo in polico H_{Bot}	0.0007 m
Toplotna prevodnost zraka λ_{Zrak}	0.025 W/(mK)
Toplotna prevodnost stekla λ_{Steklo}	1.1 W/(mK)
Toplotna prevodnost ledu λ_{Led}	2.5 W/(mK)
Toplotna prevodnost zraka λ_{Zrak}	0.025 W/(mK)
Gravitacijski pospešek g	9.81 m/s ²
Volumski temperaturni razteznostni koeficient β	1/ T_∞
Gostota zraka ρ_{Zrak}	$p/(R \cdot T_\infty)$
Tlak okolice p	101325 Pa
Plinska konstanta zraka R	287.05 J/(kgK)
Specifična toplota zraka $c_{p,Zrak}$	1005 J/(kgK)
Kinematična viskoznost zraka ν_{Zrak}	μ_{Zrak}/ρ_{Zrak}
Dinamična viskoznost zraka μ_{Zrak}	1.81 Pa s

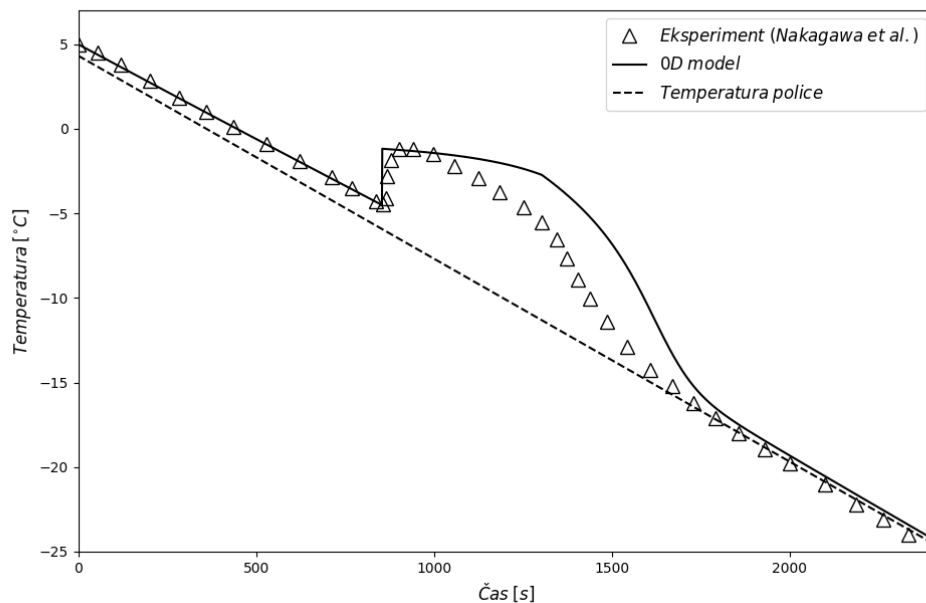
viale s termočlenom tipa K. Začetna temperatura raztopine je znašala 7°C, temperatura police pa se je zniževala s hitrostjo $0,72 \frac{K}{min}$. Na sliki 2 je prikazana primerjava med eksperimentalno izmerjeno temperaturo in temperaturo, izračunano z našim 0D modelom. V območju ohlajanja raztopine pred pojavom nukleacije opazimo zelo dobro ujemanje med obema rezultatoma. Po nukleaciji pa se odstopanje poveča, kar je posledica narave uporabljenega 0D modela. Med dejanskim zamrzovanjem se temperatura nezamrznjene raztopine po višini spreminja, česar 0D pristop ne more zajeti, saj predpostavlja prostorsko homogeno temperaturo. Posledično izračunana temperatura nekoliko odstopa od eksperimentalno izmerjene, kar vpliva tudi na napovedano kinetiko zamrzovanja.

3.2 Napovedovanje velikosti por

Velikost por v posušenem produktu je neposredno povezana z velikostjo ledenih kristalov, ki nastanejo med zamrzovanjem raztopine. Hitrejše zamrzovanje vodi do nastanka manjših ledenih kristalov, medtem ko počasnejše zamrzovanje povzroči nastanek večjih kristalov. Za oceno velikosti por uporabimo naslednji izraz:

$$L^* = aR^{-0,5}G^{-0,5} \quad (19)$$

kjer je L^* karakteristična dimenzija por, a empirična konstanta, določena na podlagi eksperimentalnih podatkov, R hitrost pomikanja fronte zamrzovanja, G pa temperaturni gradient v zamrznjenem območju, definiran kot temperaturna razlika med dnomo viala in fronto zamrzovanja na enoto razdalje (višine zamrznjenega območja). Stopnja podhladitve raztopine pred nukleacijo neposredno vpliva na kinetiko zamrzovanja in s tem tudi na velikosti por, kar prikazuje slika 3. Eksperimentalni podatki, pridobljeni s pomočjo svetlobne mikroskopije [8],



Slika 2: Primerjava temperaturnih profilov na višini 4 mm od dna viala.

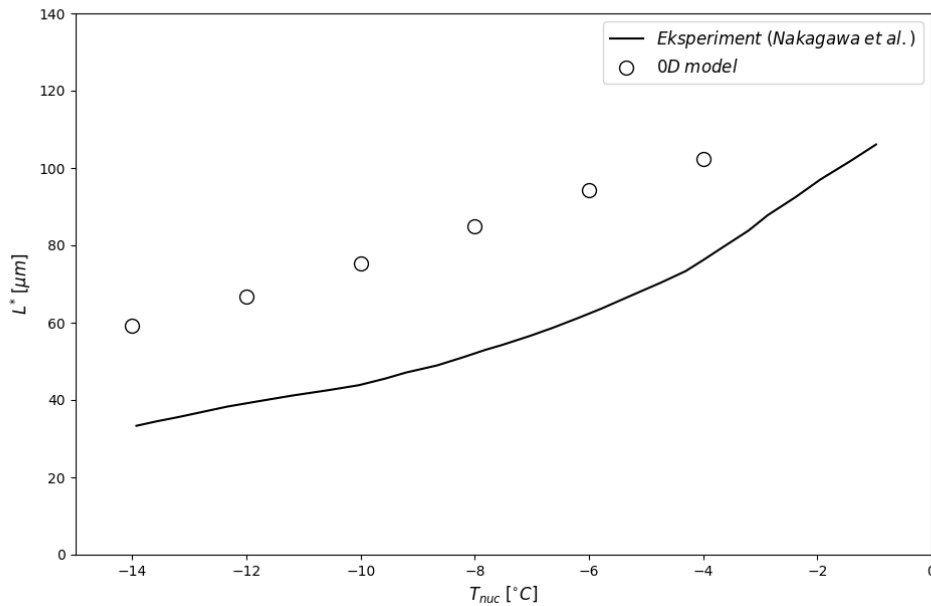
so primerjani z napovedmi našega modela. Kot je razvidno, prihaja do določenih odstopanj med eksperimentalnimi in modeliranimi rezultati, kar gre verjetno pripisati poenostavljeni kinematiki zamrzovanja, značilni za 0D model, kot je bilo omenjeno že v prejšnjem poglavju. Kljub temu model uspešno napove splošen trend, kjer večja stopnja podhladitve vodi v nastanek manjših ledenih kristalov in posledično manjših por.

4 Zaključek

V tem delu je predstavljen poenostavljen model zamrzovanja, ki temelji na metodi koncentriranih elementov in omogoča časovno odvisno napovedovanje temperature raztopine v viali v začetni fazi liofilizacije. V nasprotju s preteklimi pristopi model upošteva spreminjajoče se koeficiente prenosa toplote, ki zajamejo vplive prevoda skozi material, naravne konvekcije in termičnega sevanja. Rezultati validacije z eksperimentalnimi podatki izkazujejo dobro ujemanje temperaturnih profilov, zlasti pred nastopom nukleacije. Po nukleaciji so opažena določena odstopanja, ki izhajajo iz predpostavke homogene temperature raztopine po celotni višini.

Poleg napovedi temperaturnih profilov je bil model uporabljen tudi za oceno velikosti por v odvisnosti od stopnje podhladitve. Rezultati potrjujejo trend, da višje stopnje podhladitve vodijo do nastanka manjših por, kar je skladno z eksperimentalnimi opažanji.

Predlagani model omogoča hitro simuliranje različnih procesnih pogojev in predstavlja dobro osnovo za optimizacijo procesa zamrzovanja. Za nadaljnje izboljšave bi bila smiselna nadgradnja s 3D CFD modeli, kar bi predvidoma izboljšalo natančnost in zmogljivost simulacije.



Slika 3: Povprečne velikosti por v odvisnosti od stopnje podhladitve raztopine pred nukleacijo.

Literatura

- [1] A. Arsiccio, A. A. Barresi, and R. Pisano. Prediction of ice crystal size distribution after freezing of pharmaceutical solutions. *Crystal Growth & Design*, 17(9):4573–4581, 2017.
- [2] C. Blagden. Xviii. Experiments on the effect of various substances in lowering the point of congelation in water. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 78:277–312, 1788.
- [3] L.-T. Deck, D. R. Ochsenbein, and M. Mazzotti. Stochastic shelf-scale modeling framework for the freezing stage in freeze-drying processes. *International Journal of Pharmaceutics*, 613:121276, 2022.
- [4] P. Haseley and G.-W. Oetjen. *Freeze-drying*. John Wiley & Sons, 2018.
- [5] B. Kamenik, M. Hriberšek, and M. Zadavec. Determination of pressure resistance of a partially stoppered vial by using a coupled cfd-0d model of lyophilization. *European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics*, 175:53–64, 2022.
- [6] B. Kamenik, M. Hriberšek, and M. Zadavec. Simulation of ice deposition in a freeze dryer condenser: A computational fluid dynamics study. *Applied Thermal Engineering*, 247:123019, 2024.

- [7] S. L. Nail, S. Jiang, S. Chongprasert, and S. A. Knopp. *Fundamentals of Freeze-Drying*, pages 281–360. Springer US, New York, NY, 2002.
- [8] K. Nakagawa, A. Hottot, S. Vessot, and J. Andrieu. Modeling of freezing step during freeze-drying of drugs in vials. *AIChE Journal*, 53(5):1362–1372, 2007.
- [9] C. Ontsouka, R. Bruckmaier, and J. Blum. Fractionized milk composition during removal of colostrum and mature milk. *Journal of Dairy Science*, 86(6):2005–2011, 2003.
- [10] M. Pikal, M. Roy, and S. Shah. Mass and heat transfer in vial freeze-drying of pharmaceuticals: Role of the vial. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 73(9):1224–1237, 1984.
- [11] M. Ramšak, M. Zadavec, J. Ravnik, J. Iljaž, M. Avanzo, K. Kočevár, S. Irman, M. Cegnar, I. Golobič, A. Sitar, and M. Hriberšek. Numerical and experimental modeling of lyophilization of lactose and mannitol water solutions in vials. *Computational Thermal Sciences: An International Journal*, 12(5):401–415, 2020.
- [12] J. Ravnik, I. Golobič, A. Sitar, M. Avanzo, Š. Irman, K. Kočevár, M. Cegnar, M. Zadavec, M. Ramšak, and M. Hriberšek. Lyophilization model of mannitol water solution in a laboratory scale lyophilizer. *Journal of Drug Delivery Science and Technology*, 45:28–38, 2018.
- [13] B. Scutellà, S. Passot, E. Bourlés, F. Fonseca, and I. C. Trélea. How vial geometry variability influences heat transfer and product temperature during freeze-drying. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 106(3):770–778, 2017.
- [14] P. B. Venkatesh, C. Back, A. Liberman, and T. L. Pourpoint. Freezing point depression and its effects on density and ignition delay of triethylamine borane. In *53rd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.



Računalniške simulacije lomljenja betona s pomočjo eksplozije nitrometana

Nejc Novak¹, Blaž Zatler¹, Nik Kukovičič¹, Matej Vesenjak¹, Masatoshi Nishi² in Shigeru Tanaka²

Computational simulations of concrete fracturing using nitromethane explosion

Povzetek. Prispevek predstavlja razvoj numeričnega modela lomljenja betona na osnovi izvedenih eksperimentalnih testov. Model je bil razvit na osnovi metode SPH (ang. Smoothed Particle Hydrodynamics) v programskem paketu LS-DYNA in podaja dobro ujemanje z rezultati eksperimentov. Zmožnost modela, da uspešno predvidi nastanek štirih primarnih razpok v primeru eksplozije nitrometana v eni luknji in hkrati dobro ujemanje z eksperimentalnimi rezultati pri postavitvi z dvema luknjama, dokazuje njegovo robustnost in zanesljivost pri napovedovanju različnih scenarijev loma. V nadaljevanju raziskav bodo validirani računalniški modeli služili za optimizacijo postavitve eksplozivnih nabojev pri rušenju betonskih konstrukcij.

Abstract. This contribution presents the development of a numerical model for concrete fracture based on conducted experimental tests. The model was developed using the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method within the LS-DYNA software package and shows good agreement with experimental results. The model's ability to successfully predict the formation of four primary cracks in a single-hole nitromethane explosion, coupled with its good agreement with experimental results for a two-hole setup, demonstrates its robustness and reliability in predicting various fracture scenarios. In future research, these validated computational models will be used to optimise the placement of explosive charges for the demolition of concrete structures.

1 Uvod

Razumevanje mehanizma lomljenja kamnin in materialov, podobnih kamninam, kot je beton, pri dinamičnih obremenitvah, je zelo pomembno na številnih inženirskih področjih. Zlasti v gradbeništvu in rudarstvu je nadzor fragmentacije, ki jo povzročajo dinamične obremenitve v primeru detonacije, pomemben dejavnik zaradi pogoste uporabe miniranja pri na primer izkopih ali renovacijah tunelov in rudnikov.

Na splošno je proces dinamičnega loma v materialih, podobnih kamninam, definiran z iniciacijo, rastjo in združevanjem več razpok. Vzorec loma je v primeru dinamične obremenitve precej drugačen od tistega v primeru kvazi-statične obremenitve. V primeru kvazi-statične obremenitve nastane nekaj prevladujočih razpok in velikih fragmentov, medtem

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

² Univerza v Kumamotu, Japonska

ko se v primeru dinamične obremenitve število iniciiranih razpok povečuje z naraščajočo hitrostjo obremenitve, kar vodi do nastanka velikega števila manjših fragmentov. Predhodne študije so pokazale, da sta hitrost obremenitve in heterogenost materiala glavna parametra, ki vplivata na dinamični lom [1]. Hitrost obremenitve je pomemben dejavnik, zlasti v režimu visoke stopnje deformacije, pri karakterizaciji loma v betonu [2] in kamninah [3]. Z naraščajočo hitrostjo obremenitve narašča tudi trdnost.

V zadnjem času se numerične metode vse pogostejše uporabljajo pri analizi lomljenja, vključno z obsežno uporabo simulacij na osnovi metode končnih elementov (MKE). Te metode vključujejo MKE z metodo brisanja elementov [4], MKE z metodo medelementnih razpok [5] in razširjeno MKE [6]. Obe metodi delujeta dobro ob skrbni izbiri velikosti mreže in lomne energije.

V tej študiji smo za analizo procesa dinamičnega loma betona uporabili metodo Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), ki lahko simulira iniciacijo več razpok, rast razpok, vključno z razcepitvijo in združevanjem razpok. Metoda upošteva heterogenost materiala in učinek velikosti na trdnost materiala, kar bistveno vpliva na procesa lomljenja v materialih, podobnih kamninam.

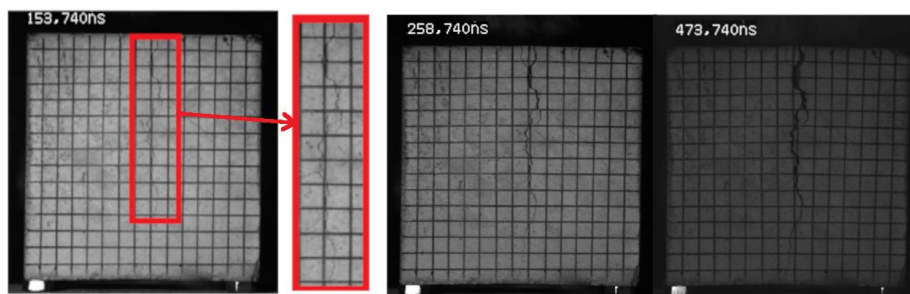
2 Eksperimentalno preskušanje

2.1 Določitev tlačne obremenitve ob eksploziji nitrometana

Za določitev tlačnega profila obremenitve je bil izveden ločen eksperiment. Eksperimentalna priprava je bila sestavljena iz votlega valja, ki ga zgoraj in spodaj zapirata zatesnjeni prirobnici. V notranjosti valja se nahaja nitrometan z detonatorjem, katerega eksplozijo sproži električni impulzni generator. Na dnu valja je bil na podlago iz pleksi stekla nameščen piezoelektrični senzor tlaka (PVF2 11-, 125EK, Dynasen), s pomočjo katerega je bil izmerjen tlačni profil. Zaradi zaupnosti podatkov ta ni prikazan v tem članku, vendar je bil uporabljen kot vhodni podatek za numerično simulacijo.

2.2 Lomljenje betona

Za izvedbo eksperimenta so bile uporabljene betonske kocke dimenzij 150 mm × 150 mm × 150 mm, z materialnimi podatki v tabeli 1. Iniciacija eksplozije je bila izvedena z električnim detonatorjem, ki je sprožil eksplozijo nitrometana, vstavljenega v izvrtino premera 16 mm in globine 50 mm. Luknja je bila po vstavljanju detonatorja zatesnjena s hitro sušečim cementom. Eksperiment je bil izveden v nadzorovanih pogojih v eksplozijski komori na Univerzi v Kumamotu. Slika 2.1 prikazuje potek nastanka in širjenja razpoke na betonski kocki kot posledice notranje eksplozije. Prikazana so tri zaporedna časovna stanja, razporejena od leve proti desni. Na prvem posnetku je zabeležen začetek nastanka razpoke, ki se pojavi v časovnem intervalu med 93 ns in 153 ns. Razpoka se širi od zgornje površine navzdol, kar je poudarjeno v povečanem izrezu, označenem z rdečo obrobo. Srednja slika prikazuje stanje pri času 258 ns, ko je razpoka že v celoti razvita in prehaja v fazo širjenja oziroma odpiranja. Zadnji posnetek prikazuje stanje pri času 473 ns, kjer je iz izbrane smeri opazovanja jasno viden prelom kocke na dva dela. Ker se je kocka v večini primerov zlomila na štiri dele, sklepamo, da bi bili rezultati podobni tudi iz drugih zornih kotov. Zato je bilo opazovanje osredotočeno na eno stran kocke.



Slika 2.1: Lom betonske kocke z eksplozijo nitrometana

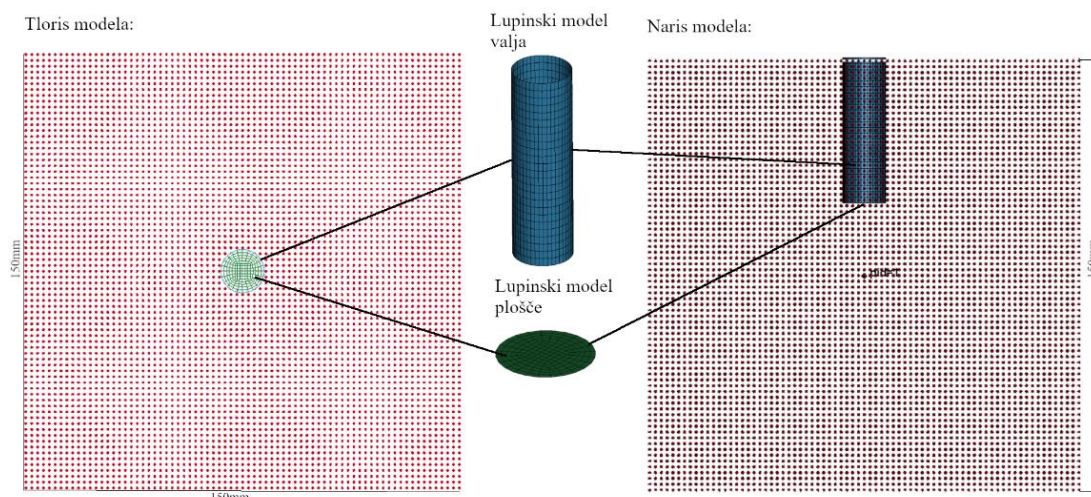
3 Računalniško modeliranje

Računalniške simulacije so bile izvedene s programsko opremo LS-DYNA. Numerični model pa je bil pripravljen v programu LS-PrePost.

3.1 Opis modela

Za računalniško simulacijo odziva betonskega elementa na notranjo eksplozijsko obremenitev je bil razvit računalniški model betonske kocke z dimenzijami 150 mm × 150 mm × 150 mm. Beton je bil modeliran z uporabo metode SPH, pri čemer je bila razdalja med posameznimi SPH delci 2 mm. Takšna diskretizacija omogoča ustrezno prostorsko ločljivost za zajem razvoja in širjenja razpok v materialu.

Na zgornji ploskvi kocke je bila definirana osno centrirana slepa luknja premera 16 mm in globine 50 mm. Za predpis časovno odvisnega tlaka sta bili v notranjost luknje kot pomožni površini vstavljena valj z zunanjim premerom 15 mm, debeline 1 mm, opisan z lupinskimi končnimi elementi, in na dno luknje 1 mm debela okrogla plošča enakega premera, prav tako iz lupinskih končnih elementov.



Slika 3.1: Računski model betonske kocke

3.2 Robni pogoji

Glavna prednost metode SPH je, da je brez mrežna metoda, katera modelira telo kot skupek delcev, ki nosijo fizikalne lastnosti. Delci se lahko prosto gibljejo in drastično spreminjajo svojo relativno lego. To omogoča simuliranje ekstremnih deformacij, fragmentacije in popolnega razpada materiala brez numeričnih težav, povezanih s popačenjem mreže. Pri predpisu robnih pogojev pa to prinaša nekatere pomanjkljivosti. Ker delci nimajo eksplicitno definirane površine, neposreden predpis tlačne obremenitve nanje ni mogoč. V tej raziskavi je bila tlačna obremenitev na SPH delce predpisana z uporabo pomožne geometrije. Kot je podrobneje opisano v poglavju 3.1, sta bila za predpis časovno odvisnega tlačnega profila uporabljena valj in plošča, modelirana z lupinskimi končnimi elementi. Prenos obremenitve z lupinskih elementov na delce SPH je bil zagotovljen z ustreznimi kontaktnimi pogoji. Prenos obremenitev z lupinskih elementov na SPH delce je bil zagotovljen z uvedbo dveh kontaktnih pogojev: med vozlišči SPH delcev in površino lupinskega valja ter med vozlišči SPH delcev in površino plošče. V obeh primerih so bili SPH delci definirani kot odvisni (ang. “*slave*”) glede na lupinski geometriji. Plošča je bila modelirana kot togo telo. Za valj, ki služi za predpis tlaka v radialni smeri, je bil izbran bilinearni elasto-plastični materialni model.

Ta pristop omogoča posredno modeliranje padca tlaka, ki v realnosti nastane zaradi povečanja prostornine ob poškodovanju in deformaciji betona. Utrjevanje materiala valja služi kot numerični mehanizem za simulacijo tega fizikalnega pojava. V primeru idealne plastičnosti utrjevalnega učinka ni. Posledično se celoten predpisan tlak, izmerjen v popolnoma zatesnjeni togi jekleni pripravi, prenese na SPH delce, kar ne upošteva znižanja tlaka pri porušitvi betona. Ker v resnici material ob površini popusti veliko prej, preden tlak doseže največjo vrednost, je bila izvedena kalibracija tangentnega modula, ki določa stopnjo utrjevanja. S postopnim prilagajanjem in primerjavo z rezultati eksperimenta je bila določena vrednost tangentnega modula 20.000 MPa, ostali materialni podatki so enaki kot za beton (tabela 1). Pomiki in rotacije vozlišč valja so bili omejeni, tako da se je valj lahko raztezal samo v radialni smeri.

Pomiki in rotacije plošče pa tako, da se je plošča lahko premikala samo translacijsko v smeri osi valja.

3.3 Materialni model

Beton je heterogeni kompozitni material z zelo zapletenim mehanskim obnašanjem, kar predstavlja velik izziv pri numeričnem modeliranju. Najpomembnejša značilnost betona je njegova velika tlačna trdnost in hkrati zelo nizka natezna trdnost (tipično le okoli 10 % tlačne trdnosti). Pod obremenitvijo se beton sprva obnaša linearno elastično. Ko napetosti naraščajo, se v materialu začnejo pojavljati in širiti mikrorazpoke, kar vodi v nelinearno obnašanje in postopno zmanjševanje togosti. Pri natezni obremenitvi pride do hitrega nastanka ene ali več glavnih razpok in krhkega porušanja pri relativno majhnih deformacijah. Pri tlačni obremenitvi pa material preide v fazo nelinearnega preoblikovanja, ki se konča z drobljenjem materiala. Obnašanje betona postane še bolj kompleksno pri dinamičnih obremenitvah, kot so eksplozije, saj se njegova trdnost in togost povečata z naraščajočo hitrostjo deformacije [7].

Za numerično modeliranje betona obstaja več materialnih modelov. Primerjalna analiza v programskem paketu LS-DYNA je pokazala, da sta za dinamične obremenitve, kot je eksplozija nitrometana, najprimernejša modela CSCM Concrete (Continuous Surface Cap Model) in RHT (Riedel-Hiermaier-Thoma). V svojih formulacijah združujeta več ključnih mehanizmov, ki so nujni za realističen odziv betona. Vključujeta enačbo stanja (ang. »Equation of state« - EOS) za obnašanje pri visokih tlakih (povečevanje gostote in utrjevanje), od tlaka odvisno površino tečenja, ter model poškodb za postopno degradacijo materiala. Prav tako upoštevata dinamično utrjevanje pri visokih hitrostih deformacije [8]. Uporabljeni materialni model omogoča tudi definicijo pogojev za erozijo delcev. Ti pogoji določajo, da se delec izključi iz nadaljnjega poteka simulacije, ko je presežena kritična meja materiala. V obravnavanem primeru je bila kot kriterij izbrana natezna trdnost.

Za lažjo primerjavo rezultatov so bili v simulaciji uporabljeni materialni podatki iz raziskave, izvedene na Univerzi v Kumamotu [9], ki so povzeti v tabeli 1. Oba materialna modela sicer omogočata vnos številnih drugih parametrov, a ker so ti pogosto neznani, modela omogočata izračun preostalih vrednosti na podlagi vnesene tlačne trdnosti. Vrednosti, pridobljene na ta način, temeljijo na empiričnih enačbah in predpostavkah, zato se lahko razlikujejo od dejanskih. Poleg tega se zaradi nehomogene narave betona tudi sami betonski preizkušanci med seboj razlikujejo. Posledično je bila v večini primerov, za boljše ujemanje z rezultati eksperimenta, potrebna kalibracija vsaj nekaterih parametrov.

Tabela 1: Materialni podatki betona [9]

ρ	Gostota	2.55 g/cm ³
σ_c	Tlačna trdnost	38.9 MPa
E	Modul elastičnosti	27300 MPa
ν	Poissonovo razmerje	0.2
G	Strižni modul	113800 MPa
σ_f	Natezna trdnost	2.68 MPa

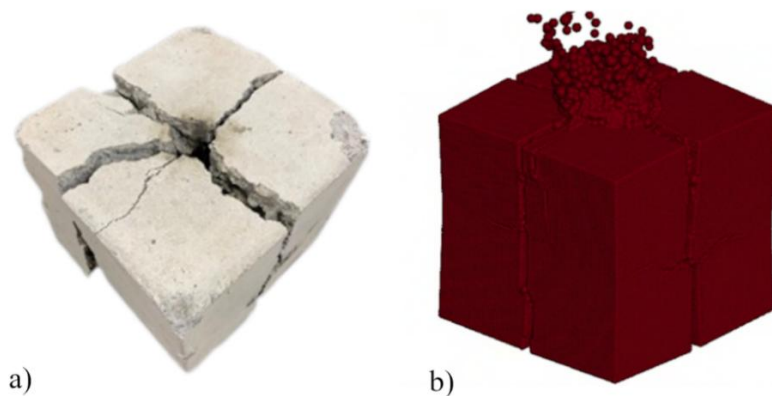
4 Rezultati

Za validacijo numeričnega modela je bilo izvedenih več različnih simulacij in eksperimentov. Najprej so predstavljeni rezultati simulacije in eksperimenta z eno luknjo v betonu. Model je bil nato prilagojen še za primer betonske kocke z dvema luknjama, opisan v [9].

4.1 Lom betonske kocke

V tem poglavju je analiziran lom betonske kocke dimenzij $150\text{ mm} \times 150\text{ mm} \times 150\text{ mm}$, ki je posledica delovanja dinamične obremenitve zaradi eksplozije nitrometana. Na sliki 4.1a so prikazani rezultati eksperimenta, kjer je kocka razpadla na štiri, med seboj podobne dele. Glavne razpoke so nastale v smereh radialno od središča zgornje ploskve proti sredini vsakega od štirih robov.

Slika 4.1b prikazuje rezultat numerične simulacije z uporabo materialnega modela CSCM Concrete. Rezultati simulacije kažejo zelo dobro ujemanje z eksperimentalnimi rezultati. Model je uspešno predvidel nastanek štirih primarnih razpok, ki kocko prav tako delijo na štiri približno enake dele. Poleg nastanka glavnih razpok simulacija nazorno prikaže tudi pojav drobljenja in izvrženega materiala v osrednjem delu kocke. To kaže, da je model CSCM zmožen napovedati tako krhko lomljenje (nastanek razpok) kot tudi popolno drobljenje materiala pri visoko intenzivnih, kratkotrajnih tlačnih obremenitvah.

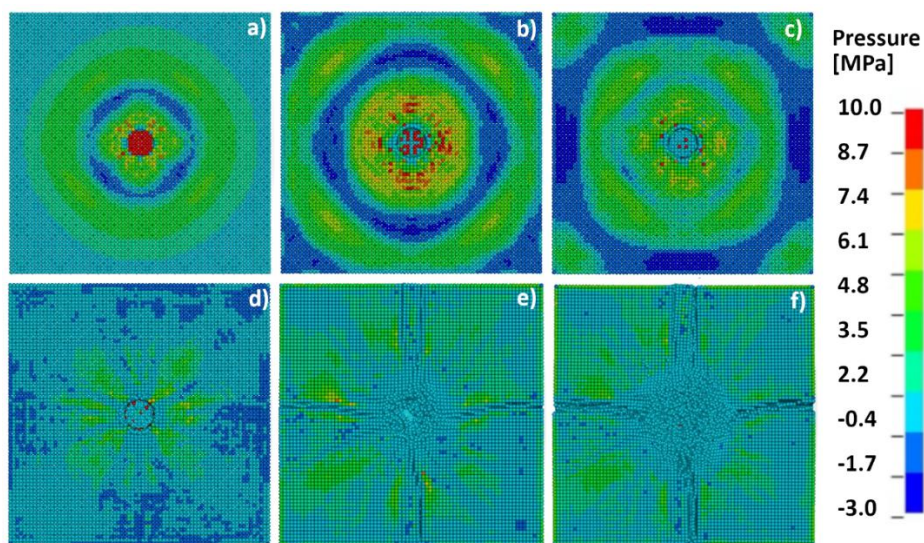


Slika 4.1: Lom betonske kocke a.) eksperiment, b.) simulacija

4.2 Tlačni valj

Lom betonske kocke pri dinamični obremenitvi je kompleksen proces, ki je posledica širjenja napetostnih valov zaradi vpliva eksplozivne obremenitve. Začetna tlačna obremenitev na sredini zgornje ploskve povzroči širjenje tlačnega napetostnega vala skozi material (slika 4.2a). Ko tlačni valovi dosežejo proste zunanje ploskve kocke (slika 4.2b), se na prosti površini odbijejo nazaj kot natezni valovi (slika 4.2c). Odbiti valovi superponirajo s tlačnimi, kar v materialu vzpostavi napetostno polje z nateznimi in tlačnimi conami, vidno na sliki 4.2d. Ker je nosilnost betona bistveno manjša pri nategu kot na tlaku, pride do porušitve tam, kjer natezne napetosti najprej presežejo natezno trdnost materiala. Glavne razpoke tako začnejo

nastajati na zunanjih površinah in se širijo proti notranjosti kocke. Rezultat tega je razpad kocke na 4 dele (slika 4.2e in f).

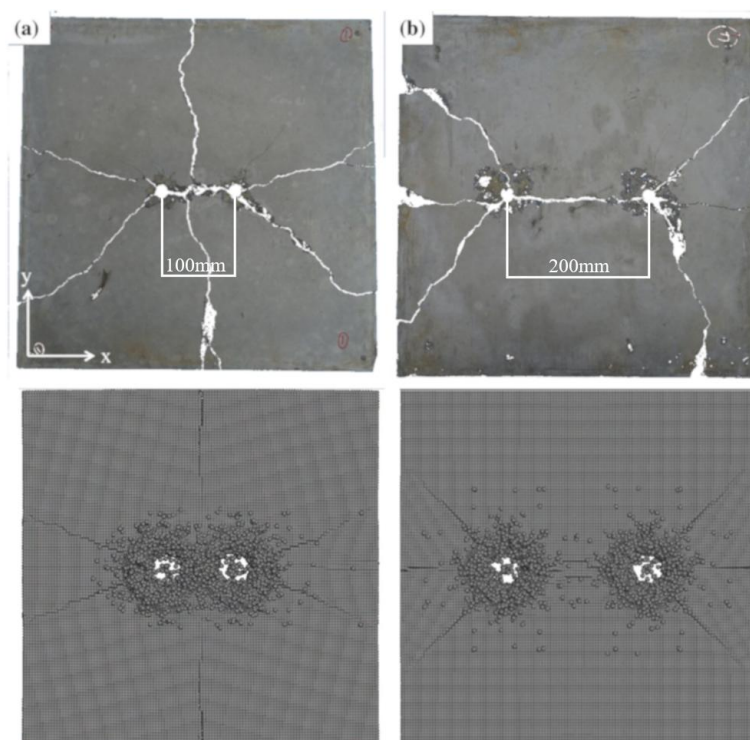


Slika 4.2: Tlačno polje v betonski kocki

4.3 Primer z dvema luknjama v betonu

Za nadaljnjo validacijo postopka modeliranja dinamične obremenitve betona sta bila izdelana še modela z dvema luknjama. Dimenzije betonske plošče z dvema luknjama so bile 500 mm x 500 mm x 80 mm. V prvem primeru je bila razdalja med luknjama 200 mm v drugem pa 100 mm. Testirana sta bila materialna modela CSCM in RHT. Slika 4.3 prikazuje primerjavo rezultatov eksperimenta [9] in simulacij z materialnim modelom RHT, saj je le-ta v tem primeru podal nekoliko boljše rezultate.

Kljub temu, da je bila v eksperimentu uporabljena večja količina nitrometana, za katero tlačni profil ni bil na voljo, numerični rezultati kažejo dobro ujemanje nastanka razpok z eksperimentom.



Slika 4.3: Rezultati z dvema luknjama na različnih oddaljenostih (zgoraj eksperiment, spodaj računalniška simulacija)

5 Zaključek

Študija je pokazala, da SPH metoda v kombinaciji z naprednima materialnima modeloma, kot sta CSCM in RHT, omogoča zanesljivo napovedovanje odziva betona na dinamične obremenitve zaradi eksplozije nitrometana. Modela uspešno simulirata iniciacijo in rast razpok ob skrbni kalibraciji materialnih parametrov. Metoda predpisa časovno odvisne obremenitve, s pomočjo plastičnega tankostenskega valja in definiranega kontakta, se je izkazala za učinkovito rešitev pri predpisovanju tlačne eksplozivne obremenitve na SPH delce.

Zmožnost modela, da uspešno predvidi nastanek štirih primarnih razpok v primeru eksplozije nitrometana v eni luknji in hkrati dobro ujemanje z eksperimentalnimi rezultati pri postavitvi z dvema luknjama, dokazuje njegovo robustnost in zanesljivost pri napovedovanju različnih scenarijev loma.

Razviti model tako predstavlja osnovo za prihodnje raziskave, usmerjene v optimizacijo parametrov lomljenja, kot sta določanje minimalne razdalje med luknjama in potrebne količine eksplozivnega sredstva. S tem se lahko bistveno zmanjša potreba po dragih in časovno zahtevnih eksperimentalnih preizkusih.

Literatura

- [1] P. Rossi, "A physical phenomenon which can explain the mechanical behaviour of concrete under high strain rates," *Mater. Struct.*, vol. 24, no. 6, pp. 422–424, 1991, doi:

10.1007/BF02472015.

- [2] D. L. Grote, S. W. Park, and M. Zhou, “Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 25, no. 9, pp. 869–886, 2001, doi: [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(01\)00020-3](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(01)00020-3).
- [3] Z. X. Zhang, S. Q. Kou, L. G. Jiang, and P.-A. Lindqvist, “Effects of loading rate on rock fracture: fracture characteristics and energy partitioning,” *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 37, no. 5, pp. 745–762, 2000, doi: [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(00\)00008-3](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(00)00008-3).
- [4] J. Hallquist, *LS-DYNA theory manual*. Livermore, California: Livermore Software Technology Corporation, 2006. [Online]. Available: http://www.dynasupport.com/manuals/additional/ls-dyna-theory-manual-2005-beta/at_download/file
- [5] I. Carol, P. C. Prat, and C. M. López, “Normal/Shear Cracking Model: Application to Discrete Crack Analysis,” *J. Eng. Mech.*, vol. 123, no. 8, pp. 765–773, Aug. 1997, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:8(765).
- [6] T. Belytschko and T. Black, “Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 45, no. 5, pp. 601–620, Jun. 1999, doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990620)45:5<601::AID-NME598>3.0.CO;2-S.
- [7] M. Özakça, M. K. Hind, and T. Ekmekyapar, “A Review on Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams Retrofitted with Fiber Reinforced Polymers,” *J. Adv. Res. Appl. Mech.*, vol. 22, no. 1 SE-Articles, pp. 13–48, 2020, [Online]. Available: <https://www.akademiabaru.com/submit/index.php/aram/article/view/1756>
- [8] J. Hallquist, *LS-DYNA keyword user’s manual*. Livermore, California: Livermore Software Technology Corporation, 2007.
- [9] S. Tanaka, M. Nishi, M. Yamaguchi, I. Bataev, and K. Hokamoto, “Simultaneous Initiation of Nitromethane in Two Holes by Pulsed Wire Discharge for Crack Control of a Concrete Block,” *J. Dyn. Behav. Mater.*, vol. 6, no. 1, pp. 53–63, 2020, doi: 10.1007/s40870-019-00227-6.



Časovna sprememba nosilnosti krčnega naseda

V. Močilnik, N. Gubeljak in J. Predan

Time Change in Load-Bearing Capacity of the Shrink Fit

Povzetek. V tem članku predstavljamo obsežno analizo časovne nosilnosti krčnega naseda, pri čemer smo združili eksperimentalne raziskave, numerično simulacijo in klasični teoretični model. Ključni cilj raziskave je bil razjasniti, kako vplivata velikost nadmere in hrapavost kontaktnih površin na dolgoročno trdnost krčnega naseda. Poudarek je bil na identifikaciji mikro - in makroskopskih pojavov plastificiranja, ki vodijo v spremembo kontaktnega tlaka in trenja ter posledično v spremembo nosilnosti krčnega naseda. Rezultati so pokazali, da je za optimalno mehansko delovanje v daljšem časovnem obdobju ključna natančna kontrola nadmere. Premajhna nadmera vodi v nezadostno trenje, medtem ko prevelika povzroča makroskopsko plastifikacijo in pospešeno lezenje, kar povzroči dolgoročno zmanjšanje kontaktnega tlaka. Raziskava prispeva k boljšemu razumevanju dolgoročne stabilnosti mehanskih zvez in pomeni pomemben doprinos k razvoju metod za projektiranje trajnih spojev v industriji.

Abstract. In this article, we present a comprehensive analysis of the time-dependent load-bearing capacity of a shrink-fit, combining experimental research, numerical simulation, and a classical theoretical model. The key objective of the research was to clarify how the radial interface and the adhesion of the contact surfaces affect the long-term strength of the shrink fit. The emphasis was on identifying micro- and macroscopic plasticization phenomena that lead to changes in contact pressure and friction, and consequently to changes in the load-bearing capacity of the shrink fit. The results showed that precise control of the overhang is crucial for optimal mechanical performance over a long period of time. The small radial interface leads to insufficient friction, while significant radial interface causes macroscopic plasticization and accelerated creep, which leads to a long-term decrease in contact pressure. The research contributes to a better understanding of the long-term stability of mechanical connections and is an important contribution to the development of a method for designing permanent joints in industry.

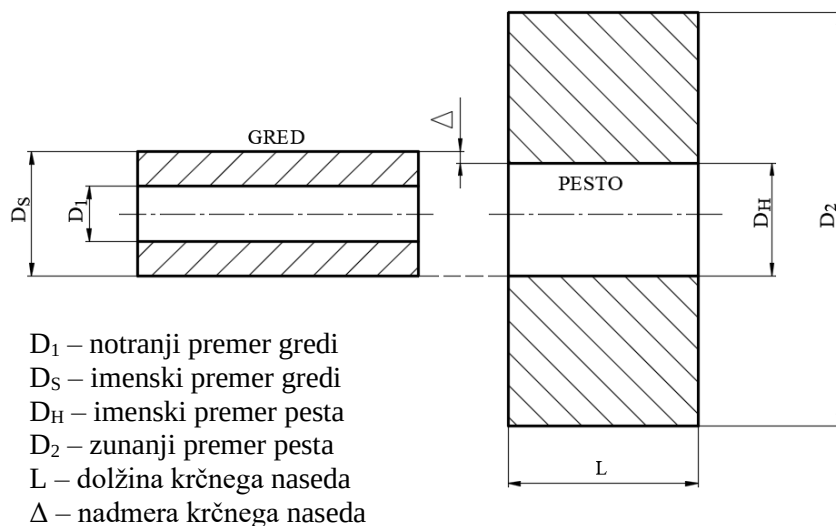
1 Uvod

Krčni nased je ena izmed najbolj razširjenih oblik trajne mehanske povezave, zlasti v avtomobilski in energetski industriji, kjer je prenos velikih obremenitev brez dodatnih vijakov ali lepil izrednega pomena. Zaradi ustvarjene radialne napetosti v stiku med gredjo in pestom, ki izhaja iz natančno odmerjene nadmere, takšni spoji omogočajo prenos velikih sil in torzijskih momentov brez zdrsa.

Vendar pa dolgotrajna učinkovitost takih spojev ni trivialna. Med delovanjem pride do relaksacije kontaktnih napetosti, lezenja materiala ter sprememb v mikro-geometriji kontaktnih površine. Zaradi tega se sčasoma zmanjšuje trenje in s tem tudi nosilnost spoja. Zlasti v

primerih, ko deluje spoj pod statično obremenitvijo skozi desetletja, kot npr. pri železniških oseh ali generatorjih, je ta pojav odločilen za varnost, slika 1.

Poleg mehanskih izzivov, ki jih prinaša sestava in montaža krčnega naseda, postaja vedno bolj pomembno tudi razumevanje dolgoročnih procesov, ki jih ni mogoče predvideti zgolj z uporabo klasičnih elastičnih modelov. V tem prispevku analiziramo prav te učinke z več pristopi: eksperimentom, simulacijo in teoretično obravnavo.



Slika 1: Osnovni princip krčnega naseda.

Lewis in sodelavci v [1] so izmerili kontaktni tlak v krčnem nasedu z uporabo ultrazvočne metode. Pokazalo se je, da obstaja območje enakomernega tlaka znotraj kontaktne cone in da kontaktni tlak na vsaki strani kontaktne cone močno naraste. Povprečni tlak vzdolž dolžine spoja se dobro ujema z rezultati Laméjeve analize, ki temelji na ravninskem napetostnem stanju ob precejšnjih poenostavitvah. Zaključil je, da je porazdelitev tlaka vzdolž kontaktne cone primerljiva ne glede na to, ali gre za spajanje s silo, ali s toploto.

Majed v [2] je izvedel izračun krčnega naseda z analizo po metodi končnih elementov (FEM) in primerjal rezultate z eksperimentom. Dokazal je, da Laméjeva analiza v določenih primerih podaja pomanjkljivo oceno. Razlika v nosilnosti spoja je lahko tudi do 20 %. Pokazal je, da je za natančno modeliranje potrebno uporabiti velikost končnega elementa, manjšo od 1 % premera gredi. Avtor ocenjuje, da je pri bolj natančni analizi potrebno modelirati tudi trenje. Coulombov model trenja ni zadosten za opis drsnega kontakta pri visokih tlakih. Avtor predlaga uporabo modela Bay-Wanheim (1976), ki trenje povezuje s kontaktnim tlakom.

V [3] avtorji navajajo, da sila statičnega trenja določa trdnost številnih različnih vrst spojev, ki so izpostavljeni velikim obremenitvam, kot je krčni nased. Koeficient statičnega trenja je odvisen od številnih parametrov, kot so mehanske lastnosti obeh materialov, hrapavost površin, mazanje, nečistoče, trdota kontaktnih površin, čas trajanja spoja ipd. V inženirskih izračunih se uporablja povprečna vrednost koeficienta statičnega trenja, ki je določena eksperimentalno. Za določitev ustreznega koeficienta statičnega trenja v konkretnem primeru je potrebnih veliko eksperimentov. Da bi poenostavili ta postopek, so avtorji predlagali nov postopek izračuna, ki temelji na mehansko-molekularni teoriji trenja. Rezultati so bili primerjani z eksperimentalno določenimi vrednostmi in je bila dosežena dovolj dobra skladnost.

V [4] avtor obravnava vpliv hrapavosti površin na načrtovanje krčnega naseda. Podaja podrobno študijo vpliva hrapavosti na nosilnost spoja. Vidik plastične deformacije je tukaj

zanemarjen. Avtorji v [5] in [6] so izmerili deformacijo oboda pesta z uporabo merilnikov deformacije na zunanjem premeru pesta. Na ta način so nato ocenili kontaktni tlak z uporabo analitičnih enačb.

Croccolo in sod. v [7] so ugotovili, da je pri krčnem nasedu med aluminijem in jeklom koeficient trenja za suho aluminij-jeklo površino 0,46. Razvili so analitični model in poročali, da je v primeru, ko sta togosti obeh delov podobni, dejanski nased manjši od ocenjenega.

Mori in sod. v [8] prav tako analizirajo plastično deformacijo pri krčnem nasedu. Ugotovili so, da je možno povečati trdnost spoja z oblikovanjem utorov in vdolbin. Yang in sod. v [9] poudarjajo, da je optimalni tlak med dvema deloma dosežen tik preden začne pesto plastično teči, nadaljnje povečanje nadmere pa povzroči zanemarljivo povečanje kontaktnega tlaka in trdnosti spoja. Prav tako navajajo, da je možno povečati trdnost spoja s povečanjem hrapavosti površin ali čiščenjem kontaktnih površin.

Avtorji v [10] poudarjajo pomen hrapavosti površine pri krčnem nasedu in eksperimentalno pokažejo, da se sila izvleka spreminja tudi do 300 % za R_a vrednosti od 0,24 do 6,82 mikronov. Uporabili so elastični dvodimenzionalni model za modeliranje mikro-hrapavosti na gredi in pestu ter ugotovili, da se kljub visokim tlakom, ki pritiskajo na hrapavost površine, ta še vedno ohrani. Avtorji v [11] so analizirali krčni nased obročastega zobnika in stopničaste gredi z numeričnimi in analitičnimi metodami ter zaključili, da Laméjeve enačbe podcenijo kontaktni tlak tudi do 78 %.

Avtor v [12] je z analitičnim modelom pokazal, da se kontaktni tlak spreminja s temperaturo; povečanje temperature povzroči zmanjšanje meje plastičnosti, kar povzroči plastično deformacijo v krčnem nasedu in posledično zmanjša njegovo nosilnost. Z numeričnimi metodami je bila ocenjena kakovost spoja.

Avtor v [13] je primerjal prenos obremenitve pri različnih vrednostih nadmere in zaključil, da skrbno izbrana nadmera poveča obstojnost spoja.

2 Mehanske lastnosti in preizkušanci

Eksperimentalno delo je vključevalo osem testnih primerov, pri katerih so se vrednosti nadmere sistematično povečevale od 0,015 mm do 0,15 mm. Preizkušanci so bili izdelani iz jekla S355, ki zaradi svojih lastnosti omogoča stabilno spremljanje deformacijskih odzivov skozi daljše časovno obdobje. Dimenzije preizkušancev so bile naslednje: notranji premer gredi $D_1 = 0$ mm, imenski premer $D = 30$ mm, zunanji premer pesta $D_2 = 60$ mm in dolžina krčnega naseda $L = 30$ mm. Montaža spojev je bila izvedena s klasično termo-mehansko metodo, pri kateri smo pesto segreli v peči na temperaturo od 150 do 450 °C, odvisno od nadmere, temperaturo gredi pa ohranili pri sobni temperaturi +20 °C. Tako sestavljen spoj po ohlajanju vzpostavi močan pritisk na kontaktni površini, ki povzroča začetno trenje in se profil hrapavosti površine ne spremeni zaradi montaže. Sčasoma začetni kontaktni tlak upade zaradi lezenja materiala, ki je bilo v raziskavi tudi eksperimentalno analizirano.

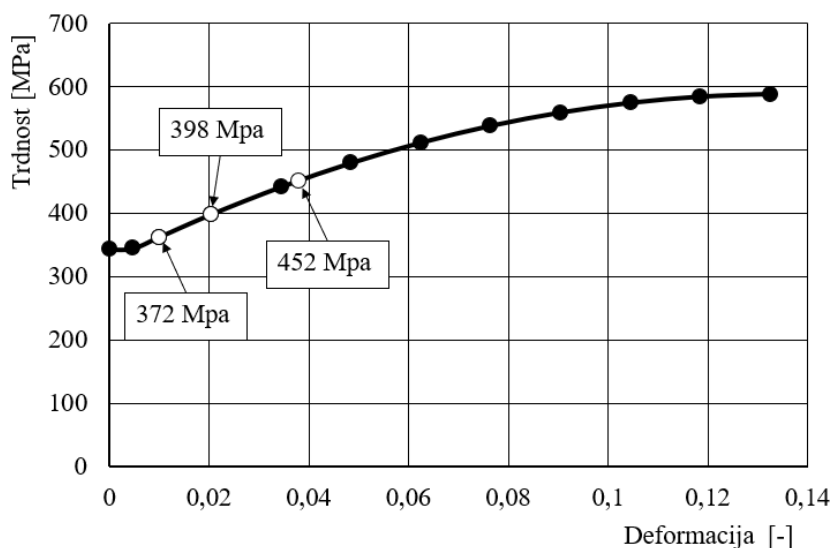
Za vsak vzorec je bila po 18 letih določena maksimalna aksialna sila, pri kateri pride do zdrsa. Primerjava teh vrednosti z izračuni in simulacijami omogoča kvantitativno ovrednotenje vpliva časa in nadmere na nosilnost spoja. Izvedene so bile meritve lezenja s pomočjo ekstenziometra na univerzalnem stroju za mehansko preizkušanje, kar je omogočilo določitev parametrov za model v programskem paketu ABAQUS.

Za material S355 smo upoštevali naslednje mehanske lastnosti:

Young-ov modul elastičnosti	$E = 206$ GPa,
Poisson-ovo število	$\nu = 0,3$,
meja elastičnosti	$R_e = 357$ MPa in

natezna trdnost

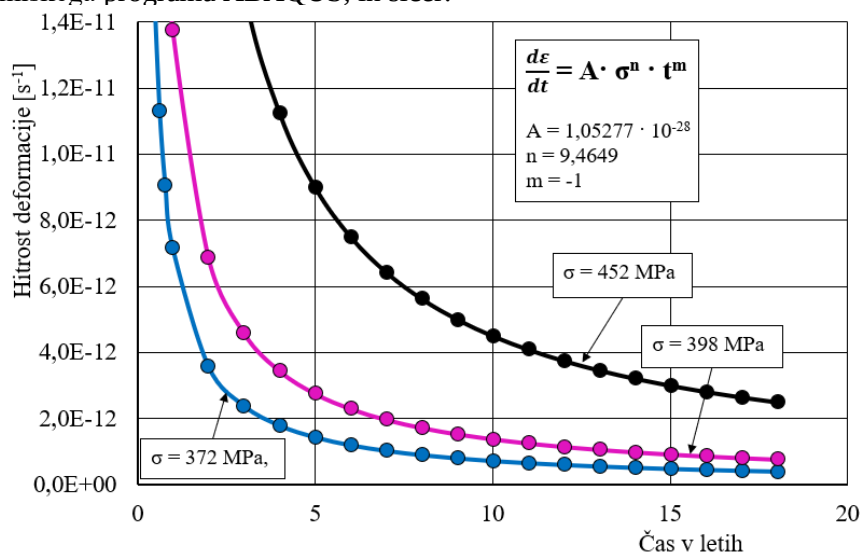
$R_m = 512 \text{ MPa}$.



Slika 2: Dejanska krivulja za material S355.

2.1 Hitrost deformacije lezenja materiala S355 pri temperaturi okolice

Izveden je bil test lezenja materiala pri stalni obremenitvi in temperaturi okolice. Slika 2 prikazuje točke bele barve, v katerih je bilo izmerjeno lezenje pri temperaturi okolice. Trije natezni preskusni kosi so bili obremenjeni do točk, ki so označene na sliki, ob pogoju konstantne napetosti. Merjena je bila plastična deformacija, trenutek, ko je bila napetost dosežena, pa se šteje za čas nič. Na sliki 3 so prikazane odvisnosti hitrosti deformacije lezenja od časa pri konstantni napetosti. Upoštewane so bile tri točke 327 MPa, 398 MPa in 452 MPa. Parametri A , n in m so bili določeni eksperimentalno za izračun po MKE s pomočjo računalniškega programa ABAQUS, in sicer:



Slika 3: Časovno odvisne lastnosti materiala S355.

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot \sigma^n \cdot t^m, \quad (1)$$

kjer pomenijo oznake:

$\dot{\varepsilon}$ – ekvivalentna hitrost deformacije lezenja,

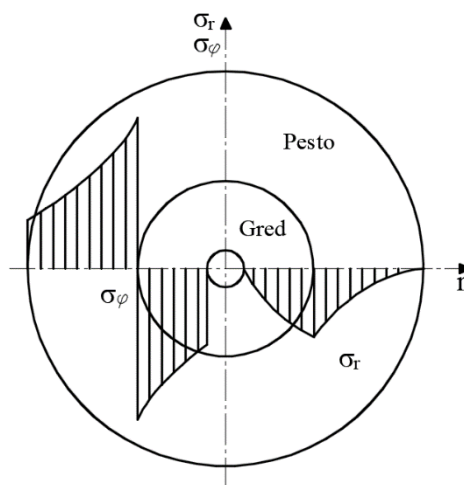
σ - ekvivalentna deviatorična napetost,

A, n, m – konstante določene pri temperaturi okolice.

3 Napetostno stanje v krčnem nasedu

V inženirski literaturi, kot sta na primer Decker [18] in Nieman [19], je opisan postopek za izračun nosilnosti krčnega naseda. Izračun temelji na teoriji, ki obravnava napetosti v dvoslojnim obroču ob predpostavki osne simetrije in ravninskega napetostnega stanja, v elastičnem stanju materiala. Problem je rešen s pomočjo prve Laméjeve enačbe, zapisane v polarnem koordinatnem sistemu, brez upoštevanja volumskih sil, pri homogenem temperaturnem polju.

Pesto pritiska na gred zaradi elastičnega delovanja kot vzmet. Pri večjih nadmerah pride delno do plastične deformacije pesta, kar lahko zmanjša pritisk med pestom in gredjo. To se lahko zgodi, če plastična deformacija prodre pregloboko v material. Slika 4 prikazuje porazdelitev elastične napetosti na makro nivoju pri krčnem nasedu.



Slika 4: Radialna σ_r in tangentialna σ_ϕ napetost v elastičnem področju na makro nivoju pri krčnem nasedu.

3.1 Koeficient statičnega drsnega trenja pri velikih tlakih skladno z modelom Bowden - Tabor

Kontaktna površina, ki je omejena z obsegom pri nazivnem premeru in dolžino krčnega naseda, se imenuje navidezna kontaktna površina. Zaradi hrapavosti gredi in pesta so v dotiku le nekateri najvišji vrhovi hrapavosti, ki tvorijo pravo, oziroma dejansko kontaktno površino, kar je ena od kontaktnih lastnosti krčnega naseda na mikro - nivoju. Dejanska kontaktna površina krčnega naseda se poveča z naraščajočo normalno silo in je neodvisna od navidezne kontaktne površine [14]. Ta vpliv ni zajet v klasičnem Coulombovem zakonu drsnega trenja

[14]. Koeficient statičnega drsnega trenja je lahko bistveno drugačen na fino poliranih površinah kot na realni površini obdelani s struženjem in/ali brušenjem. Poudariti je treba, da mora biti hrapavost tako tehnološko kot glede trenja v optimalnem območju, kakor je opisano v [15] in [16].

Teorija kinetičnega trenja med dvema čistima kovinskima površinama po modelu Bowden - Tabor temelji na spajanju kovine s pomočjo hladnega varjenja [17]. Na mestih, na mikro - nivoju, kjer se telesi dotikata, se površini obeh zaradi velikega tlaka tako približata, da nastane trdna kovinska vez. Zaradi pritiska se konice na hrapavi površini plastično deformirajo, nove točke se dotaknejo in dejanska kontaktna površina se povečuje. Oksidna plast se razgradi, nečistoče se iztisnejo in nastane čisti kovinski spoj. Hladno zavarjene točke na mikro - nivoju se imenujejo kontaktni mostički. Pri plastifikaciji materiala zaradi visokih tlakov sčasoma pride do sprostitve napetosti, zato se površine na kontaktnih mostičkih povečajo in nosilnost krčnega naseda se sčasoma poveča. Kot je prikazano v tej študiji, se nosilnost s časom povečuje le, dokler je nadmerna dovolj majhna. Pri večjih nadmerah pa plastičnost prodre globlje v material gredi in puše in pride do nasprotnega učinka, torej se nosilnost zmanjša.

Za čisto kovino brez maziva, močni adheziji in velikih normalnih silah, je koeficient statičnega drsnega trenja ocenjen z naslednjim izrazom:

$$\mu_0 \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{3-\xi} \right), \quad (2)$$

kjer je ξ tako imenovani Bowden – Tabor koeficient; v glavnem je $\xi < 3$. V primeru, da je $\xi = 0$ do 2,35, znaša koeficient statičnega trenja μ_0 od 0,4 do 1,8, [14].

4 Hrapavost naležnih površin

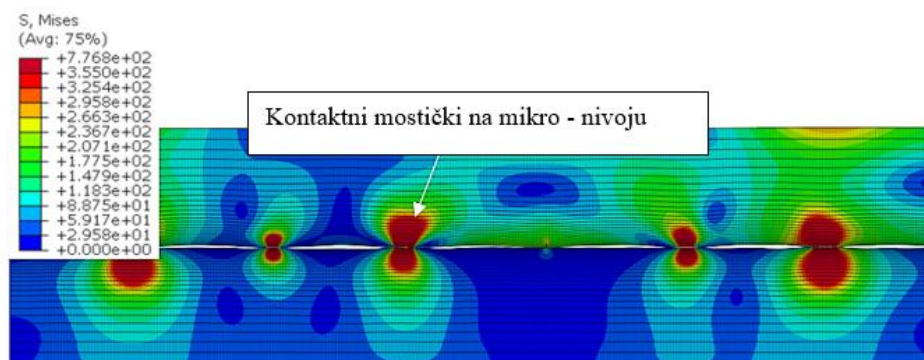
S pomočjo mikroskopa KEYENCE VHX-7000 smo izmerili hrapavost kontaktne površine gredi in pesta. Pesto je bilo struženo na Ra 2,38 μm , gred pa brušena na Ra 0,43 μm . Slika 5 prikazuje posneti profil površinske hrapavosti za gred in pesto pri referenčni dolžini 800 μm v začetnem kontaktu. Pri začetnem kontaktu je profil hrapavosti stružene kontaktne površine na pestu globlji in se periodično ponavlja, medtem ko je profil hrapavosti brušene gredi plitvejši in naključen, slika 5.



Slika 5: Posneti profil površinske hrapavosti za gred in pesto pri referenčni dolžini 800 μm v začetnem dotiku brez sile

5 Analiza z metodo končnih elementov MKE

Slika 6 prikazuje MKE analizo modelirane kontaktne hrapavosti pod določenim začetnim tlakom. Vidni so kontaktni mostički na mikro - nivoju in plastificiranje.



Slika 6: MKE analiza modelirane hrapavosti v območju kontakta.

Numerična simulacija napetostno-deformacijskega stanja v kontaktu je bila izvedena s programskim paketom SIMULIA Abaqus 2024. Uporabljen je bil elastični, plastični in visko - plastični model obnašanja materiala. Za modeliranje kontakta je bil uporabljen model trdega kontakta s koeficientom trenja 0,4. Ta pristop nam je omogočil simulacijo tečenja materiala okoli kontaktnega območja in sprostitev napetosti skozi čas zaradi lezenja materiala. V linearno elastičnem območju je bil Youngov modul 206 GPa, Poissonovo razmerje pa 0,3. Material ima mejo tečenja 357 MPa in deformacijsko utrdi do 512 MPa. Za lezenje je bil uporabljen preprost model, ki upošteva časovno odvisno utrjevanje, s fizikalnimi konstantami za ta model, eksperimentalno določenimi kot $A = 1,05277 \cdot 10^{-28}$, $n = 9,4649$ in $m = -1$. Geometrija je bila predstavljena kot ravninski osno simetrični model. V kontaktnem območju je bila mreža končnih elementov zgoščena, da je zajemala razmeroma kompleksen profil merjene površine; kljub temu je simulacija zahtevala 556800 končnih elementov tipa CAX4 za opis gredi in pesta. Model je bil omejen tako, da se je lahko prosto deformiral. Zaradi mikro - plastifikacije v kontaktnih mostičkih pride do dodatnega časovno odvisnega plastificiranja.

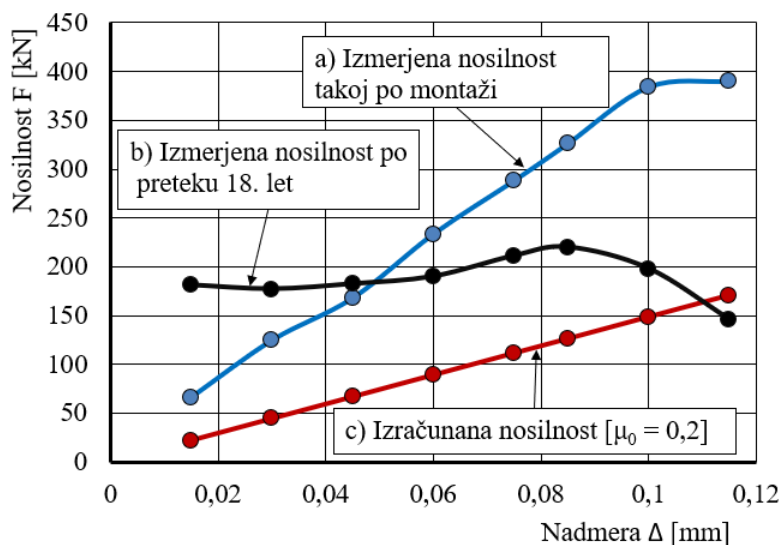
6 Rezultati in diskusija

Nosilnost krčnega naseda (največja aksialna sila, ko pride do zdrsa) je bila izmerjena v odvisnosti od nadmere, na začetku takoj po montaži in po 18 letih. Rezultati testa so prikazani na grafu slika 7. Poleg meritve nosilnosti krčnega naseda je bil za primerjavo opravljen preprosti izračun na podlagi linearne teorije elastičnosti. Pri izračunu je bil upoštevan koeficient statičnega trenja $\mu_0 = 0,2$, skladno s priporočili iz literature Decker [18] in Nieman [19].

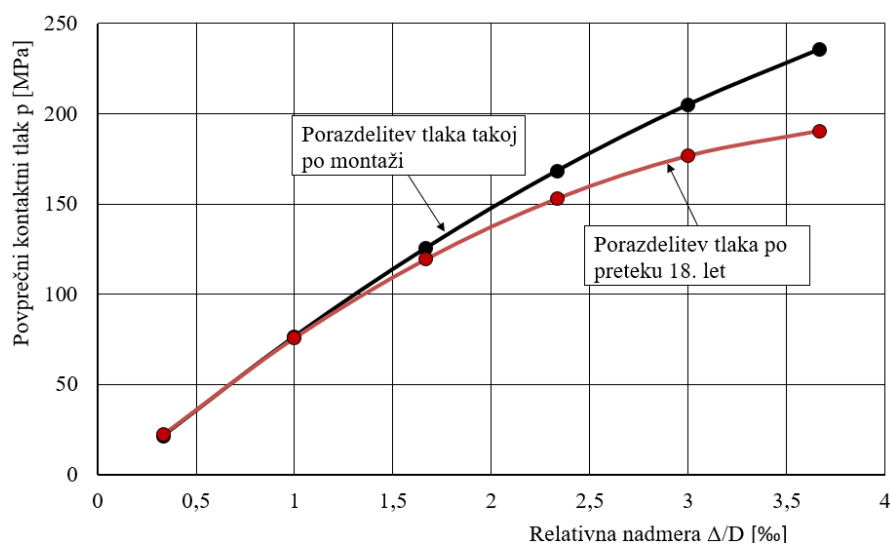
Rezultati preizkusa nosilnosti krčnega naseda v odvisnosti od nadmere kažejo, da je dejanska nosilnost precej višja od izračunane. S časom se nosilnost krčnega naseda poveča, do nadmere 0,05 mm, nakar se pojavi padec nosilnosti glede na začetno stanje. Z večanjem nadmere se poveča tudi kontaktni tlak na realni kontaktni površini, kjer se material plastificira in s časom pride do relaksacije napetosti, kar je na sliki 8 razvidno kot padec povprečnega kontaktnega tlaka s časom. Slika 8 prikazuje porazdelitev povprečnega kontaktnega tlaka v odvisnosti od relativne nadmere takoj po mehanskem spajanju krčnega naseda in po 18. letih.

Krivulji sta povzetek rezultatov FEM analize. Do relativne nadmere 1,6‰ ni bistvenega padca kontaktnega tlaka, pri večjih relativnih nadmerah pa je padec kontaktnega tlaka večji zaradi sprostitev napetosti plastificiranega materiala.

Na podlagi numerično izračunanega povprečnega kontaktnega tlaka in izmerjene nosilnosti krčnega naseda je bil izračunan koeficient statičnega drsnega trenja na navidezni kontaktni površini. Slika 9 prikazuje porazdelitev koeficienta statičnega trenja μ_0 v odvisnosti od relativne nadmere krčnega naseda. Po montaži je bil srednji koeficient statičnega drsnega trenja okoli 0,6, po 18. letih pa se je koeficient statičnega trenja bistveno spremenil in znaša $\mu_0 = 1,8$ pri relativni nadmeri 0,5‰ in 0,2 pri relativni nadmeri 3,83‰.



Slika 7: Izmerjena in izračunana nosilnost krčnega naseda.

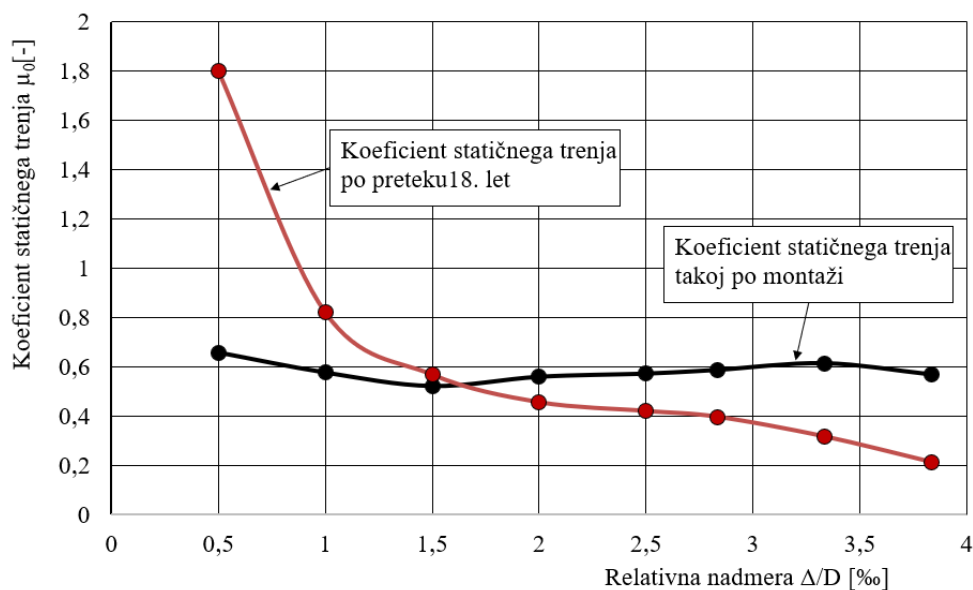


Slika 8: Porazdelitev povprečnega kontaktnega tlaka v odvisnosti od relativne nadmerek Δ/D .

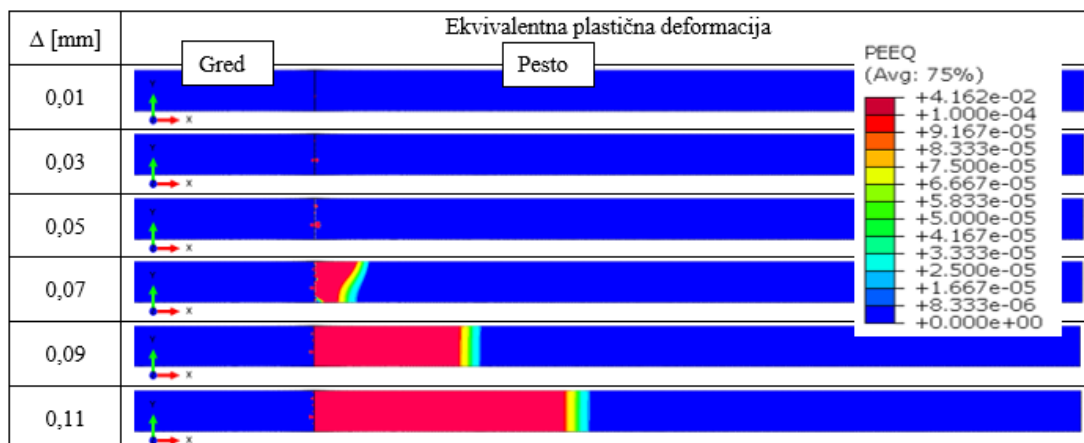
Slika 10 prikazuje ekvivalentno plastično deformacijo v odvisnosti od nadmerek. Pri nadmerek nad 0,05 mm plastifikacija sega na makro nivo, kar povzroči intenzivnejše lezenje materiala v pestu. Zmanjša se kontaktni tlak, koeficient drsnega trenja in posledično nosilnost krčnega naseda.

V vsakem primeru, ne glede na velikost nadmerek, pride do plastifikacije materiala zaradi visokega tlaka in majhne dejanske kontaktne površine. Pri relativnih nadmerek do 1,6% je material plastificiran na mikro - nivoju, kar pomeni, da se plastično deformirajo le vrhovi

hrapavosti dejanske kontaktne površine, ki se posledično poveča. Zaradi kohezivnih sil sta dva materiala v stiku hladno stisnjena in nastanejo zelo močni kontaktni mostički.



Slika 9: Porazdelitev koeficienta statičnega trenja μ_0 v odvisnosti od relativne nadmere Δ/D na navidezni kontaktni površini.



Slika 10: Ekvivalentna plastična deformacija v odvisnosti od nadmere.

Sčasoma pride do lezenja materiala in kontaktni mostički se deformacijsko utrdijo. Kontaktni tlak se ne zmanjša, ker se lezenje pojavlja le na mikro - nivoju. Zunanji sloji materiala ostanejo v elastičnem območju in ves čas delujejo kot vzmet ter vzdržujejo kontaktni tlak.

Pri relativnih nadmerah nad 1,6%, plastifikacija prodre globlje v material na makro - nivoju, slika 10. V začetnem stanju, ko ima material še začetno trdnost, je nosilnost krčnega naseda razmeroma visoka. Sčasoma se pojavi lezenje (relaksacija) tudi na makro nivoju, kar zmanjša vzmetno delovanje materiala in kontaktni tlak. Posledično se močno zmanjšata koeficient statičnega drsnega trenja in nosilnost celotnega krčnega naseda.

7 Zaključki

Študija dokazuje, da na nosilnost krčnega naseda pomembno vplivajo časovno spreminjajoče lezenje kontaktne površine materiala, površinska hrapavost in nadmera. Eksperimentalni rezultati so pokazali, da se nosilnost z naraščajočo nadmero povečuje do kritične točke, nad katero čezmerna plastična deformacija na makro - nivoju, nad 1,6‰, zmanjša trdnost spoja. Pri manjših nadmerah, ko se plastifikacija nahaja le na vrhovih hrapave površine na mikro - nivoju, sčasoma lezenje materiala povzroči nastanek večje dejanske kontaktne površine, s čimer se poveča koeficient trenja in s tem nosilnost krčnega naseda. Pri večji nadmeri, nad 1,6‰, plastifikacija prodre globlje v material na makro - nivoju. To povzroči večje lezenje, kar povzroči padec kontaktnega tlaka in koeficienta trenja, zaradi česar krčni nased izgubi prvotno nosilnost.

Numerična simulacija na modelu hrapave kontaktne površine potrjuje, da uporaba računalniških modelov, ki temeljijo le na elastičnosti materiala, ne zadostuje. Za globlje razumevanje procesa je potrebno uporabiti visko - plastično obnašanje materiala na resnični hrapavi kontaktni površini. Rezultati in ugotovitve kažejo, da je poleg materiala in ustrezne hrapavosti nalezne površine treba izbrati tudi ustrezno nadmero, če želimo izdelati časovno zanesljiv in tog spoj.

Literatura

- [1] Lewis, R., Marshall, M. B. & Dwyer-Joyce, R. S. *Measurement of interface pressure in interference fits*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 219(2), 127-139, 2005. <https://doi.org/10.1243/095440605X8432>
- [2] Madej, J. *A strength analysis of the interference-fit joints*. Mechanik, 91(11), 1032-1034, 2018. <https://doi.org/10.17814/mechanik.2018.11.185>
- [3] Stamenković, D., Milošević, M., Mijajlović, M. & Banic, M. *Estimation of the static friction coefficient for press fit joints*. Journal of the Balkan Tribological Association, 17(3), 341-355, 2011. <https://www.researchgate.net/publication/241688933>
- [4] Persson, B.N.J. *Influence of Surface Roughness on Press Fits*. Tribology Letters, 71(19), 2023. <https://doi.org/10.1007/s11249-022-01688-y>
- [5] Croccolo, D., De Agostinis, M. & Vincenzi, N. *How to improve static and fatigue strength in press-fitted joints using anaerobic adhesive*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C. Journal of Mechanical Engineering Science, 225(12), 2792-2803, 2011. <https://doi.org/10.1177/0954406211411402>
- [6] Kim, S. S. & Lee, D. G. (2006). *Design of the hybrid composite bearing assembled by interference fit*. Composite Structures, 75(1-4), 222-230, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.04.026>
- [7] Croccolo, D., Agostinis, M. D. & Vincenzi, N. *Design of hybrid steel-composite interference fitted and adhesively bonded connections*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 37, 19-25, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2012.01.011>
- [8] Mori, K., Bay, N., Fratini, L., Micari, F. & Tekkaya, A. E. *Joining by plastic deformation*. CIRP Annals –Manufacturing Technology, 62(2), 673-694, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2013.05.004>
- [9] Yang, G. M., Coquille, J. C., Fontaine, J. F. & Lambertin, M. *Influence of roughness on characteristics of tight interference fit of a shaft and a hub*. International Journal of Solids and Structures, 38(42-43), 7691-7701, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00035-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00035-X)
- [10] Zhang, Y., McClain, B. & Fang, X. *Design of interference fits via finite element method*. International Journal of Mechanical Sciences, 42(9), 1835-1850, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(99\)00072-7](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(99)00072-7)

- [11]Lippmann, H. *The effect of a temperature cycle on the stress distribution in a shrink fit*. International Journal of Plasticity, (1), 567-582, 1992. [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(92\)90031-7](https://doi.org/10.1016/0749-6419(92)90031-7)
- [12]Wang, G. S. *Stress analysis for a lug under various conditions*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 29(1), 7-16, 1994. <https://doi.org/10.1243/03093247V291007>
- [13]Rudnytskyj, A. *Simulations of contact mechanics and wear of linearly reciprocating block-on-flat sliding test*. Mechanical Engineering, master level, Lulea University of Technology, department of Engineering Sciences and Mathematics, 2018. <https://www.divaportal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1242768&dswid=7465>
- [14]Popov, V. L. *Contact Mechanics and Friction*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-10803-7>
- [15]Vukelic D., Prica M., Ivanov V., Jovicic G., Budak I. & Luzanin O. *Optimization of Surface Roughness Based on Turning Parameters and Insert Geometry*. Int. Journal of Simulation Modelling, 21(3), 417-428, 2022. <https://doi.org/10.2507/IJSIMM21-3-607>
- [16]Milošević, A., Simunovic, G., Kanović, Ž., Simunovic, K., Santosi, Z., Šokac, M. & Vukelić, D. *Comprehensive Evaluation of Dimensional Deviation, Flank Wear, Surface Roughness and Material Removal Rate in Dry Turning of C45*. Steel Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering, 22(4), 547-566, 2024. <https://doi.org/10.22190/FUME240403024M>
- [17]Bowden, F. P. & Tabor, D. *The Friction and Lubrication of Solids*. Clarendon Press, Oxford, 2001.
- [18]Decker, K.-H. *Maschinenelemente*. Carl Hanser Verlag München Wien, 2024.
- [19]Nieman, G. *Maschinen-elemente Band I Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1981.



Preučevanje vpliva divergentnega kota Venturijevega kanala na dinamiko kavitacije z računsko dinamiko tekočin

Luka Kevorkijan¹, Luka Lešnik¹, Ignacijo Biluš¹

Investigation of the Influence of Venturi Channel Divergence Angle on Cavitation Dynamics Using Computational Fluid Dynamics

Povzetek. Za opis hidrodinamične kavitacije je uveljavljena uporaba kavitacijskega števila, kot brezdimenzijskega parametra toka. V kavitacijskem številu pa ni zajet vpliv geometrije, toka. V tej raziskavi smo preučevali vpliv divergentnega kota Venturijevega kanala na časovni razvoj kavitacije. Pri tem smo za izvedbo raziskave uporabili računalniško dinamiko tekočin, kar je omogočilo podrobno analizo toka s kavitacijo. Numerične simulacije so pokazale, da ima divergentni kot Venturijevega kanala izrazit vpliv na razsežnost in časovni razvoj kavitacije. Ta vpliv se je odražal tudi na razlikah v vrtničnih strukturah v toku.

Abstract. For describing hydrodynamic cavitation, the use of the cavitation number as a dimensionless flow parameter is well established. However, the cavitation number does not account for the influence of geometry or flow characteristics. In this study, we investigated the effect of the divergent angle of a Venturi channel on the temporal development of cavitation. Computational fluid dynamics (CFD) was employed to carry out the research, enabling a detailed analysis of the cavitating flow. Numerical simulations revealed that the divergent angle of the Venturi channel has a significant impact on the extent and temporal evolution of cavitation. This influence was also reflected in differences in the vortex structures within the flow.

1 Uvod

Pri toku kapljevine, se lahko zaradi velike preusmeritve toka pojavi območje lokalno povišane hitrosti in znižanega tlaka. Pri tem je lahko padec tlaka tolikšen, da je dosežen tlak uparjanja kapljevine. Temu pojavu pravimo hidrodinamična kavitacija, ker so jo povzročili hidrodinamski dejavniki. Hidrodinamična kavitacija se pojavlja v različnih inženirskih hidravličnih sistemih, npr. v črpalkah, vodnih turbinah, v ventilih, ladijskih vijakih. Iz inženirskega vidika so pogosto

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

bolj pomembne negativne posledice kavitacije, predvsem erozija, ki se pojavi kot posledica implozij parnih struktur v bližini trdnih sten.

Na pojav sekundarnih pojavov (npr. kavitacijske erozije) vpliva časovni razvoj kavitacije, saj v zgoraj navedenih primerih pogosto kavitacija ni časovno ustaljen pojav, ampak izkazuje dinamiko v obliki cepljenja različnih kavitacijskih struktur (oblakov). Pretekle raziskave so pokazale, da je to cepljenje oblakov in njihov kolaps eden od mehanizmov nastanka kavitacijske erozije.

Za raziskovanje dinamike kavitacije se pogosto omejimo na manjšo, enostavnejšo geometrijo. Ena takšnih geometrij, ki se pogosto pojavlja pri raziskavah hidrodinamične kavitacije in njenih učinkov je Venturijev kanal.

Potencial za pojav kavitacije v Venturijevem kanalu opišemo z brezdimenzijskim kavitacijskim številom:

$$\sigma = \frac{p_{iz} - p_u}{\frac{1}{2}\rho_k v_{gr}^2}, \quad (1)$$

kjer je p_{iz} tlak na izstopu iz Venturijevega kanala, p_u tlak uparjanja, ρ_k gostota kapljevine, in v_{gr} hitrost toka v grlu (zožitvi) Venturijevega kanala. Kavitacijsko število ne vključuje (neposredno) informacije o geometriji kanala (ali v splošnem geometriji, ki omejuje tok). V primeru Venturijevega kanala se pojavljata podobno kot pri šobah dva kota, konvergentni kot (od kanala proti grlu Venturija) in divergentni kot (od grla Venturija naprej proti kanalu). Ta kota definirata kako hitro se pretočni presek zoži proti grlu in potem ponovno razširi za grlom. Kuldep in Saharan [5] sta tako ugotovila, da oblika Venturijevega kanala pomembno vpliva na razvoj kavitacije, predvsem sta pri večjih divergentnih kotih opazila manjšo razsežnost kavitacije a hkrati večjo intenziteto kolapsov kavitacijskih oblakov. Pomemben vpliv na razvoj kavitacijske erozije so na podlagi numeričnih simulacij preiskovali Yang in sodelavci [8], ki so ugotovili večjo erozijsko ogroženost v primeru manjših divergentnih kotov. V tem prispevku predstavljamo preučevanje vpliva divergentnega kota Venturijevega kanala na treh primerih: za divergetni kot 4° , 8° in 12° . V predhodni eksperimentalni raziskavi [2] smo ugotovili, da je pri večjem divergentnem kotu bila razsežnost kavitacije večja, oblaki so se cepili višje proti toku in odcepljeni oblaki so bili večji. To nas je spodbudilo k uporabi računske dinamike tekočin (RDT) s pomočjo programske opreme ANSYS Fluent, za podrobnejšo preučitev razmer pri odcepljanju kavitacijskih oblakov.

2 Metodologija

Obravnavali smo tok vode v Venturijevem kanalu, kjer se pojavi kavitacija. Za modeliranje večfaznega toka smo uporabili pristop homogene zmesi, uparjanje in kondezacijo smo modelirali s Schnerr-Sauer kavitacijskim modelom. Ker je bil tok turbulenten, smo uporabili RANS pristop k modeliranju turbulence, kjer smo zaradi kavitacije uporabili popravek turbulentne viskoznosti.

2.1 Numerično modeliranje toka s kavitacijo

Dvofazni tok vode in pare opišemo kot tok homogene zmesi z deležem pare α . Gostota zmesi ρ in dinamična viskoznost zmesi μ sta potem:

$$\rho = \alpha \rho_p + (1 - \alpha) \rho_k, \quad (2)$$

$$\mu = \alpha \mu_p + (1 - \alpha) \mu_k, \quad (3)$$

kjer sta ρ_p in μ_p gostota in dinamična viskoznost pare, ρ_k in μ_k pa gostota in dinamična viskoznost kapljevine. Potem zapišemo enačbe toka za zmes, najprej kontinuitetno enačbo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (4)$$

nato še Navier-Stokesove enačbe (za tri smeri zapisane skupaj v vektorski obliki):

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}, \quad (5)$$

kjer so $\mathbf{v}$ vektor hitrosti zmesi, p tlak zmesi, $\boldsymbol{\tau}$ viskozni napetostni tenzor in $\mathbf{g}$ vektor gravitacijskega pospeška. Za določitev volumnskega deleža pare je potrebna še dodatna prenosna enačba:

$$\frac{\partial(\rho_p \alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_p \alpha \mathbf{v}) = R_{up} - R_{kond}. \quad (6)$$

V prenosni enačbi mase parne faze (6) sta upoštevana izvor pare R_{up} zaradi uparjanja in ponor pare R_{kond} zaradi kondenzacije, ki ju izračunamo s Schnerr-Sauer [7] kavitacijskim modelom. Uparjanje nastopi pri pogoju $p_u \geq p$:

$$R_{up} = F_{up} \frac{\rho_p \rho_k}{\rho} \alpha (1 - \alpha) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_u - p)}{\rho_k}}, \quad (7)$$

kondenzacija pa pri pogoju $p_u < p$:

$$R_{kond} = F_{kond} \frac{\rho_p \rho_k}{\rho} \alpha (1 - \alpha) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_u)}{\rho_k}}, \quad (8)$$

kjer sta kalibracijska modelna koeficienta za uparjanje $F_{up} = 1$ in kondenzacijo $F_{kond} = 1$ [7]. Modelni parameter premera mehurčka R_B se izračuna:

$$R_B = \left(\frac{\alpha}{n_0 \frac{4}{3} \pi (1 - \alpha)} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (9)$$

kjer je n_0 številska gostota nukleacijskih mehurčkov s privzeto vrednostjo $1 \cdot 10^{11}$ [7].

Ker obravnavamo turbulenten tok, upoštevamo turbulenco v toku preko Reynoldsovega povprečenja enačb (4) in (5), kjer dobimo Reynoldsovo-povprečene Navier-Stokesove enačbe (angl. Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS) v katerih se pojavi dodaten člen, Reynoldsov napetostni tenzor. Reynoldsov napetostni tenzor $\overline{\boldsymbol{\tau}}$ je v primeru dvoenačbenih turbulentnih modelov modeliran na podlagi Boussinesq-ove hipoteze turbulentne viskoznosti μ_t :

$$\overline{\tau}_t = \mu_t(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T) - \mu_t \left(\frac{2}{3}(\nabla \cdot \bar{v})\mathbf{I} \right) - \frac{2}{3}\rho k, \quad (10)$$

kjer je k turbulentna kinetična energija in $\mathbf{I}$ enotski tenzor. Mi smo uporabili k - ω SST dvoenačbeni model, ki ga tvorita prenosna enačba za turbulentno kinetično energijo k in prenosna enačba za specifično disipacijo turbulentne kinetične energije ω :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \bar{v}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - Y_k + S_k, \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \bar{v}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega, \quad (12)$$

kjer so σ_k , σ_ω , G_k , Y_k , S_k , G_ω , Y_ω , D_ω , S_ω parametri turbulentnega modela in so podrobneje opisani v izvirnem Menterjevem članku [6], implementacija ki je na voljo v ANSYS Fluent pa v priločniku [1].

Turbulentna viskoznost je modelirana kot:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}, \quad (13)$$

kjer so α^* , a_1 in F_2 parametri SST modela opisani v [6], S pa je magnituda tenzorja specifičnih strižnih napetosti. Podrobnejša razlaga k - ω SST turbulentnega modela je na voljo v [6].

Reboud [3] je za simulacije nestabilne kavitacije (kavitacije s cepljenjem oblakov) predlagal popravek turbulentne viskoznosti, ki omogoči razvoj časovne dinamike kavitacijskih struktur. Popravek je vpeljal zaradi opažanj, da osnovni RANS turbulentni modeli napovedujejo previsoke vrednostni turbulentne viskoznosti v dvofaznem območju (v okolici kavitacije). Znižanje turbulentne viskoznosti je predlagal s spremembo funkcije gostote zmesi ρ v enačbi (13):

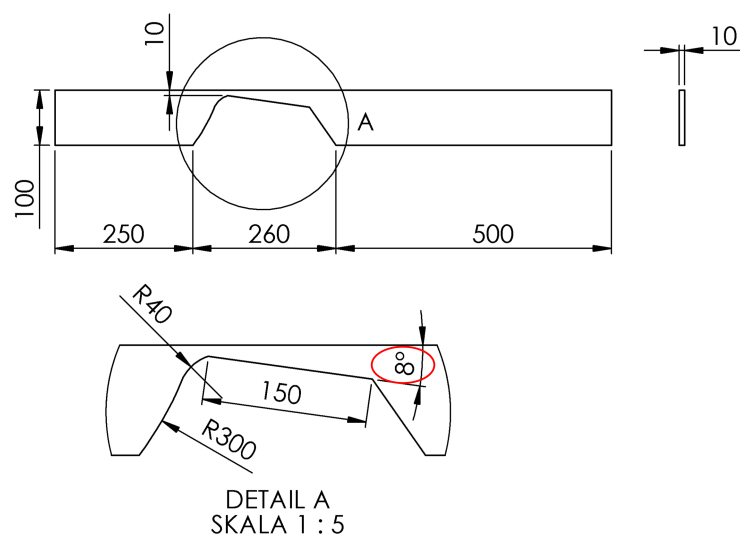
$$f(\rho) = \rho_p + \frac{(\rho - \rho_p)^n}{(\rho_k - \rho_p)^{n-1}}, \quad (14)$$

kjer naj bo eksponent $n > 1$, Reboud je predlagal $n = 10$.

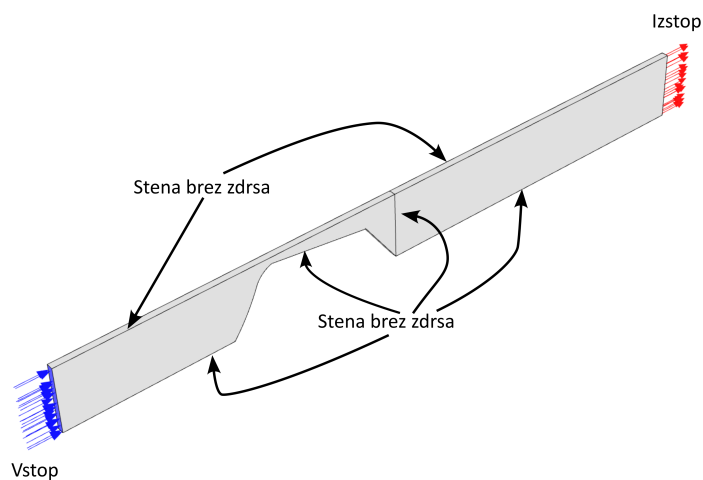
2.2 Geometrija in robni pogoji

Skica geometrije Venturijevega kanala je prikazana na sliki 1, kjer je prikazan primer z divergentnim kotom Venturija 8° . V primeru divergentnega kota 4° in 12° so vse prikazane dimenzije enake kot v primeru z 8° divergentnim kotom.

Na sliki 2 so prikazani robni pogoji. Na vstopu smo predpisali uniformno hitrost 1,605556 m/s, ki smo jo izračunali za vstopni prerez iz znanega pretoka 0,001605556 m³/s. Na izstopu smo predpisali statični tlak 100.000 Pa. Glede na robne pogoje je torej skladno z enačbo 1 bilo kavitacijsko število enako 0,77. Za turbulenco smo na vstopu predpisali intenziteto 4,4282 % in hidravlični premer 0,0181818 m.



Slika 1: Geometrija Venturijevega kanala, prikazan je primer z divergentnim kotom 8° (obkrožen z rdečo).



Slika 2: Prikaz robnih pogojev [4].

Poleg robnih pogojev smo predpisali še ustrezne materialne lastnosti, za vodo je gostota znašala $998,2 \text{ kg/m}^3$, za paro pa $0,0173 \text{ kg/m}^3$. Dinamična viskoznost za vodo je znašala $0,001003 \text{ Pa s}$, za paro pa $8,85 \cdot 10^{-6}$. Tlak uparjanja je znašal 2340 Pa .

2.3 Diskretizacija in numerične nastavitve

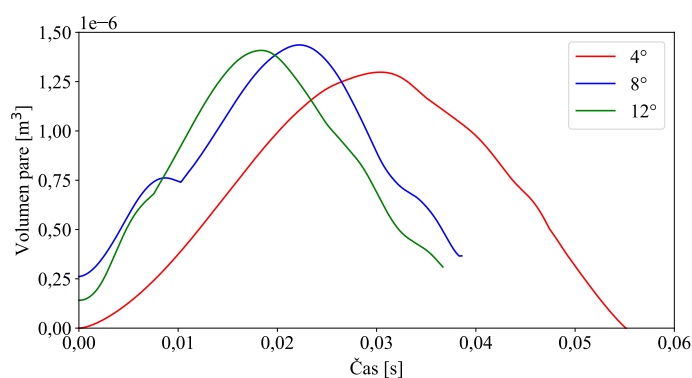
Izbrane nastavitve numeričnega izračuna so prikazane v tabeli 1. Ker smo računali časovno odvisne simulacije poleg prostorske diskretizacije uporabili tudi časovno diskretizacijo s časovnim korakom $2 \cdot 10^{-6}$ s. Tako smo zagotovili, da je bilo maksimalno Courantovo število manjše od 1 (v vseh primerih je bilo približno 0,2).

Tabela 1: Nastavitve numeričnega izračuna.

Parameter	Nastavitev
Algoritem sklapljanja kontinuitetne enačbe in gibalne enačbe	PISO
Diskretizacija gradientov	Metoda najmanjših kvadratov
Shema za interpolacijo tlaka	PRESTO!
Diskretizacijska shema za gibalno enačbo	Sovetrna 2. reda
Diskretizacijska shema za prenosno enačbo mase pare	Sovetrna 2. reda
Diskretizacijska shema za prenosno enačbo turbulentne kinetične energije	Sovetrna 2. reda
Diskretizacijska shema za prenosno enačbo specifične disipacije turbulentne kinetične energije	Sovetrna 2. reda
Shema časovne diskretizacije	Implicitna 1. reda

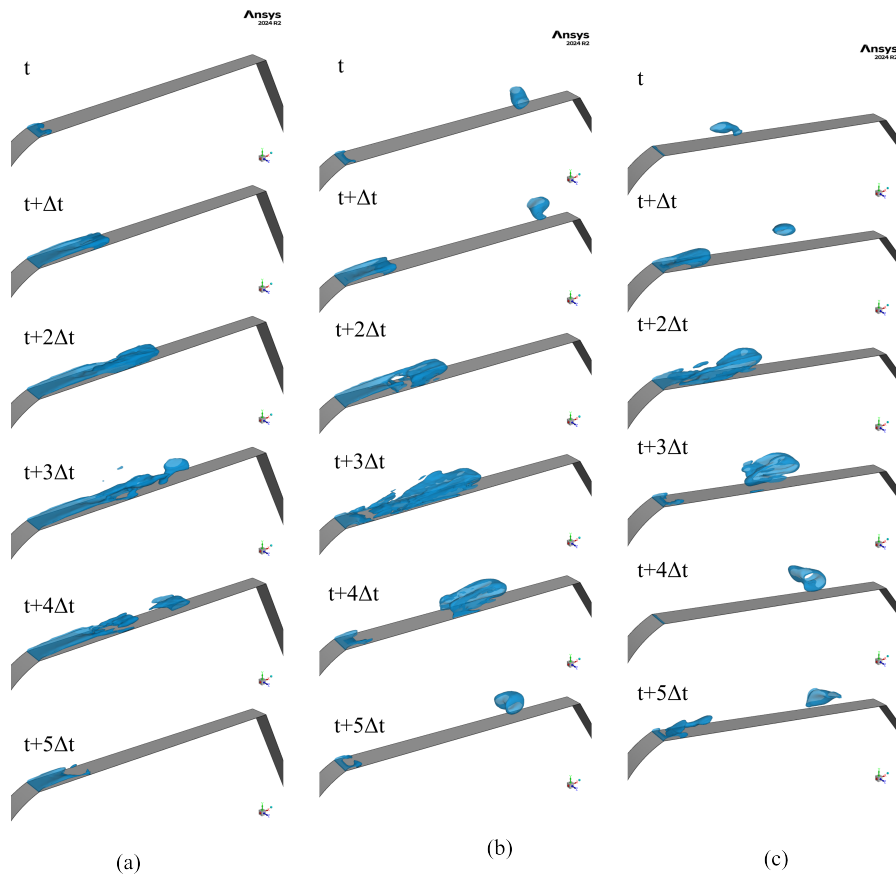
3 Rezultati in diskusija

Cikel kavitacije lahko prikažemo s potekom volumna pare v odvisnosti od časa. Na sliki 3 je tako prikazan 1 cikel za tri različne divergentne kote Venturijevega kanala, pri tem smo postavili začetek cikla v vseh treh primerih v skupno izhodišče ($t = 0$ s).



Slika 3: Primerjava enega cikla kavitacije z izrisom grafa volumna pare v odvisnosti od časa.

Iz primerjave ciklov opazimo, da ima ta najdaljšo periodo v primeru s 4° divergentnim kotom, ki se skrajša v primeru 8° in je najkrajša v primeru 12° divergentnega kota. Maksimalni volumen pare je v vseh treh primerih skoraj enak. Vendar pa so kavitacijske strukture (oblaki) različne po velikosti in obliki, kot je to razvidno iz slike 4.

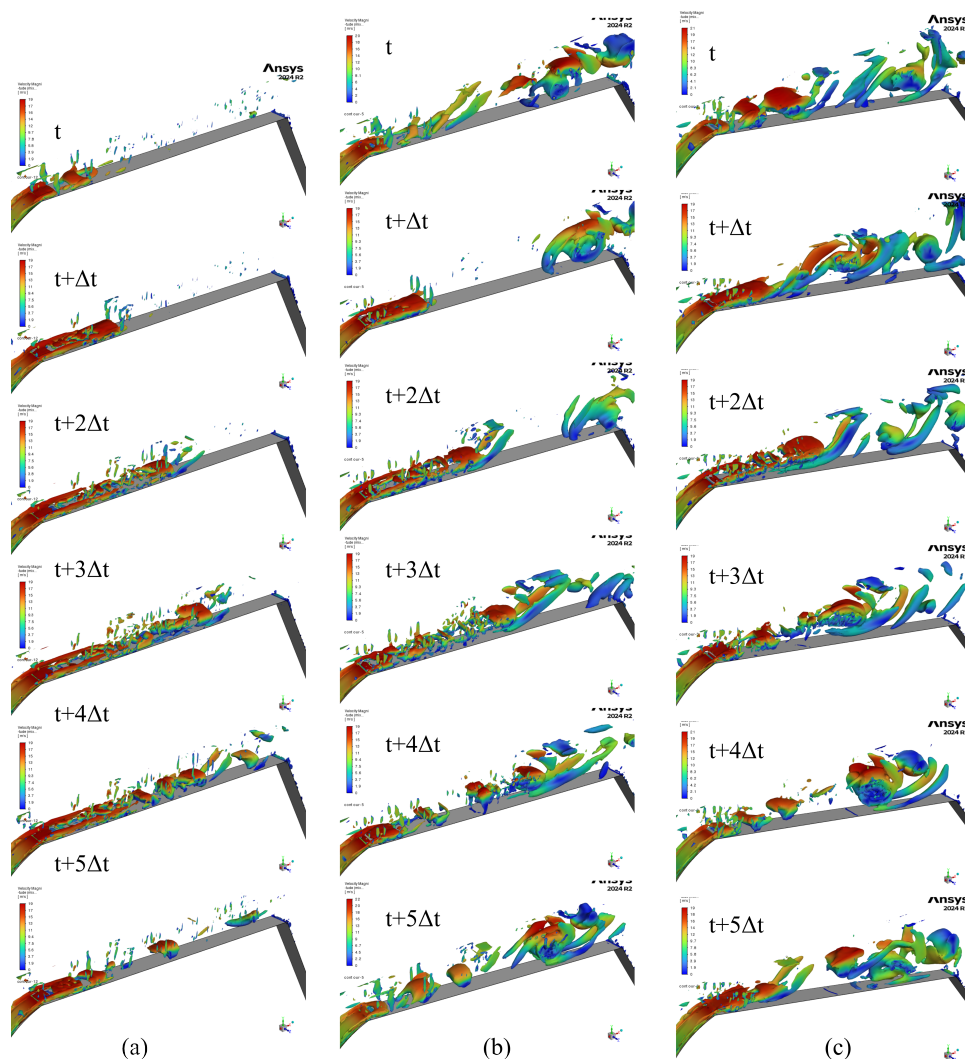


Slika 4: Prikaz kavitacije z izrisanimi ploskvami konstantnega volumskega deleža pare 0,2: (a) v primeru s 4° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,01$ s, (b) v primeru z 8° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,006$ s in (c) v primeru z 12° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,006$ s.

Na sliki 4 vidimo pri vseh treh divergentnih kotih najprej prilepljen kavitacijskih žep, od katerega se v nadaljevanju odcepi en ali več oblakov, ki potujejo dolvodno. Opazimo, da je prilepljen kavitacijski žep pri večjem divergentnem kotu krajši in točka cepitve oblaka se pomakne gorvodno proti grlu Venturijevega kanala. Odcepljen oblak pa potuje dlje dolvodno, preden kolapsira. Dinamika kavitacijske cikla je v primeru 8° divergentnega kota dokaj podobna dinamiki v primeru 12° divergentnega kota, medtem ko se kavitacijska dinamika v primeru 4° divergentnega kota bolj razlikuje od beh ostalih primerov.

Razvoj kavitacijskih oblakov je povezan z vrtninčnimi strukutrami v toku, zato je na sliki 5

prikazana vrtinčnost s prikazom vrtinčnih struktur.



Slika 5: Prikaz vrtinčnosti v toku z izrisanimi ploskvami konstantnega Q kriterija pri vrednosti 500.000 in obarvanjem z magnitudo hitrosti: (a) v primeru s 4° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,01$ s, (b) v primeru z 8° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,006$ s in (c) v primeru z 12° divergentnim kotom je zamik med slikami $\Delta t = 0,006$ s.

Tudi tukaj opazimo, da so v primeru 4° divergentnega kota vrtinčne strukture bistveno manjše kot v primeru 8° in 12° kota. Z večanjem divergentnega kota se pojavljajo torej večje vrtinčne strukture. To lahko pojasnimo z večanjem pretočnega preseka, ki predstavlja zgornjo mejo za velikost struktur v toku. Hkrati pa se zaradi večanja pretočnega prereza te večje vrtinčne strukture pojavljajo (oz. potujejo) v območju z vse nižjo hitrostjo (proti koncu Venturija) oz. območje višjega tlaka.

4 Zaključek

Izvedli smo numerične simulacije toka s kavitacijo v Venturijevem kanalu za tri različne divergentne kote. Kljub enakim robnim pogojem, ki zagotavljajo enako kavitacijsko število, je časovni razvoj kavitacije bistveno drugačen med tremi primeri divergentnega toka, posebno v primeru 4° kota. Računalniška dinamika tekočin omogoča podrobnejši pogled v tokovne pojave, kot je na primer vrtničnost v toku. Ugotovili smo, da so vrtnične strukture različne po porazdelitvi in velikosti. Ker je gibanje kavitacijskih oblakov povezano z gibanjem vrtincev v toku (hitrostnimi razmerami), je tako izražen vpliv oblike Venturijevega kanala na razvoj kavitacije neodvisno od kavitacijskega števila. Vpliv divergentnega kota na vrtnične strukture in dinamiko cepljenja kavitacijskih oblakov je lahko pomemben pri načrtovanju hidravličnih sistemov (npr. vodnih turbin) zaradi sekundarnih pojavov, predvsem kavitacijske erozije. Le z razumevanjem časovno in lokalno odvisnih mehanizmov je mogoče ustrezno oceniti tveganje zaradi sekundarnih pojavov (npr. erozije) ter optimizirati obratovanje hidravličnih sistemov.

Literatura

- [1] ANSYS, Inc. Ansys fluent theory guide, release 2024 r2, 2024. Canonsburg, PA, USA.
- [2] I. Biluš and L. Kevorkijan. Hydrodynamic cavitation in venturi channels with different divergent angles. In S. Bikić and A. Đukić Vuković, editors, *Book of Abstracts of the 9th International Conference Sustainable Postharvest and Food Technologies INOPTEP 2025 and XXXVII National Conference Processing and Energy in Agriculture PTEP 2025*, page 97, Novi Sad, Serbia, April 2025. University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Agricultural Engineering, Novi Sad and - National Society of Processing and Energy in Agriculture, National Society of Processing and Energy in Agriculture.
- [3] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella, and J. L. Reboud. Evaluation of the turbulence model influence on the numerical simulations of unsteady cavitation. *Journal of Fluids Engineering*, 125(1):38–45, 01 2003.
- [4] L. Kevorkijan. *Sklopljen računski model za napoved erozije hidravličnih sistemov zaradi kavitacije in delcev*. PhD thesis, Fakulteta za strojništvo, Univerza v Mariboru, Maribor, Slovenia, 2024. Doktorska disertacija.
- [5] Kuldeep and V. K. SAHARAN. Computational study of different venturi and orifice type hydrodynamic cavitating devices. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 28(2):293–305, 2016.
- [6] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [7] G. Schnerr and J. Sauer. Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics. In *Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA*, volume 1, 2001.
- [8] Q. Yang, M. Chen, C. Pei, B. Liu, M. Zhao, X. Wang, Z. Lin, and L. Li. Experimental and eulerian-lagrangian numerical investigation on cavitation erosion characteristics in venturi pipes with different divergent angles. *Ultrasonics Sonochemistry*, 114:107278, 2025.



Obnašanje 2D kiralnih avksetičnih struktur pri visoko cikličnem utrujanju

Žiga Žnidarič, Srečko Glodež, Branko Nečemer

Behaviour of 2D Chiral Auxetic Structures under High-Cycle-Fatigue

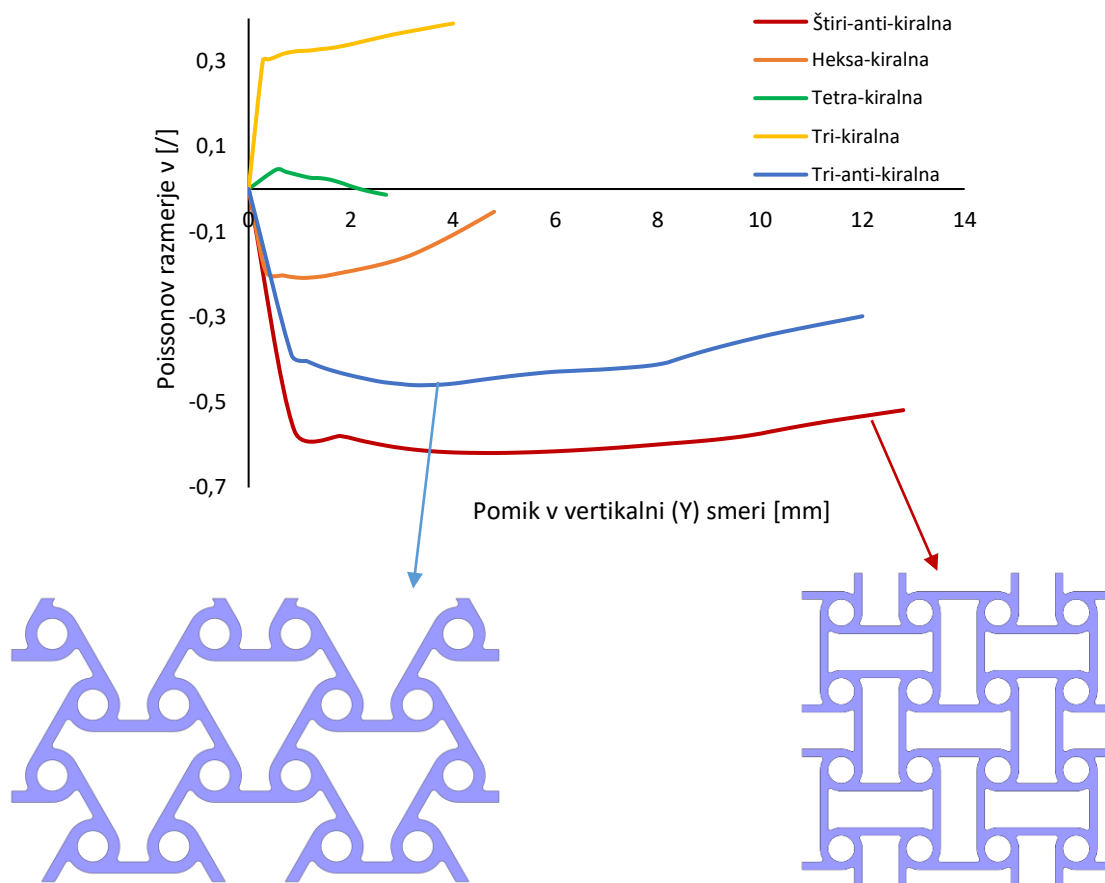
Povzetek. V prispevku je predstavljena analiza visoko cikličnega utrujanja dveh 2D kiralnih avksetičnih struktur, izdelanih iz aluminijeve zlitine 5083-H111. Eksperimentalni preizkusi so bili izvedeni v kontroli sile pri različnih amplitudnih napetostih. Na podlagi rezultatov je bila izrisana S-N krivulja in določena doba trajanja do porušitve geometrij. Hkrati je bil izdelan numerični model z uporabo elasto-plastičnega materialnega modela in napetostne metode za izračun števila ciklov do porušitve. Rezultati so pokazali, da ima tri-anti-kiralna struktura višjo odpornost na utrujanje, mesta porušitev pa so se pri obeh geometrijah ujemale z lokacijami najvišjih napetosti iz numeričnih analiz. Primerjava eksperimentalne in numerične analize je potrdila ustreznost uporabljenega pristopa.

Abstract. The article presents a high-cycle-fatigue analysis of two 2D chiral auxetic structures made from aluminium alloy 5083-H111. Experimental tests were conducted under force control at different stress amplitudes. Based on the results, an S-N curve was constructed, and the fatigue life of the geometries was determined. Simultaneously, a numerical model was developed using an elasto-plastic material model and stress-life approach for fatigue life prediction. The results showed that the tri-anti-chiral structure exhibits higher fatigue resistance, and the failure locations in both geometries corresponded to the areas of maximum stress in the numerical analysis. The comparison between the experimental and numerical analyses confirmed the validity of the approach.

1 Uvod

Avksetične celične strukture spadajo v posebno skupino metamaterialov, ki imajo negativno Poissonovo razmerje, kar pomeni, da se pri natezni obremenitvi v prečni smeri glede na smer obremenjevanja širijo. Ta pojav je posledica specifične geometrije in načina deformiranja osnovnih celic. Zaradi svojih edinstvenih deformacijskih lastnosti se avksetični materiali vse pogostejše uporabljajo v aplikacijah, kjer so zaželeno kombinacije nizke mase in visoke sposobnosti absorpcije energije. Potencialne uporabe vključujejo letalsko industrijo, biomedicinske vsadke, avtomobilsko industrijo, itd [1,2]. V zadnjih desetletjih so se raziskave celičnih struktur začele osredotočati na njihovo utrujenostno in lomno obnašanje. V ospredju raziskovanja je vpliv, ki ga imajo različne geometrije osnovnih celic, saj se je izkazalo, da njihova oblika in orientacija pomembno vpliva na togost, smer širjenja poškodb in dobo trajanja do porušitve komponente. Jiang s sodelavci [3] so numerično analizirali različne

geometrije TPMS struktur in prišli do zaključka, da je oblika celice Primitive najbolj odporna na torzijsko utrujanje. Podobno študijo so izvedli Soro in sodelavci [4] z eksperimentalno in numerično analizo treh različnih celičnih geometrij, ki so bila izpostavljena natezni ciklični obremenitvi. Oblika in orientacija osnovne celice imata vpliv tudi na smer širjenja razpoke, kar je bilo raziskano v delih [5,6]. Tomažinčič s sodelavci so raziskali malociklično utrujanje treh različnih 2D celičnih struktur z enakim presekom [7]. Dokazali so, da je možno z eksplicitnimi dinamičnimi simulacijami in odstranjevanjem elementov možno napovedati mesta porušitve pri statičnih in dinamičnih obremenitvah za vse tri geometrije. Zadnje študije avtorjev [8] so se osredotočale na kiralne avksetične celične strukture. V njih so numerično analizirali različne geometrije, njihovo Poissonovo razmerje in odpornost na utrujanje. Na sliki 1 so prikazani numerični rezultati Poissonovega razmerja različnih 2D kiralnih avksetičnih struktur. Na podlagi dobljenih rezultatov sta bili izbrani strukturi z najbolj avksetičnim odzivom. Slednji smo v tem delu eksperimentalno in numerično analizirali v visoko cikličnem režimu obremenjevanja. Analizirani geometriji sta predstavljene na sliki 1.



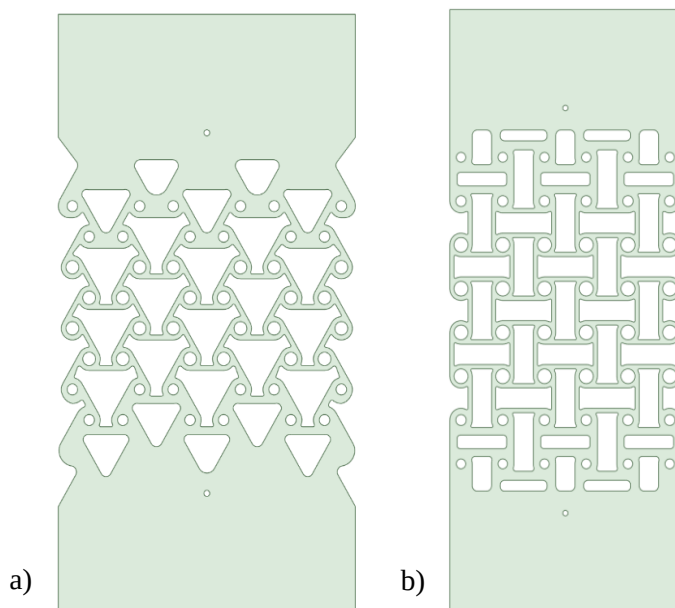
Slika 1: Poissonova razmerja različnih kiralnih celičnih struktur

2 Utrujanje 2D kiralnih avksetičnih struktur

V nadaljevanju je predstavljena izvedba eksperimentalnih utrujenostnih preizkusov. V sklopu eksperimentalnega dela so bili najprej izvedeni statični natezni testi z namenom določitve mehanskega obnašanja pri natezni obremenitvi. V naslednjem koraku smo izvedli utrujenostne teste v visoko cikličnem režimu obremenjevanja. Na podlagi eksperimentalnih rezultatov je bil v nadaljevanju izdelan in potrjen še numerični model za napovedovanje dobe trajanja do porušitve struktur.

2.1 Priprava geometrije

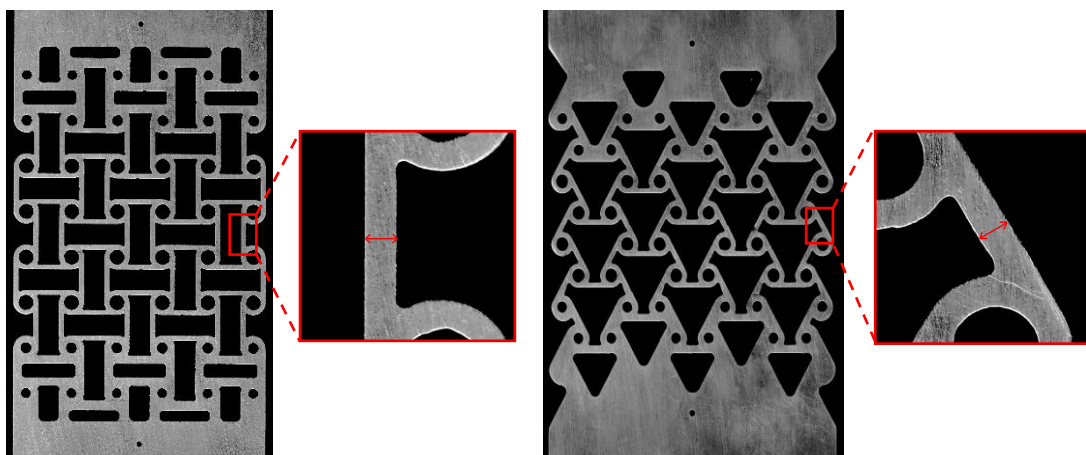
Kiralne strukture so sestavljene iz določenega števila osnovnih celic različnih oblik, ki so med seboj povezane z medceličnimi povezavami. Osnovne celice se razlikujejo glede na število enotskih krogov, medceličnih povezav in njihove rotacije. Za analizo sta bili izbrani tri-anti-kiralna in štiri-anti-kiralna avksetična struktura. Ti dve geometriji sta v dosedanjih delih izkazovali najbolj negativno Poissonovo razmerje [8]. Zaradi tega nas je zanimal njihov dejanski odziv pri visoko cikličnem utrujanju. Zaradi oblike kiralnih celičnih struktur se pogosto pojavijo koncentracije napetosti. Da bi se izognili porušitvi vzorcev na mestu vpetja, sta bili geometriji vzorcev modelirani gradirano. Gradiranost smo izvedli s povečevanjem togosti vzorcev od sredine proti obema prostima koncema vzorcev (glej sliko 2). Z gradiranostjo smo prav tako zagotovili, da se porušitev odvije v osrednjem delu vzorca. Z omenjenimi spremembami smo iz osnovne oblike celic prešli na geometrijo vzorca, na podlagi katere smo izdelali dejanske vzorce.



Slika 2: Geometriji vzorca a) tri-anti-kiralne in b) štiri-anti-kiralne strukture

2.2 Eksperimentalni del

Vzorci so bili izdelani iz aluminijeve pločevine debeline 4 mm z materialno oznako 5083-H111 z uporabo tehnologije abrazivnega vodnega curka. Vsi vzorci so bili rezani v smeri valjanja pločevine, kar zagotavlja primerljivost s podatki iz predhodne karakterizacije osnovnega materiala in numeričnega modela [9]. Za analizo dobljenih vzorcev smo naredili visoko ločljive posnetke iz obeh strani (slika 3). Iz tega smo razbrali, da se dejanska geometrija celic nekoliko razlikuje od idealne. Dejanska širina medceličnih povezav znaša 1,84 mm za razliko od idealne mere, ki je 1,6 mm. Pri izračunavanju napetosti je bil v nadaljevanju na podlagi širine medcelične povezave in debeline pločevine izračunan nosilni prečni prerez, ki za tri-anti-kiralno strukturo znaša 30,8 mm², za štiri-anti-kiralno pa 39,5 mm².



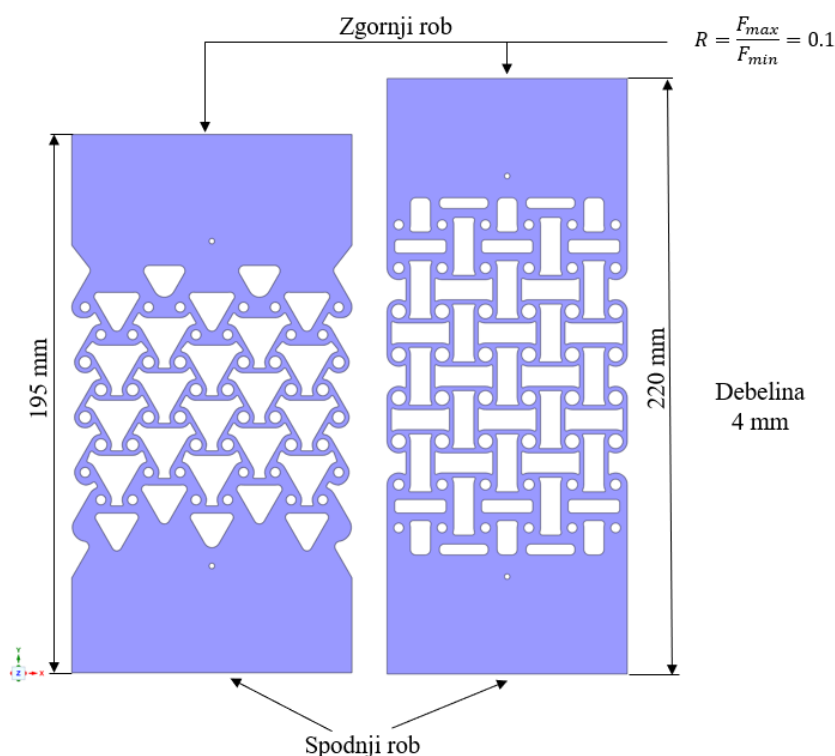
Slika 3: Vzorci iz aluminijeve zlitine 5083-H111 in kritični presek preizkušanca

Ko smo imeli podatke o vzorcih, smo se lotili eksperimentalne karakterizacije. Z namenom pridobitve mehanskega statičnega odziva analiziranih vzorcev sta bila najprej izvedena dva statična natezna testa. Na podlagi statičnih krivulj so bili v nadaljevanju določeni obremenitveni nivoji utrujenostnih testov. Visoko ciklični utrujenostni testi so bili izvedeni pri sobni temperaturi na visoko frekvenčnem stroju Zwick/Roell Vibrophore 100. Vzorci so bili obremenjeni s ciklično obremenitvijo v kontroli sile pri obremenitvenem razmerju $R = 0,1$. Preizkusi so bili izvedeni na različnih nivojih amplitudne napetosti, da dobimo trend o dobi trajanja analiziranih struktur do njihove porušitve. Podatke o številu ciklov, ki sta jih strukturi zdržali pri različnih obremenitvah, smo beležili in uporabili za določitev S-N krivulj, ki so predstavljene v nadaljevanju. Ker sta geometriji sestavljeni iz več celic, pri čemer vsaka prenese določeno obremenitev tudi po tem, ko druge odpovejo, smo za zaključek eksperimenta upoštevali popolno odpoved vzorca.

2.3 Numerična analiza

Po končani eksperimentalni karakterizaciji je sledila znotraj programskega paketa Ansys Workbench 2024 R2 izdelava in priprava numeričnega modela. Za potrebe numeričnega modela smo najprej pripravili CAD geometriji, ki sta enaki dejanski geometriji izdelanih vzorcev (slika 4). Za mreženje geometrije vzorcev smo uporabili 2D končne elemente, kvadratne interpolacije in upoštevali ravninsko napetostno stanje. Celotna geometrija vzorcev je bila zamrežena od 128.000 do 400.000 končnimi elementi, pri čemer je povprečna globalna velikost elementa znašala 0,1 mm. Robni pogoji so bili predpisani na geometrijo vzorcev, in sicer fiksno vpetje na spodnji rob, medtem ko je bilo na zgornji rob v smeri Y-osi predpisana sila, ki je bila po velikosti enaka kot v eksperimentalnih testih.

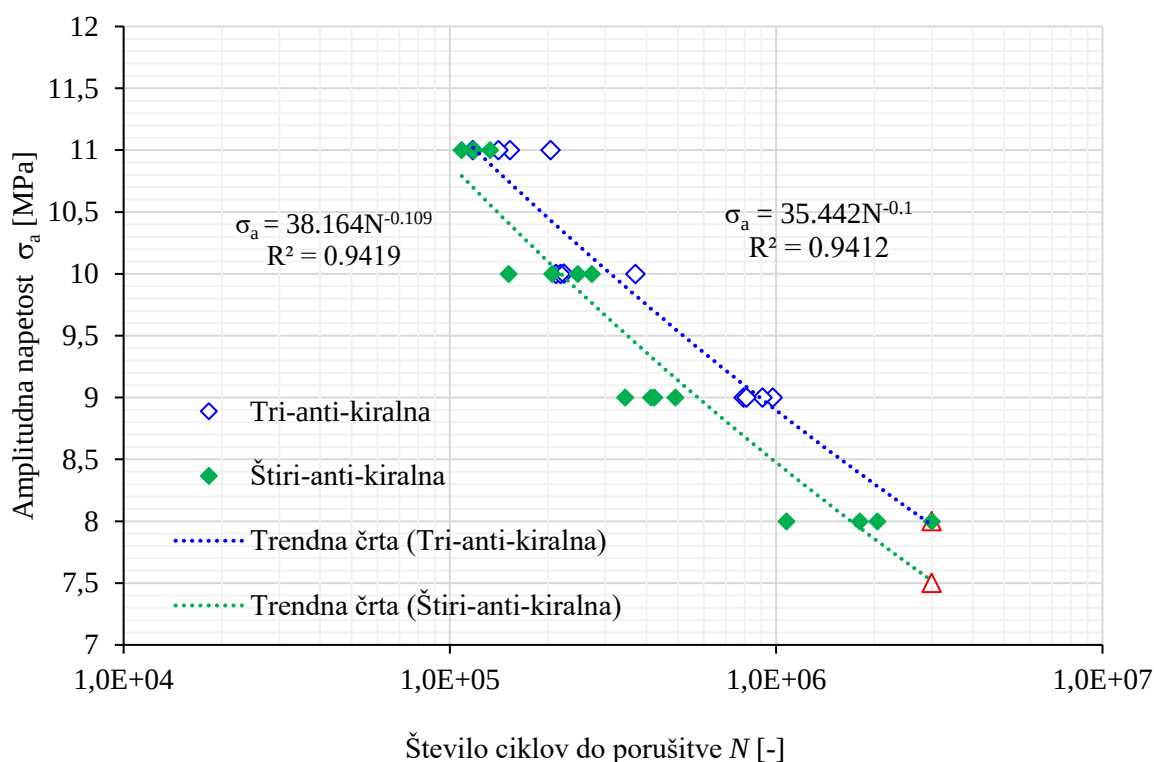
Za opis obnašanja aluminijeve zlitina 5083-H111 smo uporabili multilinear elasto-plastični materialni model. Elastični del smo definirali z Youngovim modulom 70,8 GPa in Poissonovim razmerjem 0,28, medtem ko je bil plastični odziv podan tabelarično iz rezultatov, pridobljenih iz prejšnje študije [9]. V omenjenem delu so bili opisani materialni parametri v odvisnosti od smeri valjanja pločevine. Ker so naši vzorci bili izrezani v smeri valjanja, smo zato izbrali ustrezne podatke. Število ciklov je bilo izračunano z napetostno metodo, kjer je bila uporabljena S-N krivulja za osnovni material. Numerične simulacije so bile izvedene pri obremenitvenem razmerju $R = 0,1$ (enako kot pri eksperimentih).



Slika 4: Numerični model analiziranih struktur

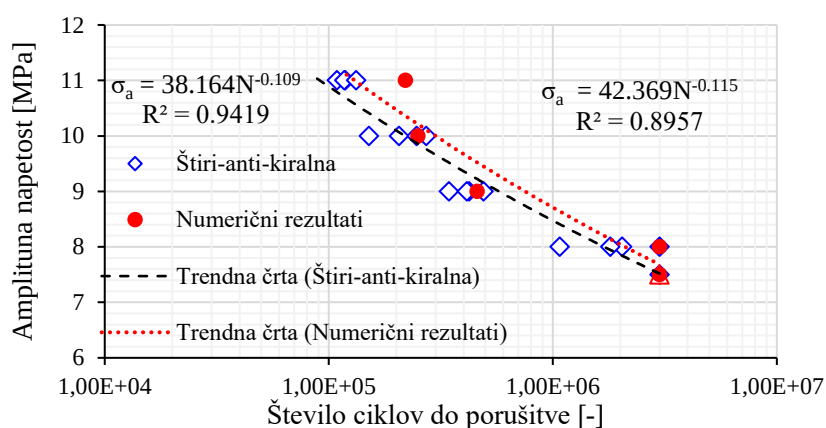
3 Rezultati

V tem poglavju so predstavljeni eksperimentalni in numerični rezultati analize utrujanja tri- in štiri-anti-kiralnih avksetičnih struktur. Analizirali smo vpliv geometrije na dobo trajanja do porušitve, naredili primerjavo med eksperimentalno določeno in numerično izračunano dobo in primerjali mesta lokalnih koncentracij z mesti odpovedi medceličnih povezav. Na sliki 5 sta predstavljeni S-N krivulji iz eksperimentalnih rezultatov za obe geometriji. Ti kažejo, da ima tri-anti-kiralna struktura višjo odpornost proti utrujanju.

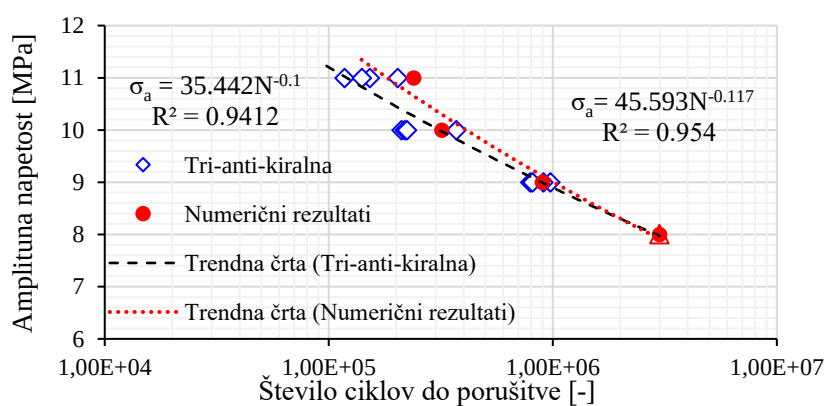


Slika 5: Rezultati eksperimentalnih testov

Numerične simulacije so bile izvedene z enakimi silami, kot v eksperimentalnih testih. Rezultati so prikazani na slikah 6 in 7, kjer je izvedena primerjava numerično izračunanega števila ciklov z eksperimentalno določenimi rezultati. Model zadovoljivo zajame trend spreminjanja dobe trajanja do porušitve v odvisnosti od amplitudne napetosti. Pri višjih napetostih numerični model preceni število ciklov, kar kaže na možen vpliv lokalnih koncentracij napetosti.

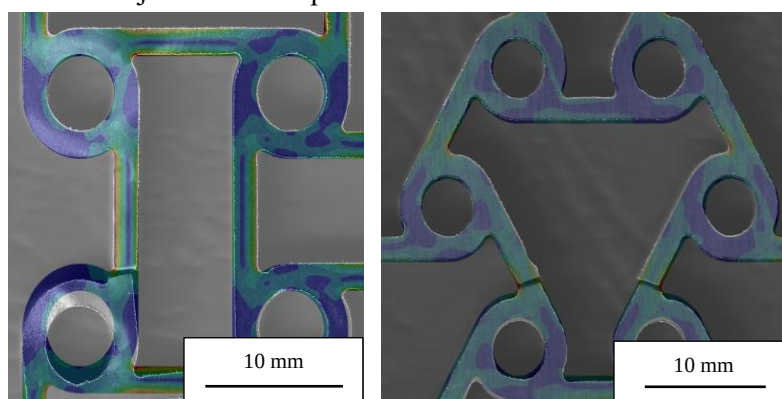


Slika 6: Primerjava eksperimentalnih in numeričnih rezultatov za štiri-anti-kiralno strukturo



Slika 7: Primerjava eksperimentalnih in numeričnih rezultatov za tri-anti-kiralno strukturo

Analizirana so bila tudi mesta porušitev na eksperimentalnih vzorcih in njihova primerjava z lokacijami maksimalnih napetosti, pridobljenih z numeričnimi simulacijami. Iz slike 8 je razvidno, da so se razpoke pojavile na območjih, kjer je simulacija pokazala največje napetosti (na prehodu med vozliščem in medcelično povezavo). To potrjuje, da model ustrezno napoveduje kritična območja za nastanek poškodb.



Slika 8: Primerjava napetostnega polja in območja nastanka poškodb

4 Zaključki

V tej študiji sta bili eksperimentalno in numerično analizirani tri-anti-kiralna in štiri-anti-kiralna avksetična struktura iz aluminijeve zlitine 5083-H111. Namen je bil določiti vpliv geometrije na utrujenostno odpornost in z uporabo numeričnega modela napovedati dobo trajanja in mesto nastanka poškodb v strukturi. Na podlagi pridobljenih rezultatov lahko izpostavimo naslednje ugotovitve:

- Tri-anti-kiralna struktura, ki ima manj izrazit avksetični odziv, je v povprečju izkazala daljšo dobo trajanja pred porušitvijo v primerjavi s štiri-anti-kiralno strukturo.
- Numerični model, ki temelji na elasto-plastičnem materialnem modelu, napetostni metodi in eksperimentalno določeni S-N krivulji osnovnega materiala, je zmožen napovedati trend dobe trajanja kiralnih celičnih struktur ter mesta nastanka razpok.
- Pri višjih amplitudnih napetostih numerični rezultati precejšnje število ciklov, kar nakazuje, da so pri napetostih, kjer struktura doseže manj kot 10^5 ciklov, primernejši drugi pristopi (npr. energijski pristop ali deformacijska metoda).

Zahvala

Avtorji se zahvaljujejo Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije za sofinanciranje raziskovalnega projekta št. Z2-50082 in sofinanciranje raziskovalnega programa št. P2-0063.

Literatura

- [1] L.J. Gibson, M.F. Ashby, *Cellular Solids*, Cambridge University Press, 1997.
- [2] G. Costanza, D. Solaiyappan, M.E. Tata, *Properties, Applications and Recent Developments of Cellular Solid Materials: A Review*, Materials 16, 2023.
- [3] J. Jiang, Z. Cao, J. Wu, H. Lu, J. Zhang, *Investigation of torsional and fatigue resistance properties based on triply periodic minimal surfaces (TPMS)*, in: J Phys Conf Ser, Institute of Physics, 2024.
- [4] N. Soro, N. Saintier, J. Merzeau, M. Veidt, M.S. Dargusch, *Quasi-static and fatigue properties of graded Ti–6Al–4V lattices produced by Laser Powder Bed Fusion (LPBF)*, Addit Manuf 37, 2021.
- [5] L. Yang, C. Yan, W. Cao, Z. Liu, B. Song, S. Wen, et al., *Compression–compression fatigue behaviour of gyroid-type triply periodic minimal surface porous structures fabricated by selective laser melting*, Acta Mater 181, 49–66, 2019.
- [6] B. Nečemer, J. Kramberger, T. Vuherer, S. Glodež, *Fatigue crack initiation and propagation in re-entrant auxetic cellular structures*, Int J Fatigue 126, 241–247, 2019.
- [7] D. Tomažinčič, M. Vesenjāk, J. Klemenc, *Prediction of static and low-cycle durability of porous cellular structures with positive and negative Poisson's ratios*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 106, 102479, 2020.
- [8] B. Nečemer, P. Lampret, S. Glodež, *Fatigue behaviour of different chiral auxetic structures using a numerical approach*, Structures 76, 109007, 2025.

- [9] B. Nečemer, F. Zupanič, T. Vuherer, S. Glodež, *High-Cycle Fatigue Behaviour of the Aluminium Alloy 5083-H111*, Materials 16, 2023.



Numerični model za določevanje obrabe polimernih zobnikov

Matej Borovinšek¹, Aljaž Ignatijev¹, Srečko Glodež¹

Numerical Model for Predicting the Wear of Polymer Gears

Povzetek. V predstavljeni študiji je bil razvit numerični model za analizo obrabe polimernih zobnikov. Model je bil razvit v okviru odprtokodnega programa PrePoMax, ki temelji na izračunu po metodi končnih elementov (MKE) z uporabo reševalnika CalculiX. Model upošteva hiperelastično obnašanje materiala v kontaktu ter vpliv obratovalne temperature. Razviti numerični model je bil preizkušen na paru valjastih zobnikov, kjer je bil pastorek izdelan iz materiala POM (polioksimetilen) in zobnik iz jekla 16MnCr5. Numerični rezultati so bili primerjani z analitičnimi rezultati po smernici VDI 2736. V primerjavi s standardiziranim postopkom po VDI 2736 je bistvena prednost razvitega numeričnega modela posodabljanje geometrije zobnikov zaradi obrabe med delovanjem, kar omogoča natančnejšo napoved obrabe pri obremenitvah s kotaljenjem in drsenjem.

Abstract. In the presented study, a numerical model for predicting the wear of gears was developed. The model was created within the open-source software PrePoMax, which is based on the Finite Element Method (FEM) using the CalculiX solver. The model can account for the hyperelastic material behaviour and the influence of temperature. The developed computational model was tested on a spur gear pair, where the pinion was made of POM (polyoxymethylene) and the gear was made of 16MnCr5 steel. The numerical results were compared with analytical results according to the VDI 2736 guideline. Compared to the standardised procedure in VDI 2736, the main advantage of the developed model is geometry updating during operation, which allows for a more accurate prediction of wear under rolling and sliding contact conditions.

1 Uvod

Obraba zaradi kotaljenja in drsenja je tipična oblika poškodb, ki se pogosto pojavlja na mehanskih elementih, kot so zobniki [1,2], ležaji [3] ter kontaktih med kolesom in tirnico [4,5]. Za analizo obrabe je bilo izvedenih veliko analitičnih, numeričnih in eksperimentalnih študij z uporabo različnih metod in modelov. V številnih raziskavah je za napoved obrabe zobnih bokov najpogosteje uporabljen Archardov model obrabe [6].

Uporaba numeričnih pristopov (MKE) izboljšuje natančnost modelov obrabe, zlasti pri določanju kontaktnih tlakov med površinami. Lundvall s sod. [7,8] je raziskoval obrabo z uporabo metode končnih elementov (MKE) na modelu menjalnika in enačbe reševal z modificirano Newtonovo metodo. Bajpai s sod. [9,10] je združil podatke o realni geometriji zobnika in uporabil MKE za izračun kontaktnih tlakov ter iterativno izračunal globino obrabe.

¹Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

Raziskovalci so s pomočjo MKE preučevali tudi vpliv nepravilnosti osi na obrabo jeklenih zobnikov in planetnih zobnikov [11,12].

V predhodnem delu [13] so se avtorji osredotočili na numerično analizo obrabe dveh zobnih bokov ubirajočih polimernih zobnikov ter primerjali numerične rezultate z analitičnim pristopom po smernici VDI 2736. Ugotovljeno je bilo, da zaradi večje deformacije zob prihaja do sočasnega kontakta več zob, kar je bilo v modelu zanemarjeno. Zato je bil prvotni numerični model nadgrajen tako, da vključuje deformacijo in kontakt več zob ter posledični vpliv na obrabo bokov zob.

V okviru predstavljene raziskave je bil razvit numerični model za napoved obrabe zobnikov, ki vključuje podrobno analizo dinamike ubiranja jeklenega zobnika in pastorka iz materiala POM. Zaradi večjih deformacij polimernih zob v tej kombinaciji ne prihaja do kontakta le na enem zobnem paru, temveč do kontakta na več zobnih parih hkrati. Posledično se pot ubiranja podaljša, kar bistveno spremeni porazdelitev in globino obrabe polimernih zob.

2 Numerični model obrabe

Podrobno modeliranje obrabe je matematično izjemno zahtevno zaradi številnih dejavnikov, ki vplivajo na proces obrabe. Zato so bili razviti različni modeli obrabe, ki zajemajo tri glavne oblike obrabe: abrazijsko obrabo, adhezijsko obrabo in plastično deformacijo. Eden prvih modelov je Archardov model obrabe [6], ki je tudi najpogostejše uporabljen model obrabe. Ta model napove velikost obrabe kot volumen obrabljenega materiala, ki je sorazmeren z brezdimenzijskim koeficientom obrabe k , normalno kontaktno silo F , drsno razdaljo med površinama s in obratno sorazmeren s trdoto kontaktne površine H :

$$V = k \cdot \frac{F}{H} \cdot s \quad (1)$$

Archardov model obrabe se običajno uporablja za numerično modeliranje obrabe zobnikov [14–16], saj upošteva mehanizme abrazijske in adhezijske obrabe, ki sta poglavitna mehanizma obrabe zobnikov. V tej raziskavi je bil za reševanje kontaktnih razmer med zobniki uporabljen odprtokodni program za numerične analize po metodi končnih elementov CalculiX [17], medtem ko je bil za izračun obrabe uporabljen odprtokodni pred- in post-procesor PrePoMax [18]. Osnovni Archardov model poda velikost obrabe (volumen) na koncu procesa obrabe in ne sledi obrabi med njenim nastajanjem. Obraba zobnikov je ciklični proces, pri katerem vsak cikel doda določeno količino obrabe, kar spremeni geometrijo zobnika in s tem kontaktne razmere v naslednjih ciklih. Za opis takšnega postopka obrabe je bila uporabljena večstopenjska numerična analiza, ki izračuna obrabo v vsakem ciklu posebej in po vsakem ciklu posodobi geometrijo zobnikov za nadaljnje cikle.

Za izračun geometrijskih sprememb zaradi obrabe je potrebno določiti globino obrabe, kar ni mogoče narediti neposredno z enačbo (1). Zato je bila v PrePoMax vgrajena integralna oblika Archardovega modela [19]:

$$h_i = \int \frac{k}{H} \cdot p_i \cdot ds \quad (2)$$

kjer je globina obrabe v i -tem ciklu h_i določena glede na normalni kontaktni tlak p_i in diferencialno drsno razdaljo ds med kontaktnima površinama v enem ciklu. Pri določenem številu ciklov n se celotna globina obrabe h določi z vsoto vseh posameznih globin obrabe:

$$h = \sum_{i=1}^n h_i \quad (3)$$

Obraba pri integralnem pristopu se izračuna po koncu numerične analize vsakega cikla. Analiza posameznega cikla se izvrši po metodi končnih elementov z implicitno metodo, pri kateri je analiza razdeljena na več inkrementov, potrebnih za uspešno rešitev nelinearnega kontaktnega problema. Za ustrezno analizo obrabe mora biti število inkrementov dovolj veliko, da kontinuirano zajame časovni potek kontaktnih razmer. Po numerični analizi se rezultati normalnega kontaktnega tlaka v vozlišču j ($p_{i,j}$) in relativna drsna razdalja vozlišča $\Delta s_{i,j}$ uporabijo za izračun globine obrabe $h_{i,j}$ po enačbi (4), ki je diskretizirana oblika integralnega modela. Materialne lastnosti k_j in H_j se upoštevajo na ravni vozlišča. Trenutna implementacija omogoča le konstantne vrednosti parametrov k_j in H_j , vendar je mogoče to implementacijo nadgraditi za upoštevanje sprememb materialnih lastnosti glede na globino ali temperaturo.

$$h_{i,j} = \frac{k_j}{H_j} \cdot p_{i,j} \cdot \Delta s_{i,j} \quad (4)$$

Za določitev spremembe geometrije mreže končnih elementov je po izračunu skalarne vrednosti globine obrabe potrebno izračunati njen vektor. Predpostavljeno je bilo, da je vektor obrabe usmerjen v nasprotni smeri normale kontaktne površine $\vec{n}_j$, za vsako vozlišče j mreže končnih elementov. Posebna pozornost je bila namenjena pravilnemu izračunu normal pri ostrih robovih geometrije. Vektor obrabe je bil uporabljen za spremembo geometrije z neposredno spremembo mreže končnih elementov tako, da so bili spremenjeni položaji vozlišč končnih elementov. Proces spremembe mreže se ponavlja na koncu vsakega cikla obrabe in obraba se računa le na zunanjih vozliščih mreže (notranja vozlišča ostajajo nespremenjena). To lahko privede do pretiranih sprememb geometrije elementov, zaradi česar ti postanejo neuporabni. Zato je bila za preprečevanje prekomerne deformacije elementov uporabljena metoda BDM (boundary displacement method). Metoda reši linearni statični robni problem za izračun premikov notranjih vozlišč na podlagi znanih premikov robnih vozlišč [20], kar omogoča njeno enostavno vključitev v postopek metode končnih elementov.

Za zmanjšanje računske zahtevnosti reševanja kontaktnega problema v vsakem ciklu do končnega števila ciklov n , je bila uporabljena domneva, da se v dovolj majhnem številu ciklov n_l obraba povečuje linearno. Po izračunu obrabe enega cikla se rezultati obrabe linearno pomnožijo s številom ciklov n_l . Tako se namesto n kontaktnih analiz izvede le n/n_l analiz. Čeprav to močno skrajša čas simulacije, lahko linearno skaliranje ojača majhne oscilacije v polju kontaktnega tlaka. Te oscilacije vplivajo na naslednji cikel obrabe preko spremenjene geometrije mreže, kjer se oscilacije ojačajo pri izračunu novega kontaktnega tlaka. Za zmanjšanje oscilacij v geometriji mreže je bil uporabljen Laplaceov algoritem glajenja [21].

Implementirani postopek, ki vključuje metodo BDM in Laplaceovo glajenje, predstavlja robustno metodo za izračun obrabe zobnikov in se lahko uporablja tudi pri drugih problemih obrabe preko uporabniškega vmesnika PrePoMax. Pri tem je treba upoštevati, da izbran pristop predpostavlja nespremenjeno geometrijo vzorca znotraj enega cikla, saj se obraba izračuna šele po koncu cikla. Dodatna omejitev trenutne implementacije analize obrabe v PrePoMaxu

je, da se obraba lahko izračuna le na eni površini v kontaktnem paru, zaradi načina izračuna kontaktnih rezultatov v CalculiXu.

3 Analitični pristop izračuna obrabe po VDI 2736

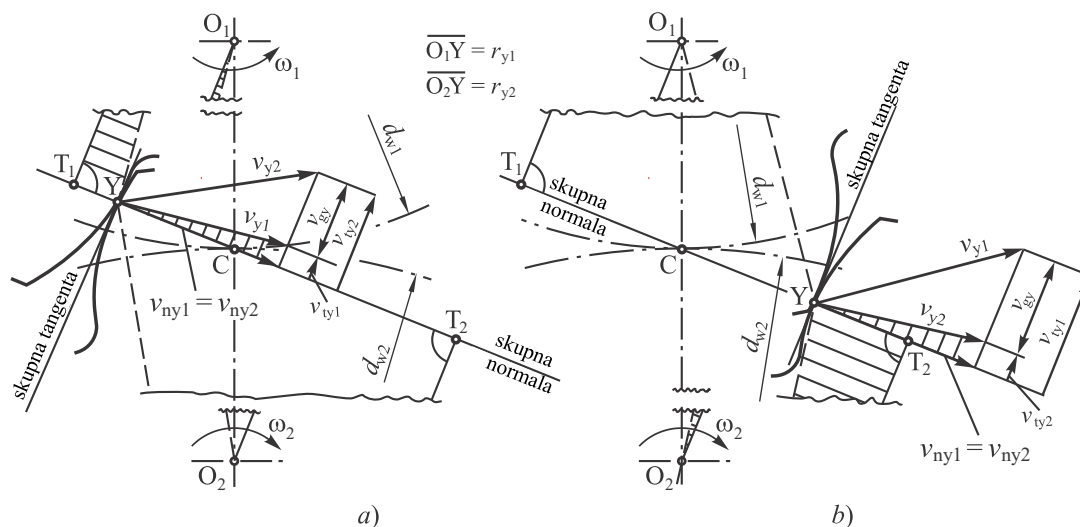
V skladu s smernicami VDI 2736 [22] se lahko obraba bokov zobnikov izračuna kot:

$$W_{local} = \frac{F_n}{b_w} \cdot N_L \cdot \zeta \cdot k_w \quad (5)$$

kjer je F_n normalna sila, b_w skupna širina čelne ploskve, N_L število obremenitvenih ciklov, ζ specifično lokalno drsenje zobnih bokov in k_w koeficient obrabe, ki je odvisen od materiala zobnikov in mazanja bokov v ubiru (tabela 1). Specifično lokalno drsenje ζ se lahko določi z upoštevanjem drsnih razmer zobniškega para v poljubni točki ubira Y vzdolž ubirnice (slika 1) z naslednjo enačbo [23]:

$$\zeta = \frac{v_{ty1}}{v_{ty2}} = \frac{\left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \overline{YC}}{r_{w1} \cdot \sin \alpha_t + \overline{YC}} \quad (6)$$

kjer sta v_{ty1} in v_{ty2} drsni hitrosti pastorka in zobnika, z_1 in z_2 števili zob pastorka in zobnika, r_{w1} polmer kinematičnega kroga pastorka in α_t kot poševnosti zobnikov. Iz enačbe (6) sledi, da se največja obraba pojavi na začetni in končni točki ubiranja in da obraba pada proti kinematični točki C.



Slika 1: Drsne razmere v poljubni ubirni točki Y.

a) pred kinematično točko b) po kinematični točki

4 Material in geometrija analiziranega para valjastih zobnikov

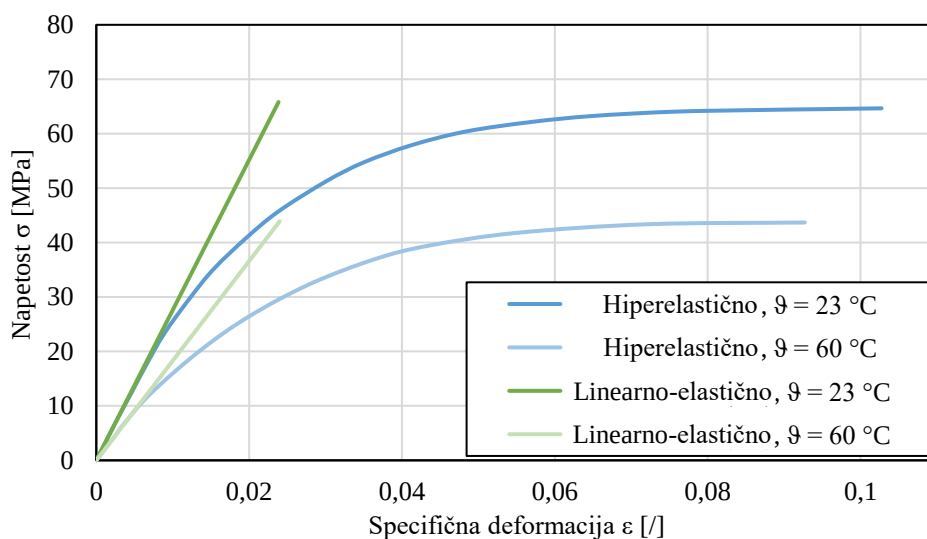
Razviti numerični model je bil ovrednoten na paru valjastih zobnikov z ravnim ozobjem, kjer je bil pastorek izdelan iz materiala POM, medtem ko je bil zobnik izdelan iz jekla. Osnovni parametri analiziranega zobniškega para so podani v tabeli 1. Pri izbiri koeficienta obrabe k_w

je potrebno upoštevati, da je ta koeficient pri Archardovem modelu definiran drugače, kot v standardu VDI. In sicer velja, da je $k_w = k/H$.

Tabela 1: Osnovni parametri zobniškega para.

Parameter	Pastorek	Jekleni zobnik
Material	POM-C	Jeklo (16MnCr5)
Modul m	2,5 mm	2,5 mm
Kot poševnosti α_n	20°	
Število zob z	36	36
Širina b	14 mm	14 mm
Medosna razdalja a	90 mm	
Modul elastičnosti E	2.760 MPa ($Z = 23\text{ °C}$) 1.830 MPa ($\vartheta = 60\text{ °C}$)	210.000 MPa
Poissonovo razmerje ν	0,386	0,280
Koeficient obrabe k_w (VDI 2736)	$3,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^3/\text{Nm}$	

Za material POM sta bila preizkušena dva materialna modela: linearno-elastični (LE) in hiperelastični (HE), ki sta prikazana na sliki 2. Obe napetostno-deformacijski krivulji za dve različni temperaturi (23 °C in 60 °C) sta bili povzeti iz baze podatkov Celcon [24] in sta prikazani na sliki 2.

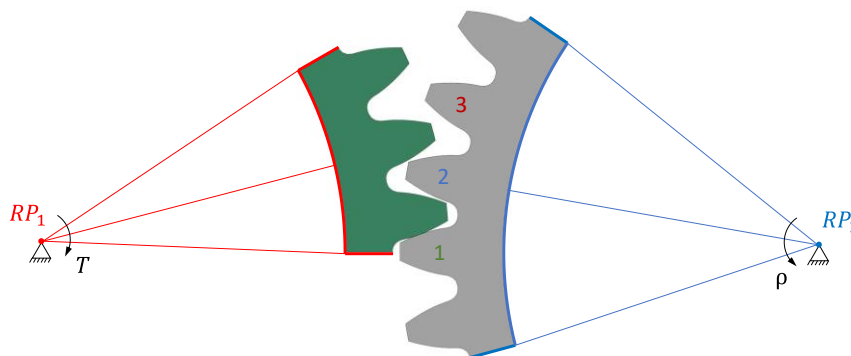


Slika 2: Napetostno-deformacijski diagram modeliranega POM materiala.

5 Računalniški model analiziranega zobniškega para

Na podlagi predhodnega dela [25] je bilo ugotovljeno, da model s tremi zobmi na pastorku ne zagotavlja dovolj natančnih rezultatov upogiba zob, kar posredno vpliva na proces obrabe. Tako je bil ustvarjen nov računalniški model (slika 3) s tremi zobmi na zobniku (zelena barva)

in petimi zobmi na pastorku (siva barva). Model vključuje referenčni točki RP1 in RP2 na obeh oseh zobniškega para. Točka RP1, ki je togo povezana na zobnik preko rdeče označenih površin, je imela prosto rotacijo le okoli osi zobnika in je bila obremenjena z navorom 20 Nm. Točka RP2, ki je togo povezana na pastorek preko modro označenih površin, je imela prosto rotacijo le okoli osi pastorka.



Slika 3: Računalniški model zobnika (zelena barva) in pastorka (siva barva).

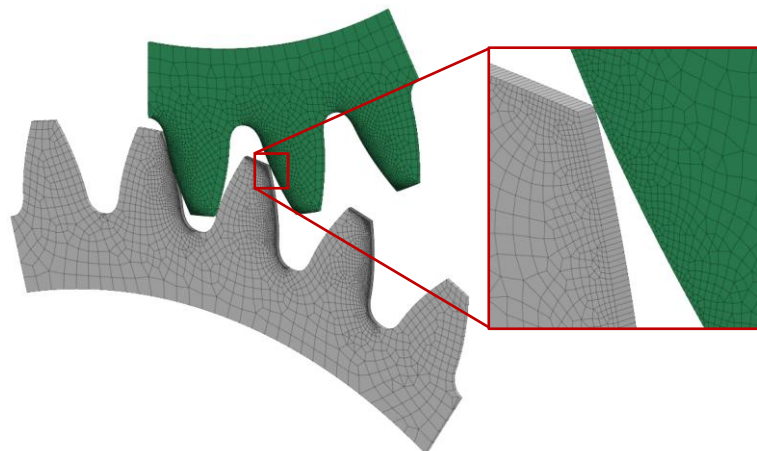
Računalniška analiza je bila razdeljena na tri simulacijske korake: statični korak (inicializacija kontakta), korak obrabe (izračun globine obrabe) in BDM-korak (sprememba geometrije mreže). Ti trije koraki predstavljajo en obremenitveni cikel, ki se nato ponovi v odvisnosti od nastavljenega števila ciklov. V statičnem koraku je bila referenčna točka RP2 togo vpeta za preprečitev rotacije tudi okoli osi pastorka. V koraku obrabe je točki RP2 predpisana rotacija za 0,428 rad (zasuk za 2,5 zoba), da je bilo simulirano gibanje zobnikov.

Pri analizi obrabe z uporabo razvitega računalniškega modela je potrebno ustrezno izbrati začetni položaj zob (zaradi pojava kontakta na več zobeh hkrati). Model je bil zasnovan tako, da je zob 1 v kontaktu v kinematični točki C, preden pride do kontakta zoba 2 (slika 3). Podobno je bil za konec simulacijskega cikla določen trenutek, ko zob 2 ni več v kontaktu in je ubirna točka zoba 3 dosegla kinematično točko C. S takšnimi začetnimi in končnimi pogoji je bil zagotovljen minimalen vpliv sosednjih zob na opazovani zob 2, zlasti v nadaljnjih ciklih, ko se pojavi obraba na pastorku.

Archardov model vgrajen v PrePoMax deluje le na volumskih mrežah. Tako je bila za oba zobnika uporabljena 3D mreža z debelino zob 0,25 mm, ki pri najmanjših in največjih končnih elementih še zagotavlja razmerje stranic končnih elementov 1:5. Sorazmerno tej debelini je bila zmanjšana obremenitev (navor) na zobnike. Dodan je bil tudi robni pogoj, ki je v zobnikih zagotavljal ravninsko deformacijsko stanje. Mreža končnih elementov je bila sestavljena pretežno iz heksaedrov (slika 4), z globalno velikostjo elementa 1 mm in lokalno zgostitvijo velikosti 0,05 mm na območjih kontakta, kar je skupno pomenilo 8502 paraboličnih končnih elementov.

Računalniška simulacija je bila nastavljena na 1.000.000 obremenitvenih ciklov. Število obremenitvenih ciklov je bilo razdeljeno na deset inkrementov po 100.000 ciklov, kjer vsak inkrement predstavlja eno izvedeno numerično analizo. Deset inkrementov je bilo izbranih na podlagi konvergenčne analize, kjer je bilo preizkušenih naslednje število inkrementov: 1, 2, 5, 10 in 20. Po vsakem inkrementu so se rezultati obrabe linearno skalirali in uporabili za

posodobitev geometrije. Obraba zob jeklenega zobnika je bila zanemarjena, saj je zanemarljiva in ne spremeni geometrije zoba jeklenega zobnika v pomembni meri.



Slika 4: Mreža končnih elementov zobnika (zelena barva) in pastorka (siva barva).

Računske analize so bile izvedene pri dveh temperaturah ($\vartheta = 23\text{ °C}$ in $\vartheta = 60\text{ °C}$), pri čemer je bil koeficient trenja med površinami zob $\mu = 0,25$, kar je tipična vrednost za nemazane zobnike [26]. Ker je vpliv trenja na obrabo upoštevan v samem koeficientu obrabe, izbira drugačnega koeficienta trenja vpliva predvsem na velikost tangencialne kontaktne sile na zob in na njegovo deformacijo. S pomočjo parametričnih numeričnih analiz je bilo ugotovljeno, da sprememba koeficienta trenja za do 20 %, le zanemarljivo vpliva na globino obrabe.

6 Rezultati in razprava

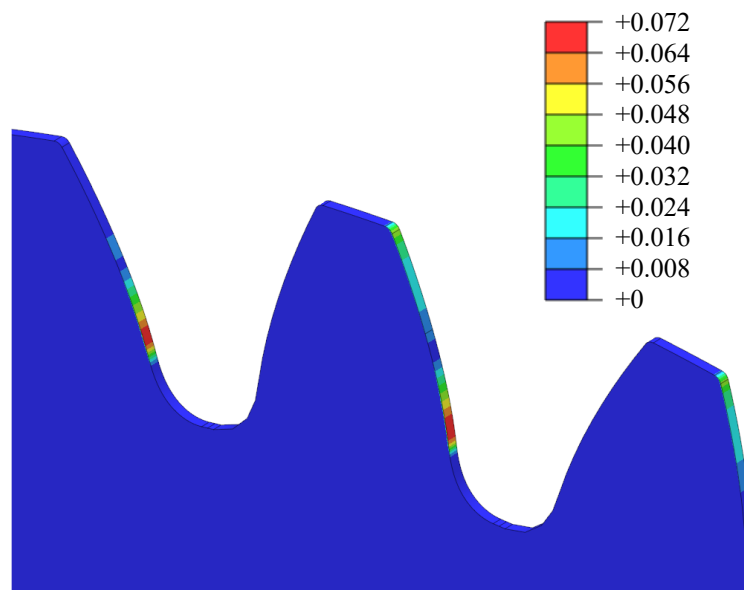
Po končani numerični analizi je obrabo mogoče prikazati s skalarnim poljem neposredno na mreži končnih elementov. Enega od rezultatov obrabe prikazuje slika 5, na kateri je globina obrabe prikazana z barvno lestvico. Opazno je, da je obraba največja na korenu zoba in povečana na vrhu zoba, kar je skladno s teorijo in prakso, saj so na teh mestih največje drsne hitrosti in s tem vpliv drsnega trenja. Prav tako je razvidno, da se obraba pojavi tudi na sosednjih zobeh, kar pomembno vpliva na kontaktne razmere opazovanega zoba. Za natančnejšo analizo obrabe je bila v nadaljevanju globina obrabe izrisana v obliki diagramov v odvisnosti od položaja ubirne točke.

6.1 Vpliv materiala in temperature

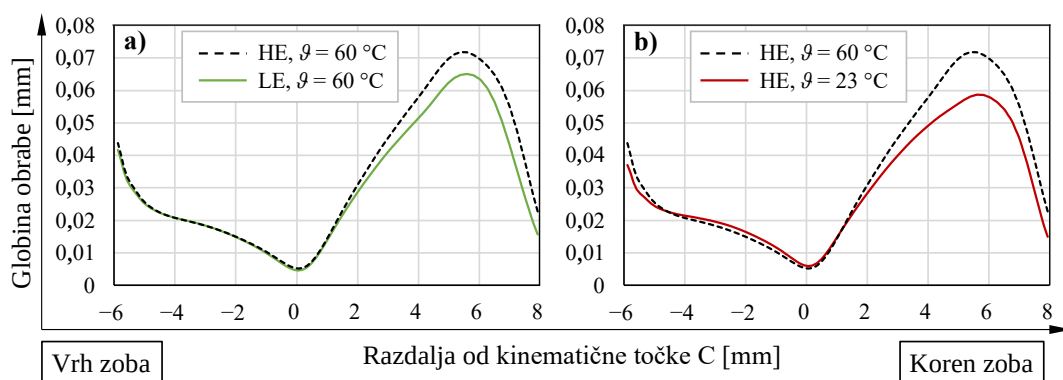
Na sliki 6 so prikazani rezultati numerične analize obrabe na POM zobniku ob upoštevanju vpliva materialnega modela (LE: linearno-elastični; HE: hiperelastični) in temperature. Pri analizi vpliva materialnih lastnosti je opaziti, da uporaba hiperelastičnega modela (črtkana črna krivulja na sliki 6a) povzroči intenzivnejšo obrabo v korenu zoba. To poudarja pomembnost upoštevanja hiperelastičnega materialnega modela, saj med ubiranjem prihaja do višjih kontaktnih tlakov.

Tudi temperatura vpliva na računske rezultate obrabe na strani zoba proti njegovemu korenu (slika 6b). Rdeča krivulja predstavlja rezultate za hiperelastični model pri temperaturi $\vartheta = 23\text{ °C}$. Zaradi različnih materialnih lastnosti pri različnih temperaturah (slika 2) je obraba

večja pri višji temperaturi $\vartheta = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ (črtkana črna krivulja), kar pomembno vpliva na togost zob zobnika.



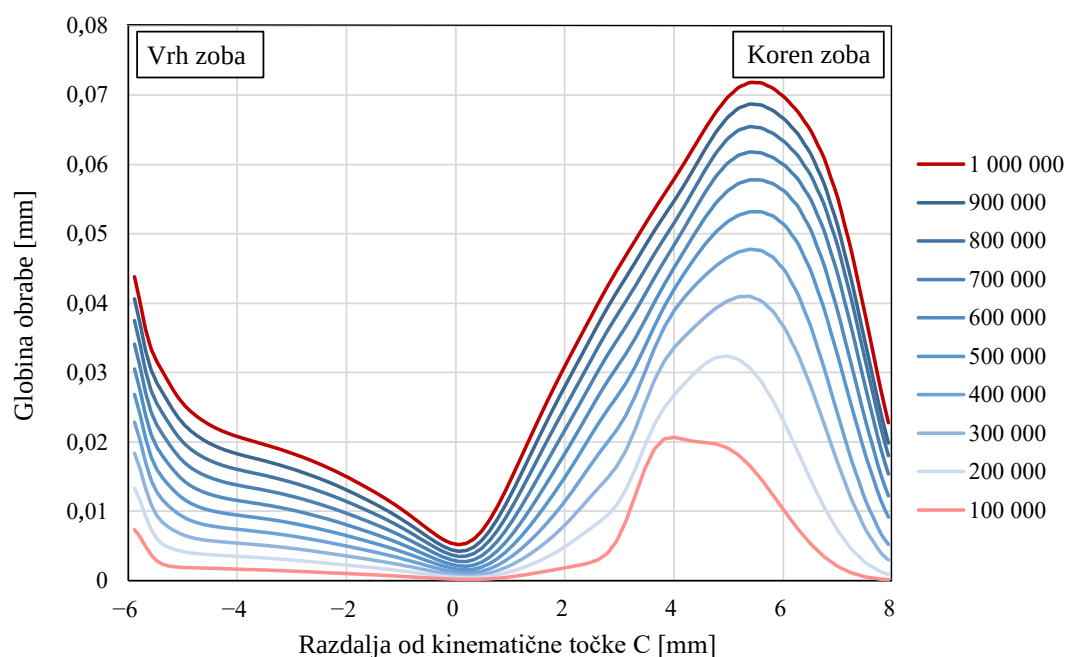
Slika 5: Globina obrabe prikazana zobnih bokih.



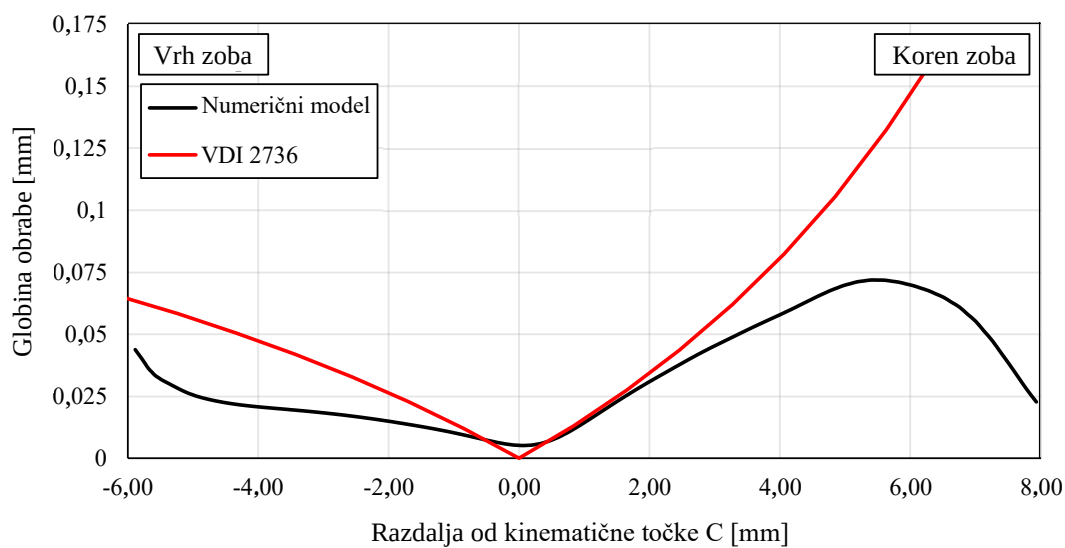
Slika 6: Vpliv materialnega modela a) in temperature b) na obrabo polimernega zobnika.

6.2 Razvoj globine obrabe

Razvoj globine obrabe pri uporabi hiperelastičnega materialnega modela in temperaturi $\vartheta = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ je prikazan na sliki 7. Rezultati kažejo, da se s številom ciklov obraba povečuje in da se hkrati spreminja tudi oblika zobnega profila. Razvidno je, da je globina obrabe najmanjša v kinematični točki C in nato narašča proti vrhu in korenu zoba. Največja obraba je bila določena v korenu zoba, kjer po 1.000.000 ciklih znaša 0,072 mm, medtem ko globina obrabe na vrhu zoba znaša 0,044 mm. Razvidno je tudi, da je najprej najvišja obraba oddaljena okrog 4 mm, nato se mesto najvišje obrabe premakne proti korenu zoba na razdaljo 5,5 mm od kinematične točke.



Slika 7: Razvoj globine obrabe v odvisnosti od števila ciklov.



Slika 8: Primerjava globine obrabe med analitičnim (VDI 2736) in numeričnim modelom.

6.3 Primerjava rezultatov

Slika 8 prikazuje primerjavo analitičnih rezultatov (po standardu VDI 2736) in numeričnih rezultatov po 1.000.000 obremenitvenih ciklih. Analitični rezultati po izračunu VDI 2736 kažejo večja odstopanja (zlasti v območju korena zoba; slika 8), saj ne upoštevajo vmesnih

sprememb geometrije zaradi obrabe. Kot je razvidno iz numerične analize, se kontakt med zobnikoma nikoli ne pojavi le med dvema zoboma, ampak se kontakt vedno porazdeli na več zob, kar posledično zmanjša globino obrabe enega zoba. Numerični model omogoča tudi simulacijo vzpostavitve in prekinitve kontakta na opazovanem zobu, kar omogoča natančnejšo napoved obrabe v območju korena in vrha zoba. Zaradi upogiba zoba je prišlo tudi do pomika točke ubiranja proti korenu zoba, kar podaljša razdaljo ubiranja.

7 Zaključki

V okviru predstavljene študije je bil razvit računalniški model za simulacijo obrabe polimernih zobnikov. Računalniških rezultati analiziranega zgleda so bili primerjani z analitičnim izračunom v skladu s smernico VDI 2736. Na podlagi analize dobljenih rezultatov je mogoče sklepati naslednje. Polimerni material v kombinaciji z jeklom povzroči neenakomerno dinamiko ubiranja. Zaradi bistveno manjše togosti polimera, se zobje polimernega zobnika precej bolj elastično deformirajo (upognejo), kar podaljša pot ubiranja in posredno vpliva na spremenjene kontaktne razmere in s tem na profil obrabe zobnega boka. Kontaktni tlak se porazdeli na več zob, kar zmanjša globino obrabe posameznega zoba. Numerični model je pokazal, da uporaba hiperelastičnega materialnega modela omogoča bistveno boljšo napoved porazdelitve napetosti, zlasti pri večjih obremenitvah. Delitev simulacije na več inkrementov in posodobitev geometrije zobnika po koncu vsakega inkrementa sta razkrili pomembne spremembe v obrabi zoba in njeni obliki v odvisnosti od števila inkrementov. Polimerni material je pri standardnih obratovalnih temperaturah močno temperaturno odvisen, kar bistveno spremeni pogoje ubiranja. Višja temperatura zmanjša togost materiala, kar povzroči večjo globino obrabe v korenu zoba in spremembo profila obrabe preko zobnega boka. Slabost analitičnega pristopa po smernici VDI 2736 je v tem, da ne upošteva vpliva dinamike ubiranja (dejanskih kontaktnih razmer zaradi upogiba zoba), kontakta na obrabljenih površinah (posodabljanje geometrije), obratovalne temperature in materialnega modela. Vse te poenostavitve vodijo do rezultatov, ki se bistveno razlikujejo od rezultatov numeričnega modela.

Predlagani numerični model je implementiran v odprtokodnem programskem okolju PrePoMax, kar uporabnikom omogoča nadaljnje izboljšave modela z vključevanjem dodatnih vplivov, kot so spremenljiv koeficient obrabe glede na globino obrabe, glede na kontaktni tlak ali temperaturo. Zaključki kažejo na potrebo po uporabi naprednih računalniških modelov, ki vključujejo nelinearnost materiala, kontakte med več zobmi in sprotno prilagajanje geometrije za izboljšano napovedovanje obrabe zobnikov.

Literatura

- [1] B. Zhang, H. Liu, C. Zhu, Y. Ge, *Simulation of the fatigue-wear coupling mechanism of an aviation gear*, Friction 9, 1616–1634, 2021.
- [2] K.A.M. Alharbi, *Wear and mechanical contact behavior of polymer gears*, J Tribol 141, 2019.
- [3] I. El-Thalji, E. Jantunen, *A descriptive model of wear evolution in rolling bearings*, Eng Fail Anal 45, 204–224, 2014.
- [4] T.P. Leso, C.W. Siyasiya, R.J. Mostert, J. Moema, *Study of rolling contact fatigue, rolling and sliding wear of class B wheel steels against R350HT and R260 rail steels under dry contact conditions using the twin disc setup*, Tribol Int 174, 2022.

- [5] W.T. Zhu, L.C. Guo, L.B. Shi, Z.B. Cai, Q.L. Li, Q.Y. Liu, et al., *Wear and damage transitions of two kinds of wheel materials in the rolling-sliding contact*, Wear 398–399, 79–89, 2018.
- [6] J. F. Archard, W. Hirst, *The wear of metals under unlubricated conditions*, Proc R Soc Lond A Math Phys Sci 236, 397–410, 1956.
- [7] O. Lundvall, A. Klarbring, *Prediction of transmission error in spur gears as a consequence of wear*, Mechanics of Structures and Machines 29, 431–449, 2001.
- [8] O. Lundvall, A. Klarbring, *Simulation of wear by use of a nonsmooth Newton method-a spur gear application*, Mechanics of Structures and Machines 29, 223–238, 2001.
- [9] P. Bajpai, A. Kahraman, N.E. Anderson, *A Surface Wear Prediction Methodology for Parallel-Axis Gear Pairs*, J Tribol 126, 597–605, 2004.
- [10] A. Kahraman, P. Bajpai, N.E. Anderson, *Influence of tooth profile deviations on helical gear wear*, Journal of Mechanical Design 127, 656–663, 2005.
- [11] J. Zhang, X. Liu, *Effects of misalignment on surface wear of spur gears*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology 229, 1145–1158, 2015.
- [12] Y. Guan, J. Chen, Z. Fang, S. Hu, *A quick multi-step discretization and parallelization wear simulation model for crown gear coupling with misalignment angle*, Mech Mach Theory 168, 2022.
- [13] A. Ignatijev, M. Borovinšek, S. Glodež, *A Computational Model for Analysing the Dry Rolling/Sliding Wear Behaviour of Polymer Gears Made of POM*, Polymers 2024, Vol. 16, Page 1073 16, 1073, 2024.
- [14] A. Flodin, S. Andersson, *Simulation of mild wear in spur gears*, Wear 207, 16–23, 1997.
- [15] A. Flodin, S. Andersson, *A simplified model for wear prediction in helical gears*, Wear 249, 285–292, 2001.
- [16] M. Masjedi, M.M. Khonsari, *On the prediction of steady-state wear rate in spur gears*, Wear 342–343, 234–243, 2015.
- [17] Guido Dhondt, *CalculiX, A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program*, <http://www.calculix.de>
- [18] Matej Borovinšek, *PrePoMax*, <https://prepomax.fs.um.si>
- [19] X. Shen, L. Cao, R. Li, *Numerical simulation of sliding wear based on Archard model*, 2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering, MACE2010 325–329, 2010.
- [20] N. Perron, N. Dellinger, Y. Prévereaud, M. Balat-Pichelin, M. Balat, *3D mesh displacement strategy to simulate the thermal degradation of materials under atmospheric reentry conditions*, Acta Astronaut 2022.
- [21] G.A. Hansen, R.W. Douglass, A. Zardecki, *Mesh enhancemen: Selected elliptic methods, foundations and applications*, Mesh Enhancemen: Selected Elliptic Methods, Foundations and Applications 1–515, 2005.
- [22] VDI 2736 Blatt 2 - Thermoplastic gear wheels - Cylindrical gears - Calculation of the load-carrying capacity.
- [23] V. Vullo, *Gears*, 10, 2020.

- [24] *CELCON®* *M90*,
<https://materials.celanese.com/gb/products/datasheet/SI/CELCON%20M90>
- [25] A. Ignatijev, S. Glodež, J. Kramberger, *Computational Model for Analysing the Tooth Deflection of Polymer Gears*, *Polymers* 2024, Vol. 16, Page 677 16, 677, 2024.
- [26] J.W.M. Mens, A.W.J. de Gee, *Friction and wear behaviour of 18 polymers in contact with steel in environments of air and water*, *Wear* 149, 255–268, 1991.



Vpliv nastavitve merilnega sistema PDA na določanje velikosti kapljic vodne megle

Andraž Roger¹ in Matej Fike¹

Influence of PDA System Settings on Water Mist Droplet Size Measurement

Povzetek. Prispevek obravnava eksperimentalno določanje velikosti kapljic vodne megle, proizvedene z ultrazvočnim difuzorjem, z uporabo metode Phase Doppler Anemometry (PDA). Sistematično so bile analizirane spremembe izmerjene velikosti kapljic glede na napetost na fotopomnoževalki (AV) in signalno ojačanje (SG). Rezultati kažejo, da se z višanjem občutljivosti sistema izmerjeni povprečni premer kapljic znižuje do asimptotične vrednosti, kar potrjuje tudi literatura. Pri višjih nastavitvah AV in SG pride do prenasíčenja in posledično zavrženja podatkov, zlasti pri večjih kapljicah. Ob neustreznih nastavitvah parametrov se izmerjena velikost lahko spremeni tudi za faktor pet. Diskusija poudarja, da je vsaka nastavitve PDA eksperimentu specifična in izredno časovno zahtevna. Meritve so skladne z drugimi raziskavami in potrjujejo potrebo po natančnosti poravnave optike in pravilni izbiri kota detektorja. Prilagajanje merilnih parametrov je kompromis med detekcijo majhnih delcev in preprečevanjem nasičenja sistema zaradi višjega odboja velikih delcev.

Abstract. This paper investigates the experimental determination of water mist droplet sizes generated by an ultrasonic diffuser using Phase Doppler Anemometry (PDA). The impact of photomultiplier voltage (AV) and signal gain (SG) on measured droplet sizes was systematically analysed. Results show that increasing the system's sensitivity decreases the average measured droplet size until an asymptotic value is reached, as also confirmed by previous studies. At higher AV and SG settings, signal saturation occurs, leading to the rejection of measurements – particularly for larger droplets. Improper parameter settings can result in a 5x difference in measured droplet size. The discussion emphasizes that PDA parameter tuning is highly experiment specific and extremely time consuming. The measurements align with literature pointing out the importance of optical alignment precision and choosing the dominant scattering mechanism. Tuning PDA parameters involves a trade-off between detecting small particles and avoiding photomultiplier saturation caused by bigger particles. The results contribute to a better

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za energetiko

understanding of PDA behaviour in low size droplet regimes and support the need for calibration procedures in similar experimental setups

1 Uvod

Merjenje velikosti in hitrosti delcev v vodni megli predstavlja kompleksen eksperimentalni izziv, kateri se stopnjuje, ko se približujemo majhnim premerom kapljic oziroma delcev velikosti 10 μm in pod to mejo. Za karakterizacijo takšne meglice uporabljamo kombinacijo anemometra, kateri deluje na podlagi Dopplerjevega efekta (Laser Doppler Anemometry - LDA) in faznega zamika Dopplerjevega signala (Phase Doppler Anemometry - PDA), katera omogočata sočasno merjenje hitrosti in velikosti kapljic.

Podobne raziskave so že pokazale, da imajo nastavitve merilnega sistema velik vpliv na končne rezultate. Kapulla&Najera, 2006 [1] sta sistematično analizirala vpliv napetosti na fotopomnoževalki (PM), ojačanja in signal-to-noise razmerja na velikost izmerjenih kapljic, ter ugotovila, da višja napetost in višje ojačanje omogočata detekcijo manjših kapljic, dokler rezultati ne dosežejo asimptotične stabilnosti. McDonell in ostali, 1990 [2] in Chao in ostali, 1990 [3] sta dodatno analizirala vpliv PM napetosti in frekvenčnega zamika na meritve pretoka in števila delcev, medtem ko sta Wiretdt, 1993 [4] ter Mulpuru in ostali, 1994 [5] raziskovala odvisnost zaznane velikosti kapljic od moči laserja in ojačanja na PM pri različnih aerosolih. Albrech in ostali, 2003 [6] so potrdili, da imajo vsi parametri omejena območja, znotraj katerih rezultati ostajajo stabilni, izven teh območij pa lahko pride do velikih odstopanj.

V tem prispevku bomo analizirali velikost kapljic vodne megle iz ultrazvočnega difuzorja, pri čemer bomo sistematično spreminjali napetost na fotopomnoževalki in ojačanje signala. Pričakujemo, da se bo z višjo občutljivostjo sistema povprečna zaznana velikost kapljic zmanjševala, dokler ne dosežemo stabilne meje, kot to omenjajo predhodne raziskave [1, 4]. S tem želimo prispevati k boljši interpretaciji meritev PDA.

2 Teoretične osnove LDA in PDA [6, 7]

Merjenje hitrosti in velikosti kapljic v disperznih tokovih, kot je vodna megla, temelji na izkoriščanju Dopplerjevega pojava. Ko delec prehaja skozi laserski žarek, zaradi lastnega gibanja premakne frekvenco sipane svetlobe glede na frekvenco izvora. Ta Dopplerjev premik je odvisen od relativne hitrosti delca in geometrije sipanja. [7] podaja osnovno zvezo:

$$f_s = f_i \frac{1 - e_i \cdot (U/c)}{1 - e_s \cdot (U/c)} \quad (1)$$

kjer:

- f_i je frekvenca vpadnega žarka,
- u hitrost delca,
- e_i in e_s smer vpadnega in sipanega žarka,
- c hitrost svetlobe.

Ker je $|U/c| \ll 1$, se izraz linearizira v:

$$f_s \approx f_i \left[1 + \frac{U}{c} \cdot (e_s - e_i) \right] \quad (2)$$

Ko imamo dva laserska žarka, ki se sekata pod kotom Θ , oba sipata svetlobo proti detektorju, vendar vsak s svojo smerjo sipanja. Ker se delec premika s hitrostjo U , bo frekvenca sipanja

od vsakega žarka rahlo drugačna zaradi Dopplerjevega efekta. Razlika teh dveh sipanih frekvenc ustvari tako imenovano udarno frekvenco (beat frequency) oz. Dopplerjevo frekvenco f_D , ki jo opazi fotodetektor.

$$\begin{aligned}
 f_D &= f_{s,2} - f_{s,1} = \\
 &= f_2 \left[1 + \frac{U}{c} \cdot (e_s - e_2) \right] - f_1 \left[1 + \frac{U}{c} \cdot (e_s - e_1) \right] = \\
 &= f_i \frac{U}{c} \cdot (e_1 - e_2) = \\
 &= \frac{f_i}{c} |e_1 - e_2| |U| \cos \Phi = \\
 &= \frac{1}{\lambda} 2 \sin(\Theta/2) u_x
 \end{aligned} \tag{3}$$

Tako imenovana udarna frekvenca oziroma Dopplerjeva frekvenca f_D je bistveno nižja od osnovne frekvence laserske svetlobe, zato jo lahko zaznavamo kot periodične spremembe intenzitete svetlobe na fotodetektorju. Te spremembe nastanejo zaradi interferenčnega utripanja dveh rahlo različnih sipanih valov. Dopplerjeva frekvenca je neposredno sorazmerna s komponento hitrosti v smeri pravokotno na interferenčne proge, zato lahko iz merjene vrednosti f_D izračunamo hitrost delca kot:

$$u_x = \frac{\lambda}{2 \sin(\Theta/2)} f_D \tag{4}$$

2.1 Interferenčni (fringe) model – prostorska razlaga iste frekvence

Frekvenco f_D , ki smo jo izpeljali iz valovne Dopplerjeve teorije, lahko povsem enako interpretiramo še z interferenčnim (fringe) modelom. Namesto da gledamo premik valovne frekvence, si predstavljamo, da dva koherentna laserska žarka ustvarita v presečišču stacionarni vzorec svetlih in temnih pasov oziroma reže (fringes). Delci, ki prehajajo skozi ta vzorec, zaporedno prečkajo svetle (maksimum) in temne (minimum) pasove, zato na detektorju povzročijo periodično modulacijo intenzitete – ravno tisto, ki ji pravimo Dopplerjeva frekvenca.

Prostorski razmik med dvema sosednjima režama

$$\Delta x = \frac{\lambda_b}{2 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)} \tag{5}$$

kjer je λ valovna dolžina laserja, Θ pa kot med žarkoma [6, 7].

Če delec prehaja čez proge s hitrostjo u_x (pravokotno na proge), prečka razdaljo Δx v času

$$t = \frac{\Delta x}{u_x} \tag{6}$$

zato se na detektorju pojavi frekvenca, kjer opazimo, da je f_{fringe} natanko enaka Dopplerjevi frekvenci f_D

$$f_{fringe} = \frac{1}{t} = \frac{u_x}{\Delta x} = \frac{2 \sin(\Theta/2)}{\lambda} u_x = f_D \tag{7}$$

Da bi poleg velikosti hitrosti dobili tudi smer (npr. pozitivna/negativna), se lahko v enega od žarkov doda t.i. Bragg celica, ki povzroči znani frekvenčni zamik, zaradi česar postanejo interferenčne proge “potujoče”, in s tem omogočijo razločevanje smeri gibanja [6, 7].

2.2 Phase Doppler Anemometry (PDA)

Ker LDA sam po sebi ne zaznava velikosti delcev, je bila metoda nadgrajena v Phase Doppler Anemometry (PDA). PDA poleg hitrosti meri tudi fazo svetlobnega signala, ki ga zajameta vsaj dva prostorsko zamaknjena detektorja. Ko delec (na primer kapljica vode) prehaja skozi interferenčno polje, se svetloba, ki jo delec odbije ali se skozenj lomi, zazna z rahlo zamaknjnim faznim odzivom na vsakem detektorju zaradi različne poti svetlobe do detektorjev. Razlika faz tako nosi informacijo o velikosti kapljice. [7]

Pri analizi faznega zamika v PDA je potrebno razumeti, da svetloba, ki se odbije ali prelomi v kapljici, lahko prispeva več različnih sipalnih mehanizmov. Najpogostejše upoštevamo:

- odboj (reflection), kjer svetloba enkrat reflektira na površini kapljice; to ustvari enolično, a pogosto šibkejšo fazno razliko, predvsem pri kovinskih ali trdnih delcih,
- lom prvega reda (first-order refraction) – kjer svetloba enkrat preide skozi kapljico in se dvakrat lomi (na vstopu in na izstopu). To je dominantni mehanizem pri vodnih kapljicah in kapljevinah katere dovoljujejo tok svetlobe skozi njih,
- lom drugega reda (second-order refraction) – kjer svetloba dvakrat preide skozi kapljico (kjer se poleg dveh lomov (na vstopu in izstopu) še odbije od notranje površine kapljice).

Za konfiguracijo PDA z odbojem je relacija med faznim zamikom in velikostjo delca zapisana z enačbo [6]:

$$\Delta\Phi_{12}^{(1)} = \sqrt{2} \frac{2\pi}{\lambda_b} d_p (\sqrt{1 - \cos \psi_r \cos \phi_r \cos \Theta/2 + \sin \psi_r \sin \Theta/2} - \sqrt{1 - \cos \psi_r \cos \phi_r \cos \Theta/2 - \sin \psi_r \sin \Theta/2}) \quad (8)$$

Za refrakcijo oz. lom prvega reda pa kot

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{12}^{(2)} &= \frac{2\pi}{\lambda_b} d_p \left(\sqrt{1 + m^2 - m\sqrt{2}\sqrt{1 + \cos \psi_r \cos \phi_r \cos \Theta/2 + \sin \psi_r \sin \Theta/2}} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 + m^2 - m\sqrt{2}\sqrt{1 + \cos \psi_r \cos \phi_r \cos \Theta/2 - \sin \psi_r \sin \Theta/2}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

kjer je d_p premer kapljice, Ψ_r in Φ_r postavitveni koti detektorjev ter Θ kot med žarkoma. V praksi pa se za majhne kapljice pogosto uporabi linearizirano kalibracijo, kjer se fazna razlika približno linearno povečuje s premerom.

Celotno obsežno fizikalno ozadje sistemov LDA in PDA vključno s sipalnimi principi je podrobneje opisano v [6].

Glede na Lorenz-Mie teorijo sipanja, je svetloba sipana istočasno na vse strani, nas pa zanima samo sipana svetloba v smeri sprejemnika. Sprejemnik sprejeto svetlobo po optičnem vlaknu pošlje do fotopomnoževalke (PM), katera pomnoži število prejetih fotonov. Dantec [7] navaja, da je potrebno napetost na PM nastaviti tako, da najmanjši signali presegajo šum, vendar ne pride do nasičenja pri večjih kapljicah. Previsoka napetost lahko poveča šum, prenizka pa povzroči, da manjših kapljic sistem ne zazna. Posledično je izbira PM napetosti in analognega ojačanja vitalnega pomena za zanesljive meritve velikosti delcev in zavisi od specifične aplikacije. [1]

3 Metodologija raziskave

V nadaljevanju bomo predstavili eksperimentalno zasnovo, s katero bomo izmerili velikost in hitrost kapljic demineralizirane vodne meglice, proizvedene z ultrazvočnim difuzorjem. Uporabili bomo CW diodni laserski izvor z valovno dolžino 660 nm, detektorji so proti merilnemu volumnu laserja usmerjeni pod kotom 30° glede na lasersko ravnino. Dominanten sipalni mehanizem je refrakcija oz. lom prvega reda. Sistem PDA vsebuje tri detektorje in posledično fotopomnoževalke (PM), katerih napetost ojačanja (AV) lahko neodvisno prilagajamo v območju 400 – 1400 V, signalno ojačanje (SG) pa v razponu 0 – 30 dB. Moč laserskega izvora je 90 mW in ni nastavljiva. Razmerje med signalom in šumom (SNR) je nastavljeno na 1 dB.

Med eksperimenti bomo spreminjali AV in SG, vse ostale parametre pa bomo ohranjali nespremenjene.

Vsi zgoraj omenjeni parametri vplivajo na občutljivost PDA sistema. V približku je intenziteta sipanja I posamezne kapljice sorazmerna kvadratu premera delca d , torej $I \propto d^2$. Posledično velja, da bo intenziteta majhne kapljice $I(d_1)$ veliko manjša od intenzitete večje kapljice $I(d_2)$, $I(d_1) \ll I(d_2)$ za $d_1 < d_2$ in ob nespremenjeni moči laserskega žarka. Če povečamo moč laserskega žarka, bodo tudi manjše kapljice sipale dovolj svetlobe in bodo presegle raven šuma in tako postale vidne za zaznavo signala. Obratno pa z znižanjem AV zaznamo predvsem večje kapljice, kar posledično premakne povprečno zaznano velikost kapljic proti večjim vrednostim. [1]

Tabela 1: Podatki merilnega sistema

Laser	Diodni CW
Moč laserja	90 mW
Valovna dolžina	660 nm
Goriščna razdalja (oddajnik)	500 mm
Kot presečišča žarkov $\Theta/2$	$3,434^\circ$
Merilni volumen dx	0,191 mm
Merilni volumen dy	0,191 mm
Merilni volumen dz	3,189 mm
Goriščna razdalja (sprejemnik)	400 mm
Kot med oddajnikom in sprejemnikom Φ	30°
Dominantna oblika sipanja	Lom prvega reda (1st order refraction)

4 Rezultati meritev

Izvajali smo meritve povprečne velikosti delcev D_{10} vodne megle z refrakcijskim indeksom $n = 1,334$. Povprečno velikost delcev D_{10} smo računali po enačbi

$$D_{10} = \frac{\sum d_i}{N} \quad (10)$$

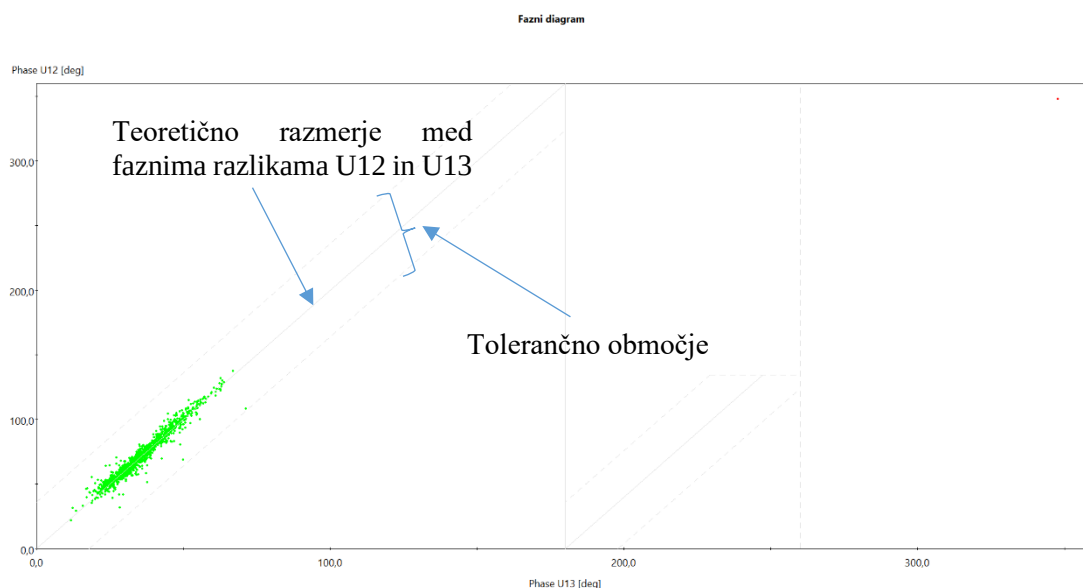
kjer je $i = 1, \dots, N$ in N je skupno število delcev.

V prvem delu, smo nastavili vrednost SG na 0 ter SNR na 1, spreminjali pa smo AV od vrednosti 700 V do 975 V s korakom po 25 V. Iz spodnje tabele (Tabela 2) je razvidno, da koncentracija delcev pri $AV = 700 \text{ V}$ znaša $118 \frac{\text{delcev}}{\text{cm}^3}$, povprečni premer pa je $D_{10}(700V) = 25,7 \mu\text{m}$.

Tabela 2: Rezultati meritev vodne megle s spreminjanjem AV od 700 – 975 V, SG=0

AV [V]	Število delcev [N]	$D_{10} [\mu\text{m}]$	Koncentracija [N/cm ³]	U Flux [cm ³ /cm ² /s]
700	1371	25.7	118	0.000190
725	2095	22.9	174	0.000210
750	3464	20.4	279	0.000250
775	4866	17.6	388	0.000240
800	8917	15.4	696	0.000310
825	9993	13.0	968	0.000290
850	10000	11.6	1437	0.000350
875	10000	9.8	2049	0.000350
900	9978	8.5	2706	0.000360
925	9977	7.7	2846	0.000310
950	10000	7.0	3031	0.000240
975	10000	6.6	3063	0.000210

Iz faznega diagrama (Slika 1), kateri primarno služi kot pomoč pri nastavljanju optike sistema in kasneje med zajemanjem podatkov služi kot orodje za vrednotenje kakovosti zajetih podatkov, je razvidno, da vsi zajeti delci ležijo v nastavljenem tolerančnem območju 10%.



Slika 1: Fazni diagram pri $AV=700$ V

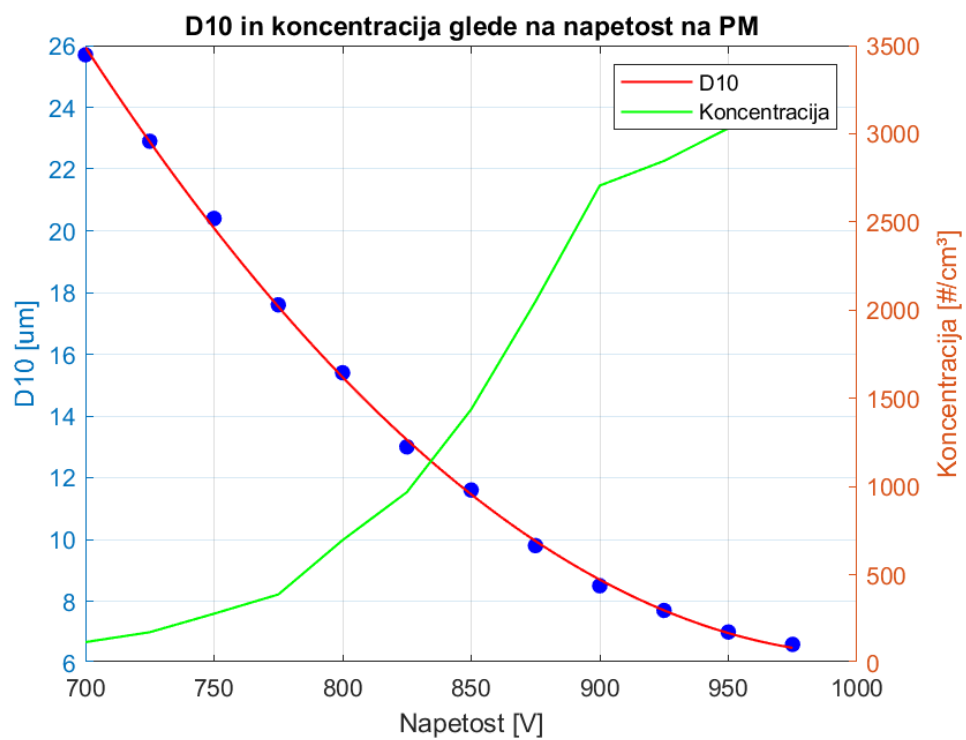
Fazni diagram prikazuje izmerjeno fazno razliko med detektorjema U1 in U2 v odvisnosti od fazne razlike med detektorjema U1 in U3.

Slika 1 prikazuje tipičen fazni diagram za FiberPDA. Prikazane faze so izmerjene fazne razlike, ki so bile popravljene za fazni zamik, določen med fazno kalibracijo. Diagonalna neprekinjena črta predstavlja teoretično razmerje med obema faznima razlikama za popolnoma sferične delce. Zaradi omejene natančnosti sistema je treba dopustiti določeno odstopanje od idealne črte. Zato je definirano tolerančno območje, označeno z dvema črtkanima črtama. Širina tolerančnega območja je nastavljiva.

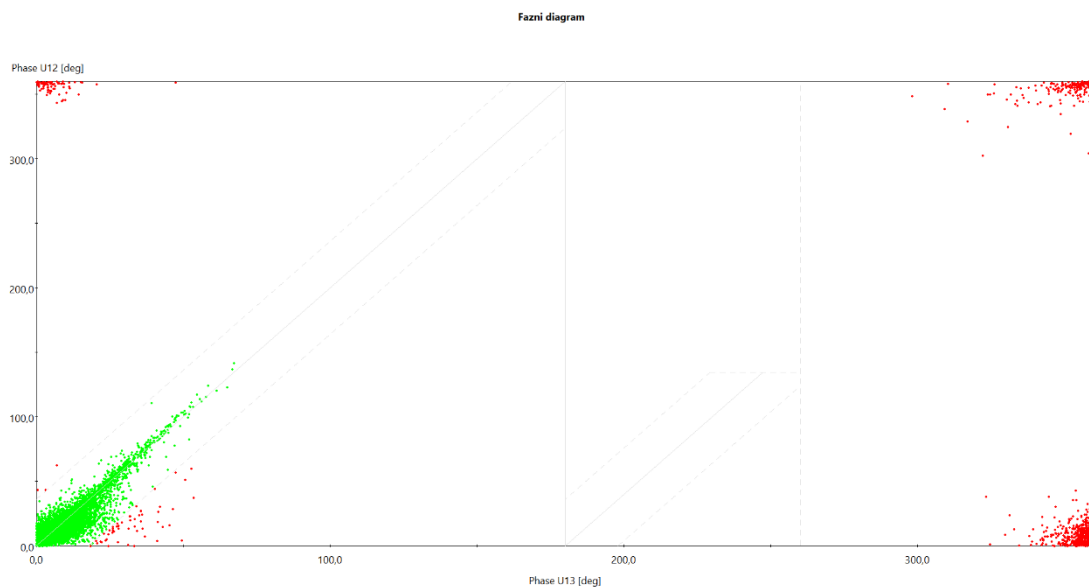
Vsaka posamezna meritev je v faznem diagramu prikazana kot barvna pika. Potrjeni vzorci (meritve znotraj tolerančnega pasu) so prikazani kot zelene pike. Zavrženi vzorci (meritve zunaj tolerančnega pasu) so na sliki označeni z rdečimi pikami (Slika 3).

Ob optimalni optični poravnavi in pravih nastavitvah parametrov se bo v faznem diagramu izrisal oblak točk, ki se bo skoncentriral okoli neprekinjene črte in večinoma znotraj tolerančnega območja. Slaba poravnava ali na primer napačna nastavitve smeri interferenčnih prog se bosta v faznem diagramu pokazala kot bolj ali manj izrazito odstopanje točk od teoretične črte. [8]

S povečevanjem AV se koncentracija delcev zvišuje, izmerjeni povprečni premer delcev D_{10} , pa se kot pričakovano, znižuje proti asimptotični vrednosti (Slika 2). Z napetostjo smo navzgor omejeni (975 V), saj se z višanjem napetosti, povečuje tudi tok na PM, kjer pa smo omejeni s $1500 \mu A$. S povečevanjem AV pa se povečuje tudi šum, kar je vidno s faznega diagrama (Slika 3).



Slika 2: Spreminjanje AV



Slika 3: Fazni diagram pri AV=975 V

Neveljavni delci v zgornjem levem in desnem kotu ter v spodnjem desnem kotu so premajhni, da bi jih lahko potrdili ali pa so njihovi signali preveč šumni. Če zmanjšamo občutljivost PDA sistema (npr. z SG, AV ali moči laserja), se število delcev v teh kotih zmanjša, vendar pa sistem v tem primeru ni več sposoben zaznati najmanjših delcev (kar se kaže kot odsotnost delcev v spodnjem levem kotu (Slika 1)).

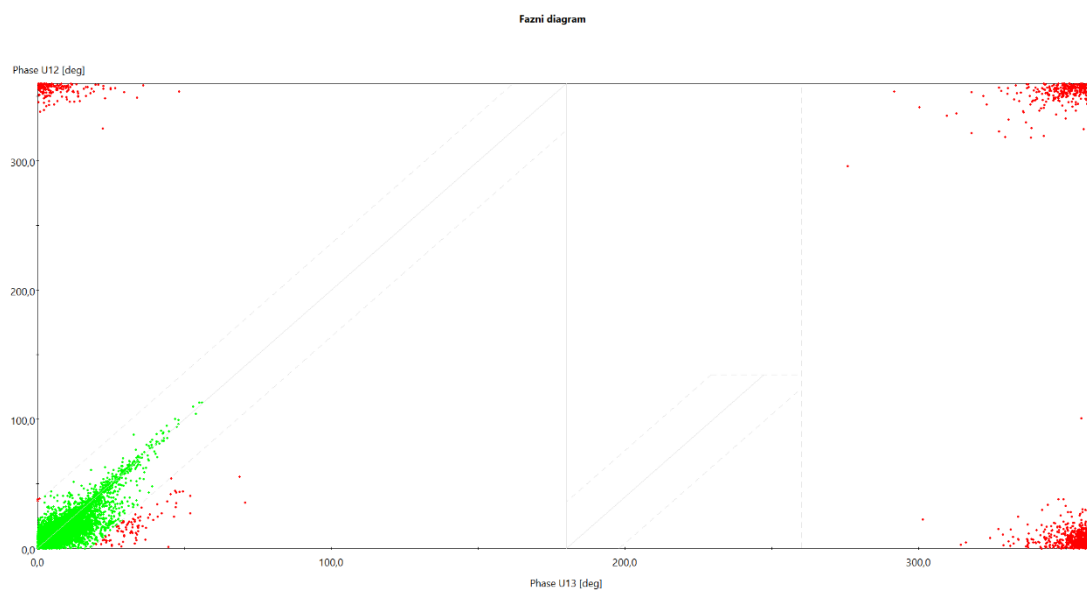
Z analizo faznih diagramov ter rezultatov meritev smo nato izbrali točko, kjer osvetlimo dovolj število majhnih delcev in s tem dobimo realnejši povprečni premer D_{10} , hkrati pa preprečimo prevelik šum. V tej točki bomo v naslednjem setu meritev povečevali SG z namenom, da ojačamo prejeti signal majhnih delcev.

SG smo za točko AV=800 V iz zgornje tabele (Tabela 2) povečevali do 12 dB s korakom po 2 dB, naprej pa s korakom 4 dB do 28 dB. Ker smo ojačali signal majhnih delcev, nam je povprečni premer D_{10} začel padati proti asimptotični vrednosti (Slika 5). Opazujemo fazni diagram (Slika 4) za AV = 850V in SG = 12 dB, kjer nam število vseh delcev, tudi tistih neveljavnih v kotih, naraste. Te pa program zavrne in so neveljavni.

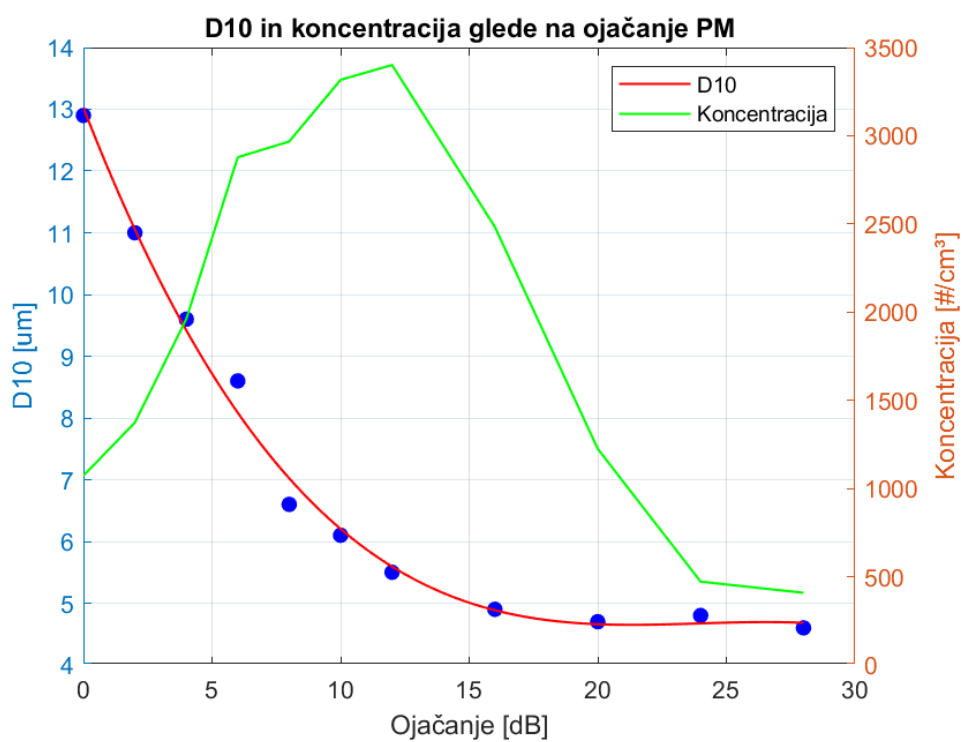
Iz grafa $D_{10}(SG)$ (Slika 5) je razvidno, da se koncentracija delcev povečuje, doseže vrh pri SG = 12 dB in nato začne upadati. Razlog za to je, da smo z večanjem SG ojačali vse signale, višji od teh signalov pa prestopijo mejo sprejemljivosti in jih nato program izloči iz meritve. V tem delu tudi pričnemo dosegati asimptotično vrednost povprečnega premera D_{10} .

Tabela 3: Rezultati meritev vodne megle pri AV=850V s spreminjanjem SG od 0 – 28 dB

SG [dB]	Število delcev [N]	D_{10} [μm]	Koncentracija [N/cm^3]	U Flux [$\text{cm}^3/\text{cm}^2/\text{s}$]
0	10000	12.9	1073	0.000390
2	9997	11.0	1374	0.000350
4	9997	9.6	1961	0.000390
6	10000	8.6	2878	0.000410
8	10000	6.6	2967	0.000180
10	10000	6.1	3317	0.000130
12	10000	5.5	3401	0.000081
16	10000	4.9	2483	0.000041
20	10000	4.7	1225	0.000021
24	10000	4.8	472	0.000012
28	10000	4.6	409	0.000007



Slika 4: Fazni diagram za točko $AV=850V$, $SG=12\text{ dB}$



Slika 5: Spreminjanje SG od 0 – 28 dB pri $AV=850\text{ V}$

5 Diskusija rezultatov

Iz rezultatov meritev vodne megle je razvidno, da se izmerjena velikost vodnih kapljic spreminja v odvisnosti od nastavitve parametrov merilnega sistema. Primerjava dobljenih rezultatov z meritvami [1] vodi do zaključka, da je vsak specifični PDA merilni sistem različen, kjer smo že kot vhod operirali s fiksno močjo laserskega izvora, medtem ko so jo v ostalih virih [1, 4, 5] moč laserja spreminjali. S tem se spreminja osvetljenost delcev in posledično operiramo z različnimi vrednostmi AV in SG. Navzgor smo bili omejeni s tokovno limito na PM in smo pri $SG = 0$ dosegli maksimalno vrednost $AV = 975 V$, medtem ko so [1] dosegli vrednosti maksimalno vrednost 1200 V. Velik vpliv na uporabljene parametre ima kot postavitve detektorja ter dominantni način sipanja, kjer so intenzitete sipane svetlobe različne. Izmerjeni rezultati meritev povprečne velikosti kapljic vodne megle D_{10} se glede na nastavljene parametre spremenijo za faktor 5 in sicer pri $AV = 700 V, SG = 0 \rightarrow D_{10} = 25,7 \mu m$ in pri $AV = 850 V, SG = 28 dB \rightarrow D_{10} = 4,6 \mu m$. Pri $AV = 850 V$ in $SG = [16, 20, 24, 28] dB$ se vrednosti približujejo asimptotični vrednosti, povprečne velikosti D_{10} sovpadajo z ostalimi študijami [1].

6 Zaključek

Zaključimo lahko, da AV in SG občutno vplivata na rezultate meritev. V kolikor sta AV in SG nastavljena napačno, lahko izmerjena velikost variira tudi do 5x, saj se pri napačni nastavitvi majhni delci ne osvetlijo dovolj in jih program klasificira kot šum. Podobno se nam dogaja pri previsokih vrednostih AV in SG, kjer sem nam podatki zavržejo, ker so prenasičeni in na ta način ne dobimo podatkov o velikosti velikih kapljic. Za nadaljnje meritve je potrebno uporabiti vrednosti AV in SG od točk, ko smo se približali asimptoti ($AV = 850 V$ in $SG = [16, 20] dB$), tiste na koncu asimptote ($AV = 850 V$ in $SG = [24, 28] dB$) pa s previdnostjo, saj smo na tem delu signal toliko ojačali, da imamo zaradi prenasičenosti že odrezane podatke. Izredno pomemben je tudi kot postavitve detektorja in posledično vrsta sipane svetlobe. Esencialno je, da dominira samo ena oblika sipanja, bodisi lom prvega reda, odboj ali lom drugega reda. Praksa je, da se pri vrednostih kota poslužujemo »že preverjenih« kotov s strani proizvajalca opreme in drugih znanstvenih del.

Prilagajanje dinamičnega območja PDA s pomočjo obratovalnih parametrov je torej vedno eksperimentu prilagojen, časovno zahteven kompromis, pri katerem parametrov ni mogoče določiti vnaprej.

Literatura

- [1] Kapulla, Ralf, Najera Salvador Bravo. Operation conditions of a phase Doppler anemometer: droplet size measurements with laser beam power, photomultiplier voltage, signal gain and signal-to-noise ratio as parameters. *Measurement Science and Technology*. 2006, vol.(17) (1), 221.
- [2] McDonell, VG, et al., Sensitivity Assessment of a Phase-Doppler Interferometer to User-Controlled Settings, in *Liquid Particle Size Measurement Techniques: 2nd Volume*. 1990, ASTM International. p. 0.
- [3] Chao, J. R., Hwang K. J., Lee T. S. Sensitivity of user parameter settings of Phase Doppler Particle Analyzer in combusting spray. in *AIAA, Fluid Dynamics*, 21st

- Plasma Dynamics and Lasers Conference, 21st, Seattle, WA, June 18-20, 1990. 17 p. 1990. Seattle, WA.
- [4] Wriedt, T. Einfluß der Parameter eines Phasen-Doppler-Anemometrie-Prozessors auf die gemessenen Größenverteilungen / Dependence of the particle size distribution on the user-controlled settings of a phase-Doppler anemometry signal processor. *Tm-Technisches Messen*. 1993, vol.(60), 278-282.
 - [5] Mulpuru, S. R., Balachandar R., Ungurian M. H. Phase doppler anemometer - commissioning tests for measurement of water aerosol sizes and velocities in flashing jets. 1994, (v.2) [36 p.].
 - [6] Albrecht, H. E., et al., Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques. 2003.
 - [7] Dantec Dynamics, LDA and PDA - reference manual. 2011.
 - [8] Dantec Dynamics, BSA Flow Software - user guide. 2022.



Analiza malocikličnega utrujanja TPMS struktur

Aleksej Rikič¹, Branko Nečemer¹

Low-cycle fatigue analysis of TPMS structures

Povzetek. V sklopu raziskovalnega dela je bila opravljena računalniška analiza utrujanja izbranih metamaterialov iz družine TPMS struktur. Pri tem je bilo obravnavano malociklično področje utrujanja, pri čemer je bila analiza izvedena s pomočjo metode končnih elementov. Strukture so zasnovane kot lupinaste geometrije iz aluminijeve zlitine z oznako AA 5083-H111. Strukture so bile podvržene ciklični obremenitvi s kontrolo deformacije. V raziskavi je bil tudi zajet vpliv oblike osnovne celice in ravni obremenitve na življenjsko dobo najpogostejše uporabljenih TPMS struktur.

Abstract. As part of the research work, a numerical fatigue analysis was carried out on selected metamaterials from the family of TPMS structures. The study focused on the low-cycle fatigue regime, with the analysis conducted using the finite element method. The structures were designed as shell-based geometries made of AA 5083-H111 aluminium alloy. They were subjected to cyclic loading under strain-controlled conditions. The research also included an evaluation of the influence of unit cell geometry and load level on the fatigue life of the most commonly used TPMS structures.

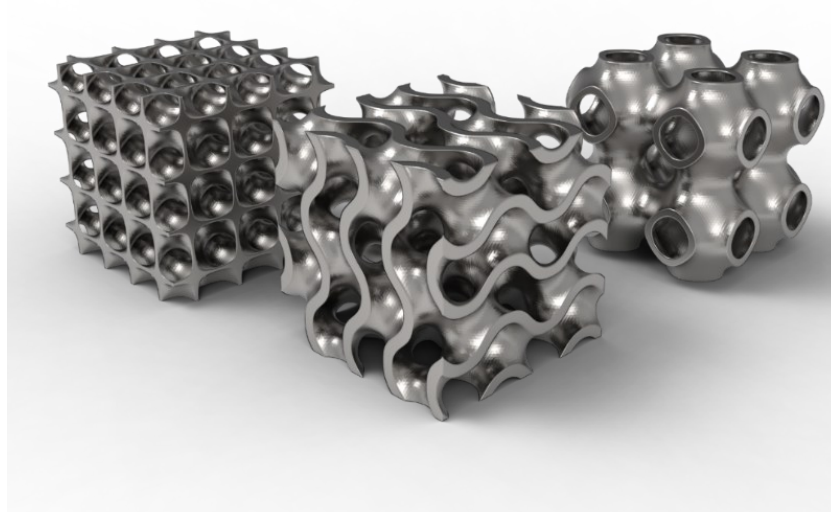
1 Uvod

Zaradi ugodnih mehanskih in fizikalnih lastnosti se celične strukture vse pogostejše uporabljajo v sodobnem inženirstvu. V primerjavi s konvencionalnimi materiali, omenjene strukture izstopajo predvsem tam, kjer je pomembna nizka masa konstrukcije, dobra zvočna izolacija, dušenje vibracij in visoka sposobnost absorpcije mehanske energije. Z napredkom na področju računalniškega modeliranja ter dodajalnih tehnologij, je danes mogoče že vnaprej oblikovati želene mehanske lastnosti, kar omogoča široko in večnamensko uporabo celičnih materialov v inženirskih rešitvah. Danes so nekateri celični materiali že uveljavljeni na različnih področjih, kot so blažilci mehanske energije, toplotni izmenjevalci, filtri ter medicinski vsadki, medtem ko so drugi še v fazi raziskav in razvoja. Zaradi naraščajočih zahtev po lahkini, a hkrati togih in vzdržljivih konstrukcijah, se je v zadnjih letih okrepila potreba po razvoju naprednih materialov z namensko zasnovano mikrostrukturo. V tem kontekstu so arhitekturni metamateriali pritegnili veliko pozornosti, saj z natančno nadzorovanimi notranjimi strukturami omogočajo izjemno mehansko zmogljivost. [1]

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

Eden najperspektivnejših razredov takšnih struktur so trojno periodične minimalne površine (TPMS – *Triply Periodic Minimal Surfaces*), katerih topologija izhaja iz diferencialne geometrije. TPMS strukture omogočajo visoko specifično togost, dobro razmerje med površino in volumnom ter enakomerno porazdelitev napetosti, kar je ključno za odpornost proti utrujanju. V okviru raziskave so bile podrobneje analizirane tri najpogostejše uporabljene TPMS topologije – Gyroid, Diamond in Primitive – zasnovane v obliki lupin (Slika 1). Vsaka izmed teh oblik ima edinstvene geometrijske značilnosti, ki vplivajo na mehansko obnašanje in življenjsko dobo pod cikličnimi obremenitvami. [2,3]

Cilj raziskave je bil s pomočjo numeričnih metod oceniti vpliv geometrije osnovne celice in nivoja deformacijske obremenitve na življenjsko dobo struktur, ter primerjati odziv posameznih topologij v režimu malocikličnega utrujanja. Pridobljeni rezultati prispevajo k boljšemu razumevanju odpornosti TPMS struktur na utrujanje in predstavljajo pomemben korak k njihovi širši uporabi v industriji.



Slika 1: Analizirane topologije: Diamond, Gyroid in Primitive.

2 Utrujanje TPMS struktur

Analiza življenjske dobe je bila izvedena z uporabo metode končnih elementov v programskem paketu ANSYS MECHANICAL. V tem poglavju je opisan razviti numerični model. Ker se je raziskava osredotočala na velike amplitudne deformacije v režimu malocikličnega utrujanja, je bila za izračun življenjske dobe uporabljena deformacijska metoda.

2.1 Geometrija struktur

V splošnem TPMS strukture delimo na skeletne in lupinaste strukture. V tej raziskavi so analizirane lupinaste TPMS strukture.

TPMS površine so definirane kot gladke površine z ničelno srednjo ukrivljenostjo. Zaradi pojava površinske napetosti pri sami topologiji, se površina minimizira glede na lokalne robove [4]. Geometrija TPMS struktur temelji na matematičnih enačbah, ki opisujejo zveznost površin v trirazsežnem prostoru.

V tej raziskavi so bile analizirane strukture iz 2x2x4 osnovnih celic velikosti 5 mm na vsaki koordinatni osi. S pomočjo uporabe simetrije je bilo kasneje zajeto obnašanje strukture velikosti 4x4x4 enotnih celic. Debelina sten analiziranih struktur je znašala 0,3 mm.

2.2 Materialni model

Za material analiziranih struktur je bila privzeta aluminijeva zlitina z materialno oznako AA 5083-H111. Ta aluminijeva zlitina je hladno valjana, odlikuje jo korozijska obstojnost, dobra preoblikovalnost ter varivost [5].

Za opis nelinearnega materialnega obnašanja so bile uporabljene eksperimentalno določene vrednosti napetosti pri različnih stopnjah plastične deformacije [6], ki so navedene v Tabeli 1.

Tabela 1: Materialne lastnosti zlitine AA 5083-H111 [6]

Elastične materialne lastnosti		
E [MPa]		68855,7
ν [–]		0,33
Plastične materialne lastnosti		
	ε_{pl} [–]	σ [MPa]
1.	0	270
2.	0,00061289	280
3.	0,0019703	290
4.	0,0051566	300
5.	0,012702	310
6.	0,030346	320
7.	0,070779	330

Za numerično študijo je bil uporabljen izotropni elasto-plastični materialni model s kinematičnim utrjevanjem. Za napoved življenjske dobe TPMS struktur je bila uporabljena deformacijska metoda, ki upošteva prispevek elastične in plastične deformacije k skupni amplitudni deformaciji in je podana z enačbo 1. Enačba upošteva tudi vpliv srednje napetosti po Morrowi teoriji. [7]

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \varepsilon'_f (2N_i)^c \quad (1)$$

Materialni parametri so bili prav tako predhodno eksperimentalno določeni [6] in so navedeni v Tabeli 2.

Tabela 2: Materialni parametri utrujanja zlitine AA 5083-H111 [6]

σ'_f	1425,9
$b [-]$	-0,2031
ε'_f	0,054
$c [-]$	-0,5946
$K' [\text{MPa}]$	430
$n' [-]$	0,069

2.3 Robni pogoji in obremenitve

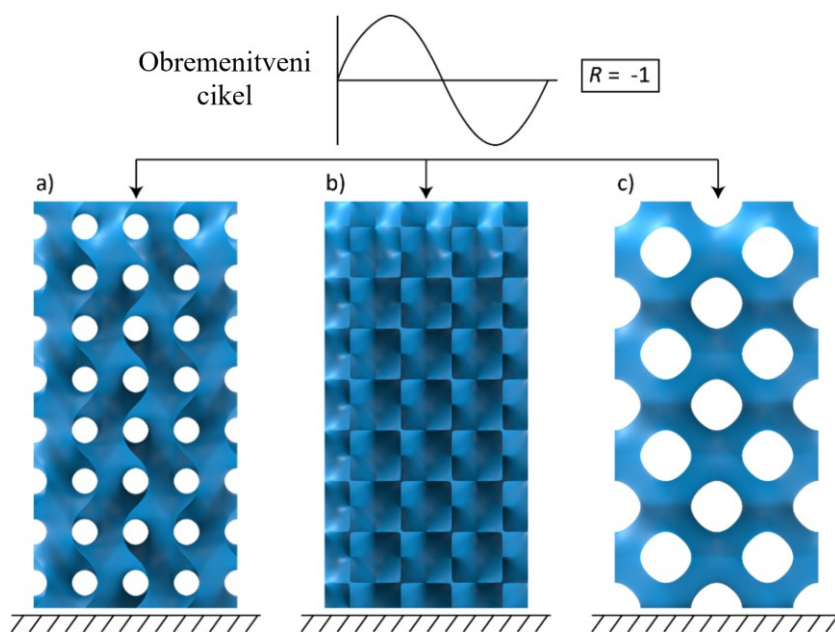
Za namen analize obnašanja TPMS struktur pod cikličnim mehanskim obremenjevanjem so bili v numeričnem modelu definirani ustrezni robni pogoji in časovno spremenljive obremenitve. Numerične analize so bile izvedene pri kontroli pomika, in sicer v natezno tlačnem stanju z obremenitvenim razmerjem $R = -1$. Torej se struktura izmenično obremenjuje z enakim amplitudnim pomikom. Amplitude pomika so bile določene kot relativni delež deformacije celotne strukture, oziroma višine strukture, Tabela 3.

Tabela 3: Vrednosti amplitudnih deformacij.

Amplitudna deformacija [%]	Amplituda pomika [mm]
0,45	0,09
0,50	0,10
0,55	0,11
0,60	0,12

Kot je razvidno na Sliki 2, so spodnji robovi oziroma vozlišča mreže končnih elementov struktur v celoti toga vpeti v vseh treh koordinatnih smereh (X, Y in Z). Zgornji robovi struktur so izpostavljeni obremenitvi v koordinatni smeri (Y).

Za zmanjšanje računskega časa je bila uporabljena dvojna simetrija modela.



Slika 2: Robni pogoji vpetja in obremenitve za oblike: (a) Gyroid, (b) Diamond in (c) Primitive.

3 Vrednotenje numeričnih rezultatov

Pri vrednotenju numeričnih rezultatov preračuna po metodi končnih elementov, je bilo treba analizirati poleg rezultatov življenjske dobe tudi splošne rezultate o mehanskem odzivu struktur. Pri tem so bile opazovane najvišje ter povprečne vrednosti Misesovih primerjalnih napetosti, dosežene stopnje plastičnih deformacij, in reakcijske sile, kot rezultat obremenjevanja. Pri analizi rezultatov, je bil upoštevan le srednji del struktur, z namenom, da se izognemo vplivu robnih pogojev na dobljene rezultate.

3.1 Numerični rezultati

3.1.1 Primerjalne napetosti

Pri analizah je bil spremljan razvoj Misesove primerjalne napetosti, ki predstavlja eno izmed glavnih meril za plastično deformacijo in začetno iniciacijo razpok. V tabeli 4 je prikazan potek naraščanja napetosti pri večanju amplitudne deformacije.

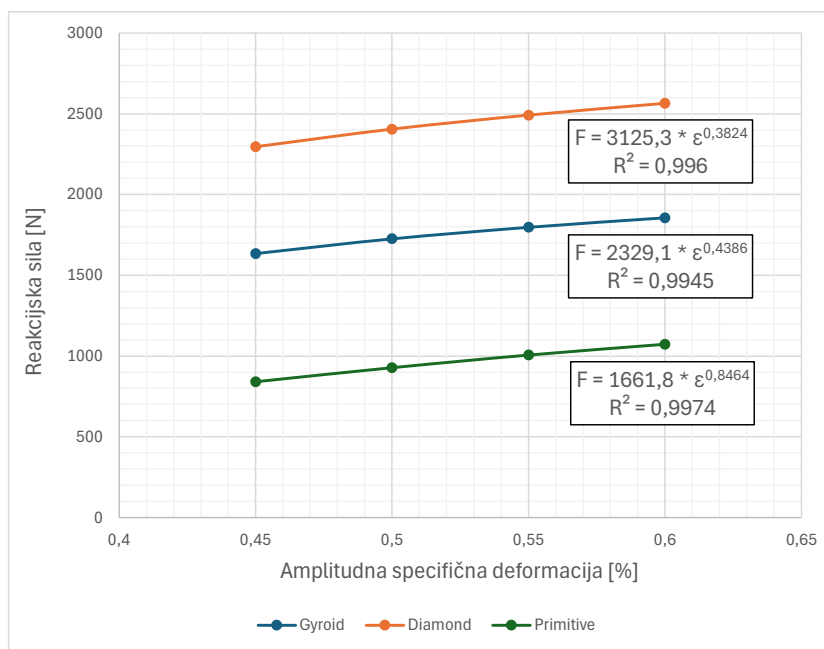
Kot je razvidno iz tabele, se najvišje napetosti pojavijo v Gyroid obliki, srednje v Diamond, najmanjše pa se pojavijo v Primitive obliki. Posledično so tudi plastične deformacije najvišje v Gyroid obliki, srednje v Diamond ter najmanjše v Primitive.

Tabela 4: von Mises napetosti

Vrsta TPMS strukture	Gyroid		Diamond		Primitive	
Vrednost amplitudne deformacije	von Mises [MPa]		von Mises [MPa]		von Mises [MPa]	
	Najvišje	Povprečno	Najvišje	Povprečno	Najvišje	Povprečno
0,45 %	304,5	169,4	302,1	166,8	299,2	149,5
0,50 %	308,4	179,9	308,7	177,1	294,3	161,7
0,55 %	310,8	188,9	306,9	186,2	297,6	174,6
0,6 %	312,5	196,4	309,8	194,2	300,0	185,4

3.1.2 Reakcijske sile

Reakcijske sile so bile odčitane na zgornjih ter spodnjih robovih struktur, pri tem so bile upoštevane le vertikalne komponente v smeri obremenjevanja, torej v smeri Y osi. Ti rezultati so nam služili za vrednotenje togosti struktur. Kot je razvidno iz slike 3, se najvišje reakcijske sile pojavijo pri Diamond obliki, nato Gyroid ter najnižje pri Primitive obliki struktur. Iz tega je razvidno, da je najbolj toga TPMS struktura z Diamond obliko.

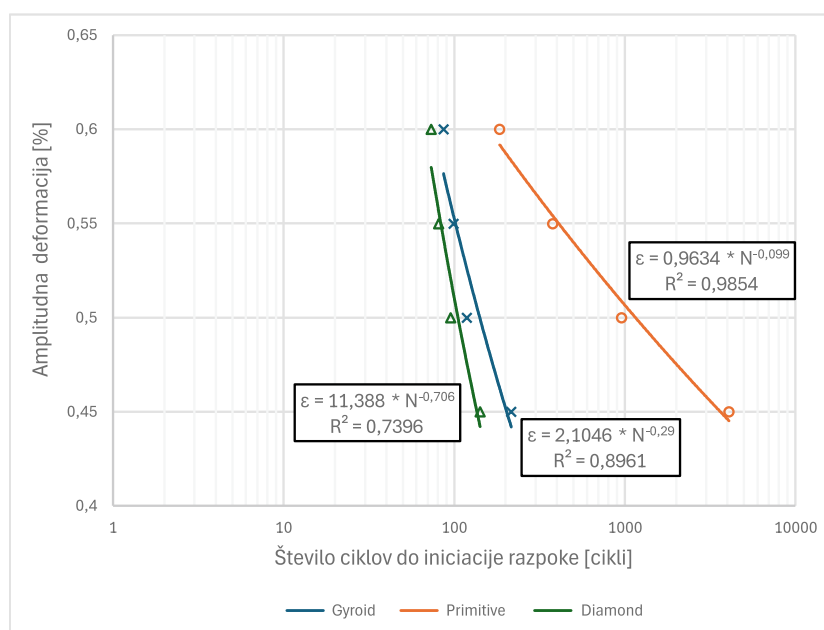


Slika 3: Reakcijske sile.

3.2 Rezultati življenjske dobe

Na podlagi analiziranih rezultatov napetostnega in deformacijskega odziva so bile izračunane življenjske dobe za vse tri oblike TPMS struktur. Kot je razvidno na sliki 4, rezultati kažejo izrazite razlike v odpornosti proti utrujanju med posameznimi geometrijami. Med obravnavanimi oblikami je struktura Primitive dosegla najdaljšo življenjsko dobo, medtem ko je bila pri Diamond strukturi najkrajša.

Oblika Diamond se je v simulacijah obnašala najbolj togo, kar pomeni, da je pri enakih stopnjah deformacije akumulirala največ deformacijske energije. Po drugi strani je Primitive struktura zaradi svoje manjše togosti absorbirala najmanjšo količino deformacijske energije. Ker deformacijska energija neposredno vpliva na utrujanje materiala, se je pokazalo, da višja akumulacija energije vodi v krajšo življenjsko dobo. Zato je Diamond struktura dosegla najkrajšo življenjsko dobo, medtem ko je bila ta pri Primitive strukturi najdaljša.



Slika 4: Graf odvisnosti amplitudne deformacije od števila ciklov do iniciacije razpok.

4 Zaključek

Rezultati raziskave so pokazali, da ima topologija TPMS struktur ključno vlogo pri mehanskem odzivu. Diamond struktura zaradi svoje togosti akumulirala največ deformacijske energije, kar vodi do najkrajše življenjske dobe. Nasprotno pa je Primitive struktura, akumulirala najmanj deformacijske energije in ima posledično najdaljšo življenjsko dobo. Gyroid oblika struktur pa se je uvrstila med ti dve po mehanski učinkovitosti ter odpornosti na utrujanje. Pri načrtovanju takšnih struktur je treba uravnotežiti togost in porazdelitev napetosti ter izbrati ustrezno geometrijo struktur za določen namen. Za nadaljnjo delo želimo izvesti eksperimentalne preizkuse na vzorcih z istimi dimenzijami in parametri ter primerjati rezultate.

Zahvala

Avtorji se zahvaljujejo Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije za sofinanciranje raziskovalnega projekta št. Z2-50082 in sofinanciranje raziskovalnega programa št. P2-0063.

Literatura

- [1] M. Benedetti, A. du Plessis, R.O. Ritchie, M. Dallago, N. Razavi, F. Berto, *Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication*, Materials Science and Engineering R: Reports 144, 2021.
- [2] L. J. Gibson, M. F. Ashby, *Cellular solids: Structure and properties*, 1997.
- [3] D. G. Spear, A. N. Palazotto, *Testing and Modeling of Cellular Materials*, 2022.
- [4] Meeks, *The Theory of Triply Periodic Minimal Surfaces*, Indiana University Mathematics Journal 39, 1990.
- [5] Y. Liu, Y. Sun, L. Zhang, Y. Zhao, J. Wang, C. Liu, *Microstructure and mechanical properties of Al-5Mg-0.8Mn alloys with various contents of Fe and Si cast under near-rapid cooling*, Metals (Basel) 7, 2017.
- [6] B. Nečemer, J. Klemenc, F. Zupanič, S. Glodež, *Modelling and predicting of the LCF-behaviour of aluminium auxetic structures*, Int J Fatigue 156, 2022.
- [7] C. A. Lewinsohn, *Mechanical Behavior of Materials by Norman E. Dowling*, Materials and Manufacturing Processes 15, 2000.



Konstruiranje grabilca mostnega žerjava z uporabo naprednih simulacijskih metod

Tone Lerher¹, Ismail Nurcheski² in Marko Motaln³

Design of a Bridge Crane Grab Using Advanced Simulation Methods

Povzetek. V članku je predstavljen celovit pristop k numeričnemu modeliranju dvovrvnega grabilca mostnega žerjava, namenjenega transportu sipkih snovi. Z uporabo sklopljenega numeričnega modela, ki združuje metodi diskretnih (DEM) in končnih elementov (FEM), smo zajeli kompleksne robne pogoje, ki izhajajo iz mehanskih interakcij med sipkim materialom in konstrukcijo grabilca. Rezultati DEM simulacij so služili kot vhodne obremenitve za FEM analizo, s katero smo kvantitativno ocenili napetosti in deformacije pri enaki stopnji obrabe, določeni s poenostavljenim kvalitativnim modelom. Na podlagi teh rezultatov smo izvedli optimizacijo geometrije čeljusti grabilca, kar je privedlo do večje togosti, zmanjšanih pomikov in enakomernejše porazdelitve napetosti. Predstavljeni pristop ponazarja, kako lahko napredne simulacijske metode izboljšajo konstrukcijsko zasnovu transportnih naprav ter zmanjšajo potrebo po fizičnih prototipih v zgodnjih fazah razvoja.

Abstract. This paper presents a comprehensive approach for the numerical modelling of a Two Rope Clamshell Grab for an overhead crane intended for bulk material handling. Using a coupled numerical model combining the Discrete Element Method (DEM) and the Finite Element Method (FEM), we have captured the complex boundary conditions resulting from the mechanical interactions between the bulk material and the grab structure. The results of the DEM simulations served as input loads for the FEM analysis, with which we quantitatively evaluated the stresses and deformations at the same wear level defined by a simplified qualitative model. Based on these results, we performed an optimisation of the grab jaw geometry, which resulted in higher stiffness, reduced displacements and a more uniform stress distribution. The presented approach illustrates how advanced simulation methods can improve the structural design of material handling devices and reduce the need for physical prototypes in the early stages of development.

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

² Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

³ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

1 Uvod

V industriji in logistiki imajo mostni žerjavi ključno vlogo pri premikanju in transportu s kosovnimi ali sipkimi materiali. Njihova vsestranskost omogoča uporabo v različnih proizvodnih in skladiščnih okoljih. Zasnova posameznih komponent mostnega žerjava, še posebej grabilcev, mora zagotavljati visoko stopnjo funkcionalnosti, varnosti, vzdržljivosti in energetske učinkovitosti. Pri tem je eden izmed pomembnih izzivov zagotoviti skladnost z zahtevnimi standardov, kot je evropski standard SIST EN 13001.

Eden od ključnih elementov mostnega žerjava za sipke snovi je mehanski grabilec, poznan kot »Clamshell grab«. Gre za napravo za prevzemanje sipkega materiala, ki z uporabo dveh gibljivih polovic zajema in raztovarja razsute materiale, kot so pesek, gramoz, premog, ruda, ipd. Takšni grabilci morajo prenesti visoke dinamične in statične obremenitve ter hkrati zagotavljati učinkovito delovanje v različnih delovnih okoljih. Njihova zasnova pogosto vključuje zobate segmente ali rezalne robove za prodor v material, robustne jeklene konstrukcije in mehanizme za natančen nadzor nad gibanjem grabilca.

Zaradi kompleksne interakcije med grabilcem in sipkim materialom se uporabljajo numerične simulacijske metode, ki omogočajo poglobljeno snovanje in konstruiranje grabilca že v fazi načrtovanja grabilca. V tem članku predstavljamo inovativen in integriran pristop k načrtovanju grabilca, ki združuje dve napredni numerični metodi: metodo diskretnih elementov (DEM) in metodo končnih elementov (FEM).

Metoda DEM omogoča simulacijo obnašanja sipkih snovi na nivoju posameznih delcev, kar omogoča vpogled v porazdelitev sil, tokovne vzorce in kontaktne interakcije znotraj grabilca. Tako lahko že v fazi načrtovanja grabilca prepoznamo območja povečane obrabe in lokalnih koncentracij napetosti. Na osnovi rezultatov DEM simulacij pridobimo mejne pogoje in obremenitve, ki jih nato vključimo v FEM analizo. S pomočjo metode končnih elementov lahko ocenimo porazdelitev napetosti in deformacij, s čimer lahko optimiramo obliko in izbiro materialov grabilca.

Takšen kombiniran pristop zagotavlja celovito razumevanje delovanja grabilca ter omogoča izboljšave, ki temeljijo na realnih simulacijskih podatkih. Na ta način zmanjšamo potrebo po dragih in časovno zamudnih fizičnih prototipih, obenem pa povečamo natančnost in strukturno ustreznost grabilca. Cilj raziskave je prikazati, kako lahko računalniško podprta orodja in simulacijske metode pomembno prispevajo k razvoju grabilcev.

2 Grabilci

Grabilci so najpogostejše uporabljana naprava za prevzemanje sipkega materiala. Grabilec spustimo v odprti legi na sipki material. Zaradi lastne teže se grabilec, pri ohlapnih vrveh, zarije v sipek material in se napolni med zapiranjem čeljusti. Praznjenje grabilca nastopi pri odpiranju čeljusti. Glede na uporabljen mehanizem za odpiranje in zapiranje čeljusti grabilca, razlikujemo sledeče izvedbe grabilcev:

- Dvovrvni grabilec ima poleg ene (enega para) držalne vrvi, še eno (en par) zapiralno vrv, ki deluje na zapiralni mehanizem preko škripčnika v samem grabilcu.
- Enovrvni grabilec je obešen na eni vrvi. Odpiranje in zapiranje čeljusti dosežemo s pomožnimi napravami.
- Motorni grabilec ima vgrajen elektromotor in gonilo za odpiranje in zapiranje čeljusti.

- Hidravlični grabilec. Odpiranje in zapiranje čeljusti dosežemo s pomočjo hidravličnih delovnih cilindrov.

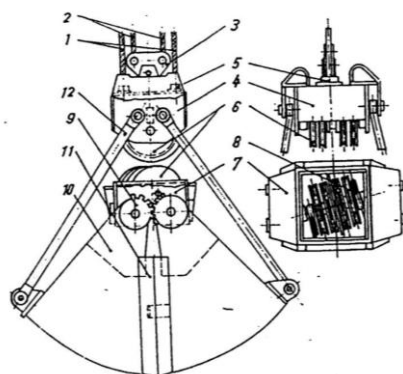
V nadaljevanju bo obravnavan dvovrvi grabilec, ki smo ga uporabili v naši raziskavi.

2.1 Dvovrvi grabilec

Dvovrvi grabilec (Two Rope Clamshell Grab) uporablja dve ločeni vrvi, pri čemer je ena namenjena dvigovanju in spuščanju grabilca, druga pa odpiranju in zapiranju čeljusti. Zaradi preproste konstrukcije in robustne zasnove je ta tip grabilca posebej primeren za ročni ali avtomatizirani transport sipkih materialov, kot so pesek, premog, rude, ipd. Pogosto se uporablja v pristaniščih, rudnikih, skladiščih ter industrijskih obratih, kjer so zahtevane hitre, zanesljive in učinkovite manipulacije z razsutim tovorom.

Na sliki 1 je prikazan dvovrvi grabilec s škipčevjem, kjer je:

- | | | | |
|---|----------------|----|--------------------|
| 1 | Zapiralna vrv | 7 | Spodnja prečka |
| 2 | Držalna vrv | 8 | Izravnalno obešalo |
| 3 | Obešalo | 9 | Zobati segment |
| 4 | Zgornja prečka | 10 | Čeljust grabilca |
| 5 | Vodilo vrvi | 11 | Rezilo grabilca |
| 6 | Vrvenice | 12 | Palice grabilca |



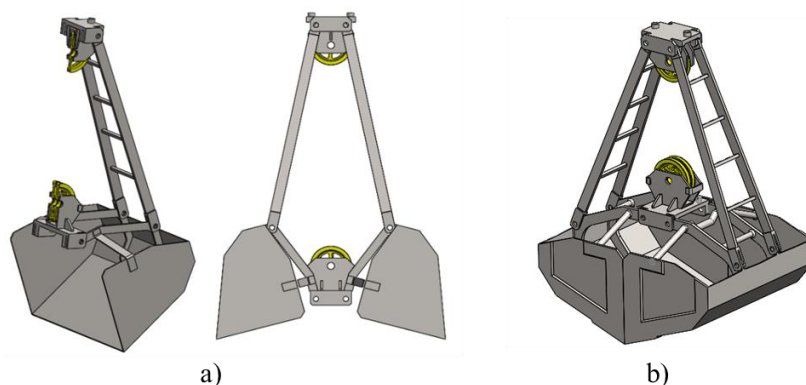
Slika 1: Dvovrvi grabilec s škipčevjem [1]

2.2 Modeliranje dvovravnega grabilca

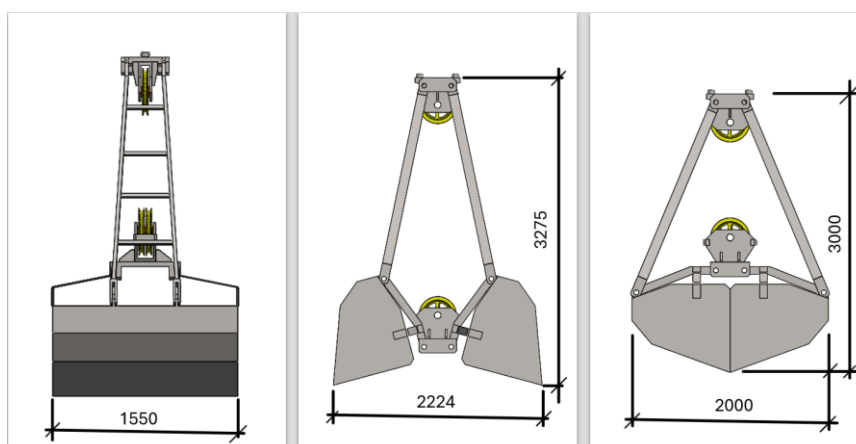
Pri modeliranju grabilca smo se najprej odločili za poenostavljen pristop, saj je bil glavni cilj raziskave izboljšava konstrukcije čeljusti grabilca. Poenostavljen model omogoča hitrejšo izvedbo numeričnih analiz ter boljšo preglednost rezultatov, kar je ključno pri iskanju optimalnih konstrukcijskih rešitev. Na osnovi začetne poenostavitve grabilca je bil naš cilj izboljšati tudi strukturno ustreznost konstrukcije z vidika zmanjšanja pomikov in povečanja nosilnosti. V naši raziskavi smo v več korakih nadgradili osnovno geometrijo grabilca z geometrijskimi izboljšavami za povečanje togosti in konstrukcijske učinkovitosti.

Na sliki 2a je prikazan osnovni poenostavljen model dvovravnega grabilca, ki vključuje zgornjo in spodnjo prečko z vrvenicami, ročico grabilca ter čeljusti. Na sliki 2b je prikazan izboljšan model dvovravnega grabilca z ojačitvami in spremenjeno geometrijo, ki je bila uporabljena za

nadaljnje numerične analize. Modeliranje grabilca je bilo izvedeno s pomočjo programske opreme SolidWorks, pri čemer smo upoštevali dejanske dimenzije obstoječega grabilca podjetja ZokeCrane. Kot osnovo smo uporabili model grabilca z delovno prostornino 2 m³. Povzeli smo glavne dimenzije grabilca in jih poenostavili za potrebe učinkovitejše numerične obravnave. Na sliki 3 so prikazane osnovne dimenzije dvovrnega grabilca, ki so bile uporabljene pri izdelavi numeričnega modela.



Slika 2: a) Poenostavljen model dvovrnega grabilca; **b)** Model z izboljšano geometrijo



Slika 3: Osnovne dimenzije dvovrnega grabilca

3 Numerična simulacija dvovrnega grabilca

3.1 Metodologija

Modeliranje interakcije med sipko snovjo in grabilcem temelji na sklopljenem numeričnem pristopu, ki združuje metodo diskretnih elementov (DEM) in metodo končnih elementov (FEM). V ta namen sta bila uporabljena komercialni programski paket Ansys Rocky (2024 R2) [2] za simulacijo sipke faze ter odprtokodni paket PrePoMax (v2.3.5 dev) [3] za analizo napetostnega odziva grabilca. Povezava med modeloma je bila vzpostavljena v obliki enosmernega prenosa podatkov (One-way coupling), pri čemer so bile izračunane kontaktne

sile po metodi DEM pretvorjene v površinske obremenitve končnih elementov. Povezovalni vmesnik za potrebe te študije je bil razvit namensko.

Metoda diskretnih elementov DEM temelji na Lagrangeevem pristopu, kjer se vsak delec obravnava kot ločena entiteta z lastnimi fizikalnimi lastnostmi, kot so masa m_i , vztrajnostni moment I_i (za ne sferične delce tenzorska količina), modul elastičnosti E_i , polmer R_i , ter Poissonovo razmerje ν_i . Med posameznimi »togimi« delci je dovoljena določena stopnja prekrivanja, kjer se deformacija med parom delcev poenostavi skozi njuno superpozicijo. Vsak delec je prav tako opremljen s podatki o svoji legi $\mathbf{x}_i$, hitrostjo $\mathbf{v}_i$ ter kotno hitrostjo $\boldsymbol{\omega}_i$. Časovni razvoj stanja delcev temelji na numerični časovni integraciji (1), ki v praksi najpogosteje poteka po Verletovi ali Eulerjevi eksplicitni shemi [4]. Pri tem je dolžina časovnega koraka Δt običajno določena z uporabo Rayleighovega časovnega kriterija [5].

$$\mathbf{v}_{i,t+\Delta t} = \mathbf{v}_{i,t} + \int_t^{t+\Delta t} \frac{\mathbf{F}_{i,cel}}{m_i} \cdot dt \quad (1)$$

Za izvedbo časovne integracije sta izračunani celotna sila $\mathbf{F}_{i,cel}$ in navor $\mathbf{T}_{i,cel}$, ki delujeta na posamezni delec. Sila in navor vključujeta prispevke iz kontaktov delec-delec ij , prispevke iz kontaktov delec-stena ik , gravitacije $\mathbf{F}_i^g$ ter drugih zunanjih sil $\mathbf{F}_i^{zun}$ [6]. Postopek vključuje iskanje sosednjih delcev in detekcijo kontaktov, na podlagi katerih določimo kontaktne sile in s tem enačbe gibanja. Newtonove enačbe za translacijo (2) in analogno poenostavljene Eulerjeve enačbe za rotacijo (3). V treh dimenzijah tako rešujemo sistem treh vektorskih oziroma devetih skalarnih enačb.

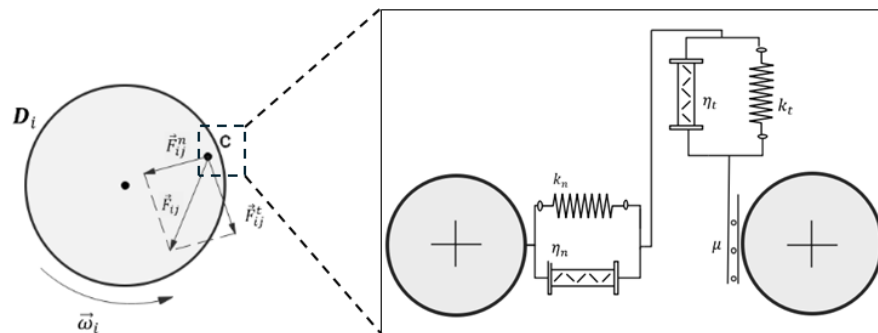
$$\mathbf{F}_{i,cel} = m_i \frac{d}{dt} \mathbf{v}_i = \sum_{j=1}^{nd} \mathbf{F}_{ij}^d + \sum_{k=1}^{ns} \mathbf{F}_{ik}^s + \mathbf{F}_i^g + \mathbf{F}_i^{zun} \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_{i,cel} = I_i \frac{d}{dt} \boldsymbol{\omega}_i = \sum_{j=1}^{nd} \mathbf{T}_{ij}^d + \mathbf{T}_{ij}^{kot} + \sum_{k=1}^{ns} \mathbf{T}_{ik}^s + \mathbf{T}_{ik}^{kot} \quad (3)$$

Za opis kontaktne interakcije med delci in geometrijo se pogosto uporabljajo mehanski modeli, ki upoštevajo elastične (vzmet) in disipativne (dušilka) prispevke v normalni $\mathbf{F}_{ij}^n$ in tangencialni smeri $\mathbf{F}_{ij}^t$ [7]. Generični zapis kontaktne sile med dvema delcema je podan v enačbi 4.

$$\mathbf{F}_{ij}^d = \mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t = \left(-(k_n \delta^n) \mathbf{n}_{ij} - (\eta^n \mathbf{v}_{rel}^n) \right) + \left(-(k_t \delta^t) - (\eta^t \mathbf{v}_{rel}^t) \right) \quad (4)$$

Za namen simulacije grabilca je bil uporabljen nelinearni Hertz–Mindlinov kontaktni model (slika 4), primeren za simulacijo suhih, nekohezivnih, lahko tekočih sipkih snovi. Normalna kontaktna sila temelji na klasični Hertzovi kontaktni teoriji [7] in deluje v smeri normale kontakta $\mathbf{n}_{ij}$, pri čemer je elastični odziv nelinearna funkcija prekrivanja δ^n z eksponentom $n = 3/2$ in togostjo k_n . Dušilni prispevek je odvisen od relativne hitrosti $\mathbf{v}_{rel}^n$ in koeficienta dušenja η^n . Analogno je tangencialna komponenta definirana po modelu Mindlina in Deresiewiczza [8]. Model upošteva zgodovino tangencialnega prekrivanja in obravnava trenje v skladu s Coulombovim zakonom.



Slika 4: Razčlenitev kontaktnih sil in Hertz – Mindlinov kontaktni model

Za namen simulacije delovanja grabilca je bil kot material izbran premog, ki zaradi svoje nehomogene strukture in abrazivnih lastnosti predstavlja realističen in industrijsko relevanten material. Materialni model premoga temelji na validiranih parametrih iz članka [30], kjer so bile eksperimentalno in numerično kalibrirani kontaktni parametri med premogom in jeklom. Za preverjanje ustreznosti prenesenih parametrov je bila izvedena neodvisna validacija s simulacijo nasipnega kota. Rezultati so pokazali dobro ujemanje tako statičnega kot dinamičnega nasipnega kota z referenčnimi vrednostmi, kar potrjuje primernost uporabljenega materialnega modela za analizirani sistem. Podatki so zbrani v Tabeli 1.

V simulacijo je bil dodatno vključen Archardov obrabni model [9]. Model predpostavlja, da je obrabljeni volumen dV soracionalen produktu normalne obremenitve F^n in drsne razdalje ds . Uporabljeni model je namenjen opisovanju abrazivne obrabe, ki v analiziranem primeru dominira v tokovnem režimu delovanja grabilca.

$$dV = \frac{K_a}{H} \cdot F^n \cdot ds \quad (5)$$

Ob tem velja poudariti, da Archardova enačba vsebuje empirični koeficient $\frac{K_a}{H}$ v katerem je pogosto že zajeta trdota materiala H . Obrabni koeficient v tej študiji ni bil posebej kalibriran, temveč služi kot kvalitativni parameter, ki omogoča relativno primerjavo obrabe med različnimi analiziranimi geometrijami.

Tabela 1: Osnovne materialne lastnosti in kontaktni parametri

Lastnost	Enota	Vrednost	Opomba/Referenca
Geometrija:			
Gostota geometrije ρ_g	[kg/m ³]	7850	S355
Youngov modul E_g	[Pa]	$1 \cdot 10^8$	Reducirani modul [10]
Poissonovo razmerje ν_g	[-]	0.3	[30]
Delec:			
Youngov modul E_p	[Pa]	$1 \cdot 10^8$	Reducirani modul [10]
Poissonovo razmerje ν_p	[-]	0.3	[30]
Premjer sfere d_p	[mm]	30	Enakomerna velikost
Nasipna gostota ρ_{bulk}	[kg/m ³]	1000	Premog

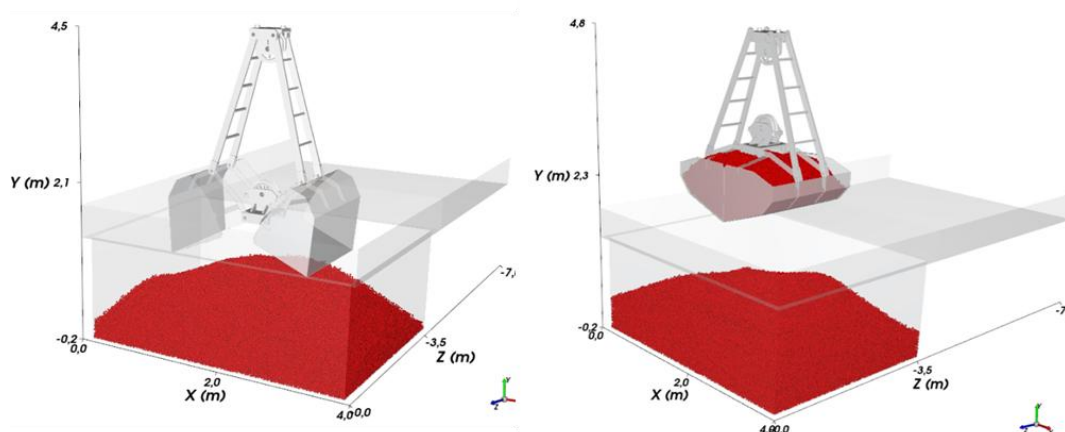
Kontakt:			
Hertz Mindlin			No Slip
Drsno trenje p-p μ_p	[-]	0.4	Kalibrirano, [30]
Drsno trenje p-g μ_g	[-]	0.4	Kalibrirano, [30]
Kotalno trenje p-p μ_p^r	[-]	0.7	[30]
Kotalno trenje p-g μ_g^r	[-]	0.7	[30]
Koeficient restitucije p-p c_{rp}	[-]	0.3	[30]
Koeficient restitucije p-g c_{rg}	[-]	0.3	[30]
Simulacija:			
Število delcev – DEM	[-]	400 000	-
Število KE - FEM	[-]	$1 \cdot 10^6$	-
Obrabni koeficient (Archard)	[-]	$1 \cdot 10^{-9}$	Kvalitativna analiza

V okviru simulacije po metodi DEM se med simulacijo izračunavajo impulzi sile, ki jih delci generirajo pri trkih z mejno geometrijo [2]. S pomočjo numerične integracije lahko torej določimo skupno silo, ki jo delci v časovnem intervalu dt prenesejo na posamezni površinski element STL mreže, ki v metodi DEM predstavlja robno geometrijo posameznega konstrukcijskega elementa. Za nadaljnjo uporabo podatkov v numeričnem modelu (FEM) so bile te sile prenesene v vozlišča STL mreže. Zaradi velikosti mreže lahko predpostavimo, da so trki statistično enakomerno porazdeljeni po površini trikotnika, zaradi česar se celotna kontaktna sila, ki deluje na trikotni element, enakomerno porazdeli med njegova tri oglišča. Z enačbo (5) je opisan izračun povprečne geometrijske sile $\mathbf{F}_{g,v}$, ki deluje na vozlišče v . Ob predpostavki enakomerne porazdelitve kontaktnih sil vsak površinski element T iz množice sosednjih površinskih elementov N_T prispeva tretjino svoje skupne sile $\mathbf{F}_{g,T}$.

$$\mathbf{F}_{g,v} = \frac{1}{3} \sum_{T=1}^{N_T} \mathbf{F}_{g,T} \quad (5)$$

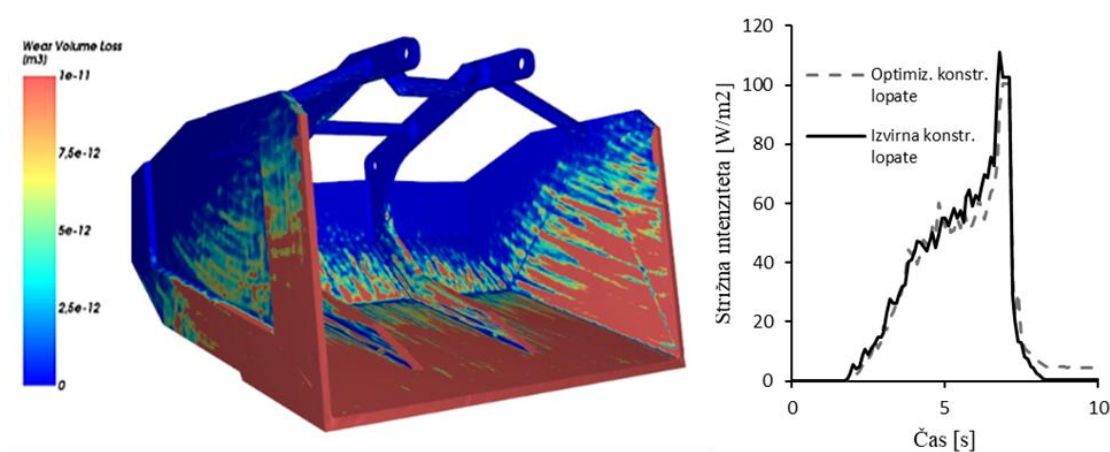
4 Rezultati

Numerična simulacija je potekala v skupnem trajanju 20 sekund in je bila časovno diskretizirana na 200 inkrementov, pri čemer je vsak inkrement shranjevanja rezultatov predstavljal časovni korak 0,1 sekunde. Omenjena resolucija je omogočila dovolj natančen zajem dinamike sistema v vseh fazah delovanja grabilca. Simulirani cikel (slika 5) zajema zaporedno gibanje grabilca, vključno s spustom proti materialu, zajemanjem delcev ob zapiranju lopat, dvigom materiala ter končnim odlaganjem z odpiranjem. Na ta način je možno realistično spremljati interakcije med delci in konstrukcijo grabilca ter pridobiti natančne podatke o kontaktnih obremenitvah ter obrabi v različnih fazah delovnega cikla.



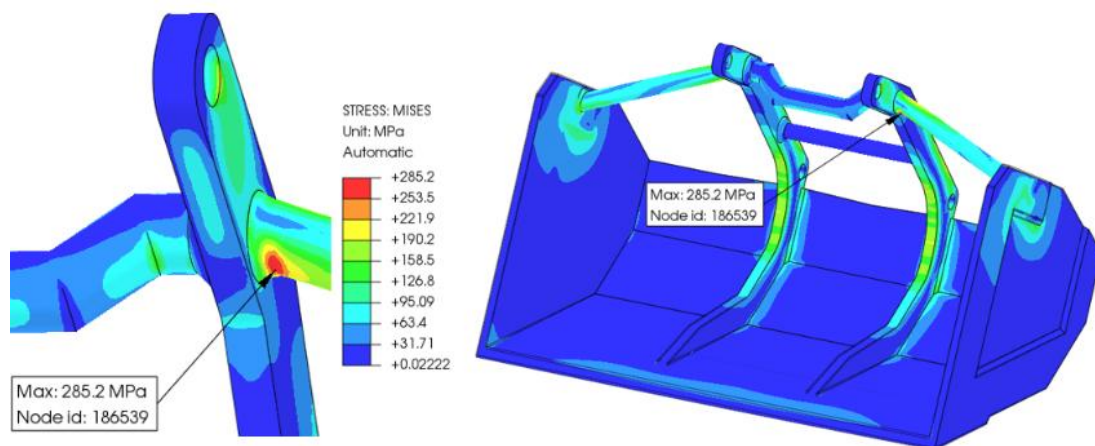
Slika 5: Prikaz simuliranega delovnega cikla grabilca

Bistvo uporabe sklopljenega numeričnega modela je izboljšati strukturno ustreznost grabilca glede na dejanske obremenitve, ki izvirajo iz delovanja sipke snovi. Zaradi kompleksne narave interakcij med delci in konstrukcijo je ključno upoštevati mehanske vplive delcev na posamezne elemente grabilca. Ob tem je zaradi narave delovanja grabilca bistveno ohraniti enakomerno stopnjo obrabe lopat. Slika 6 prikazuje kvalitativno porazdelitev obrabe izboljšane geometrije grabilca v 80. inkrementu simulacije, ko je grabilec v zaprti legi in je material zajet. Na sliki 6 so jasno vidna območja največje akumulirane obrabe, kar omogoča natančno identifikacijo kritičnih mest. Kvalitativni prikaz služi kot osnova za usmerjene konstrukcijske izboljšave, kot so ojačitve, ali uporaba odpornejših materialov na najbolj izpostavljenih območjih. Iz grafa na sliki 6, ki prikazuje strižno intenziteto v odvisnosti od časa je razvidno, da do največjega porasta obrabe pride tik pred popolnim zaprtjem grabilca. V tej fazi delci intenzivno drsijo po površinah lopate, kar vodi do izrazite abrazivne obrabe.



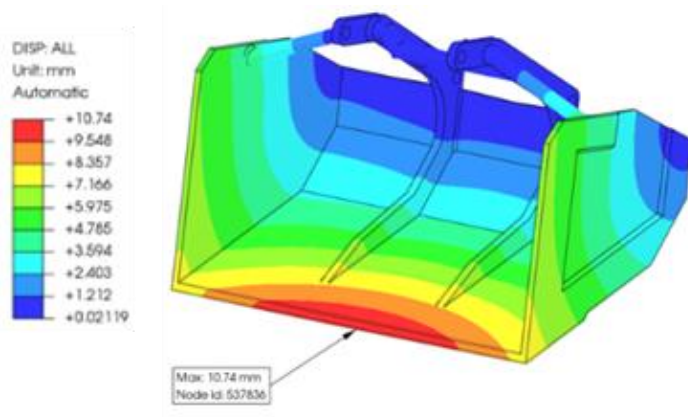
Slika 6: Volumska obraba materiala pri 80. inkrementu – 2. DEM

S ciljem strukturne ustreznosti grabilca smo za vhodne obremenitve uporabili rezultate DEM simulacije v različnih časovnih inkrementih. Slika 7 prikazuje porazdelitev primerjalnih napetosti (po von Misesu) v 80. inkrementu, ko je grabilec v zaprtem položaju. V tej fazi nastopijo zaradi stisnjene sipke snovi med lopaticami in konstrukcijo največje kontaktne sile, kar povzroči porast napetosti v konstrukciji. Najvišje napetosti so bile zaznane na zadnjem delu nosilnih reber, zato je bila optimizacija geometrije izvedena predvsem v tem območju grabilca. Analiza je pokazala, da napetosti ne presegajo meje tečenja izbranega konstrukcijske pločevine S355.



Slika 7: Von Missesove napetosti na lopatah grabilca v 80. inkrementu

Za namene optimizacije geometrije grabilca so bili analizirani skupni pomiki konstrukcijskih elementov v različnih fazah delovnega cikla. Analiza pomikov je potekala glede na spodnjo pločevino lopate grabilca, kjer so pomiki najizrazitejši zaradi stisnjene sipke snovi. Največji pomiki so se pri obeh geometrijah pojavili v osrednjem delu spodnje pločevine lopate grabilca (slika 8).



Slika 8: Pomiki na lopati grabilca v 80. inkrementu

5 Zaključek

V članku je predstavljen celovit pristop k numeričnemu modeliranju dvovravnega grabilca mostnega žerjava. Grabilci za transport razsutega tovora so med bolj obremenjenimi komponentami z vidika obrabe, saj so njihove notranje površine izpostavljene abrazivnemu delovanju delcev. Pri konstruiranju grabilca smo uporabili metodi diskretnih (DEM) in končnih elementov (FEM). Ta pristop omogoča dinamično spremljanje velikosti kontaktnih obremenitev ter prepoznavanje kritičnih faz delovnega cikla grabilca. Upoštevanje realnih, časovno odvisnih obremenitev omogoča ciljno optimizacijo konstrukcije, pri kateri se poleg zmanjšanja koncentracij napetosti upošteva tudi razporeditev obrabe, kar je ključno za zagotavljanje dolge življenjske dobe grabilca. Iz rezultatov numeričnih analiz grabilca je bilo ugotovljeno, da nastopijo največje kontaktne sile v fazi zapiranja čeljusti grabilca, ko je sipka snov zajeta in zaradi nadaljnje kompakcije obremenjuje notranje površine lopate grabilca. Največja intenzivnost obrabe se pojavi v fazi pred popolnim zaprtjem lopat grabilca, ko delci intenzivno drsijo po notranjih površinah grabilca. Uporabljeni pristop v članku prikazuje, da lahko uporaba naprednih simulacijskih metod prispeva k izboljšanju konstrukcijske zasnove transportnih naprav ter zmanjša zahtevo po izdelavi fizičnih prototipov v začetnih fazah razvojnega procesa.

Literatura

- [1] I. Potrč, „Dvigalne naprave – neobjavljeno zbrano gradivo“, Fakulteta za strojništvo, Univerza v Mariboru, Maribor, 1995. [Neobjavljeno interno gradivo].
- [2] „Rocky DEM - The Most Powerful Particle Simulation Software“, ESSS. Pridobljeno: 22. marec 2023. [Na spletu]. Dostopno na: <https://rocky.esss.co/>
- [3] „PrePoMax“. Pridobljeno: 4. julij 2025. [Na spletu]. Dostopno na: <https://prepomax.fs.um.si/>
- [4] H. Kruggel-Emden, M. Sturm, S. Wirtz, in V. Scherer, „Selection of an appropriate time integration scheme for the discrete element method (DEM)“, *Comput. Chem. Eng.*, let. 32, št. 10, str. 2263–2279, okt. 2008, doi: 10.1016/j.compchemeng.2007.11.002.
- [5] S. J. Burns, P. T. Piiroinen, in K. J. Hanley, „Critical time step for DEM simulations of dynamic systems using a Hertzian contact model“, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, let. 119, št. 5, str. 432–451, avg. 2019, doi: 10.1002/nme.6056.
- [6] B. Blais, D. Vidal, F. Bertrand, G. S. Patience, in J. Chaouki, „Experimental Methods in Chemical Engineering: Discrete Element Method—DEM“, *Can. J. Chem. Eng.*, let. 97, št. 7, str. 1964–1973, jul. 2019, doi: 10.1002/cjce.23501.
- [7] S. Golshan, P. Munch, R. Gassmöller, M. Kronbichler, in B. Blais, „Lethe-DEM: an open-source parallel discrete element solver with load balancing“, *Comput. Part. Mech.*, maj 2022, doi: 10.1007/s40571-022-00478-6.
- [8] R. D. Mindlin in H. Deresiewicz, „Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces“, *J. Appl. Mech.*, let. 20, št. 3, str. 327–344, jun. 2021, doi: 10.1115/1.4010702.
- [9] J. F. Archard, „A crossed-cylinders friction machine“, *Wear*, let. 2, št. 1, str. 21–27, avg. 1958, doi: 10.1016/0043-1648(58)90337-5.
- [10] L. Chen, Z. Sun, P. Li, H. Ma, in G. Pan, „DEM simulation of the transport of mine concrete by a screw feeder“, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, let. 44, št. 7, str. 280, jul. 2022, doi: 10.1007/s40430-022-03595-8.



Popravljanje mreže končnih elementov med optimizacijo topologije in oblike

M. Kegl¹, B. Harl¹, N. Gubeljak¹ in J. Predan¹

Repairing the finite element mesh during topology and shape optimization

Povzetek. V prispevku je predstavljen postopek za popravljanje geometrije degradiranih in zmerno degeneriranih končnih elementov. Obravnavana je specifična situacija sprotnega popravljanja štiristraničnih elementov med integriranim procesom optimizacije topologije in oblike mehanskih delov. V tem kontekstu je v prispevku predlagan izbor ustrezne mere za kvaliteto elementa in namenske funkcije za postopek popravljanja kvalitete. Podrobno je opisana tudi numerična implementacija postopka.

Abstract. This paper discusses a procedure for repairing the geometry of degraded and moderately degenerated finite elements. A specific situation is addressed of on-the-fly repairing of tetrahedral elements during an integrated process of topology and shape optimization of mechanical parts. In this context, the paper proposes adequate choices of the element quality measure and the objective function to be engaged in element repairing. Numerical implementation of the procedure is also described in detail.

1 Uvod

Diskretizacijske metode, kot je na primer metoda končnih elementov (MKE), temeljijo med drugim na uporabi takšnih ali drugačnih mrež, ki omogočajo diskretizacijo različnih funkcij na obravnavani domeni $\Omega \subset R^3$. V primeru MKE je mreža sestavljena iz posameznih končnih elementov (KE), ki v geometrijskem smislu predstavljajo posamezne dele $\Omega_e \subset \Omega$ celotne obravnavane domene Ω ; pri tem velja relacija $\Omega = \bigcup_e \Omega_e$.

Običajni KE imajo relativno enostavne geometrijske oblike, kot sta na primer tetraeder ali heksaeder. Če se iz povsem praktičnih razlogov omejimo le na tetraedre, lahko hitro ugotovimo, da se v numeričnem smislu tetraeder z eno relativno zelo kratko stranico v splošnem obnaša precej slabše kot enakostranični tetraeder. Dejanska geometrijska oblika določenega elementa namreč predstavlja pomemben faktor, ki vpliva na numerično uporabnost in učinkovitost elementa.

¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo

Dejanske mreže KE lahko iz takšnih ali drugačnih razlogov vsebujejo geometrijsko slabe elemente, ki jih je treba včasih popraviti oziroma izboljšati. Načelno imamo za to na voljo naslednje tri možnosti [3]:

- dodajanje ali odstranjevanje vozlišč in elementov,
- lokalne permutacije topologije mreže, in
- premikanje vozlišč.

Ta orodja lahko uporabimo na osnovi kriterijev, ki jih lahko v glavnem klasificiramo v dve skupini:

- *Geometrijski kriteriji*, ki temeljijo izključno na geometrijskih lastnostih elementov; ti kriteriji so daleč najbolj priljubljeni in raziskani; glej na primer [1-6, 8].
- *Mehanski kriteriji*, ki temeljijo na dejanskem mehanskem odzivu obravnavanega sistema; ti kriteriji so videti relativno zanemarjeni in slabo raziskani; glej na primer [7], kjer je na kratko ilustrirano izboljševanje mreže na osnovi konfiguracijskih sil.

Za izboljševanje mreže imamo torej na voljo kar precej možnosti, zato je izbira optimalnega postopka zagotovo zelo odvisna od specifičnih okoliščin. Ta prispevek je osredotočen na specifično situacijo izboljševanja mreže KE med numeričnim procesom optimizacije mehansko obremenjenega sistema. Natančneje lahko te okoliščine opišemo kot:

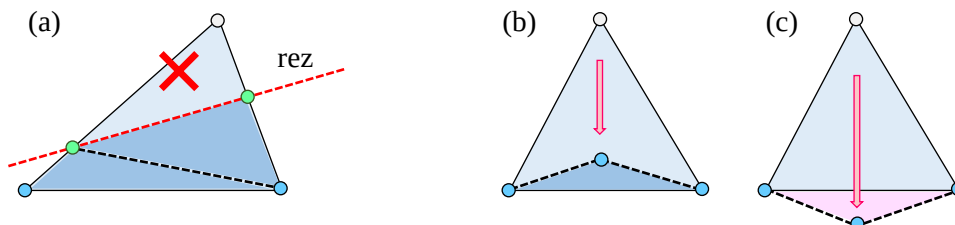
- MKE model mehanskega sistema se uporablja pri optimizaciji topologije in oblike; ta proces vključuje postopke kot so rezanje elementov ter premikanje vozlišč pri glajenju površja in optimizaciji oblike.
- Geometrijske lastnosti CAD modela, ki je bil osnova za generiranje začetne MKE mreže se med procesom optimizacije izgubijo in niso več na voljo.
- Obravnavana optimizacija je iterativni proces, ki praviloma zahteva veliko ciklov; posledično je treba postopek izboljševanja elementov mnogokrat ponoviti.
- MKE mreža vsebuje tetraedre in je praviloma zelo velika; red velikosti je pogosto nekaj deset milijonov KE.

V tem prispevku bo na kratko predstavljen relativno učinkovit postopek popravljanja oziroma izboljševanja mreže v danih okoliščinah, s poudarkom na učinkoviti numerični implementaciji. Poudarimo, da v obravnavanem kontekstu dodajanje/odstranjevanje elementov ter lokalna permutacija topologije mreže nista obravnavana, ker se ti dve operaciji vršita v okviru drugih specializiranih numeričnih orodij.

2 Izvori degradacije mreže in aktivna množica

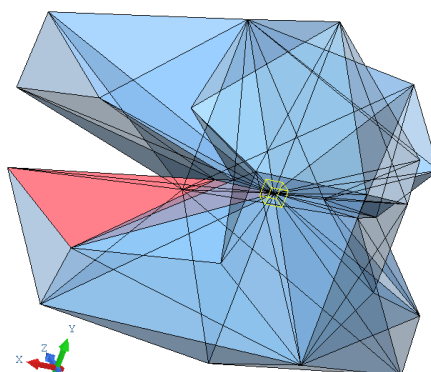
V obravnavanem kontekstu optimizacije je postopno slabšanje oziroma degradacija mreže KE dejstvo, ki se mu ne moremo izogniti niti v primeru zelo kvalitetne začetne mreže. Prvi razlog je *rezanje elementov*, ki ga običajno opravljamo vsaj enkrat, in sicer pri prehodu iz optimizacije topologije na končno optimizacijo oblike; rezanje elementov lahko generira zelo majhne ali pa zelo degradirane elemente, slika 1a. Drug razlog pa je *premikanje vozlišč* mreže z namenom glajenja površja ali optimizacije oblike; oba postopka premikata vozlišča na površju mreže,

kar lahko generira zelo degradirane (slika 1b) ali pa celo degenerirane (slika 1c) elemente (Jacobian elementa je negativen).



Slika 1: Izvori degradacije: rezanje elementov (a) in premikanje vozlišč (b, c)

Na sliki 1 so zaradi lažje predstave prikazani trikotni ravninski elementi, na katerih lahko hitro dobimo vtis, da reševanje geometrijskih težav ne bo posebej problematično. Vendar ne smemo pozabiti, da imamo v realnosti opravka s prostorskimi mrežami tetraedrov, kjer je situacija mnogo bolj kompleksna. Za ilustracijo slika 2 prikazuje problematičen element (rdeča barva) s pripadajočo gručo sosednjih elementov (modra barva); problematični tetraeder je tako degradiran, da je na pogled skoraj enak trikotniku.



Slika 2: Aktivna množica: degradiran element s pripadajočimi sosednjimi elementi

Vsi elementi prikazani na sliki 2 se stikajo v enem izmed vozlišč izbranega degradiranega elementa. Na takšni skupini elementov, ki jo imenujemo množica *aktivnih elementov*, izvajamo osnovne operacije popravkov mreže. Na tem mestu opozorimo, da ima vsako vozlišče mreže KE svojo pripadajočo aktivno množico elementov.

3 Izbor kriterija kvalitete elementa in namenske funkcije

Izbor kriterija za merjenje kvalitete KE ter formulacija namenske funkcije sta vedno odvisna od danih okoliščin in postavljenih zahtev. V našem primeru bistvene zahteve razvrstimo v dve skupini, in sicer:

- Mera za kvaliteto KE naj bo hitro izračunljiva, neodvisna od velikosti elementa ter uporabna tako za degradirane kot tudi degenerirane (singularne) KE.
- Namenska funkcija mora primarno zagotavljati uspešno razpletanje degeneriranih (singularnih) elementov ter dodatno k temu zniževati degradacijo predvsem najslabših elementov.

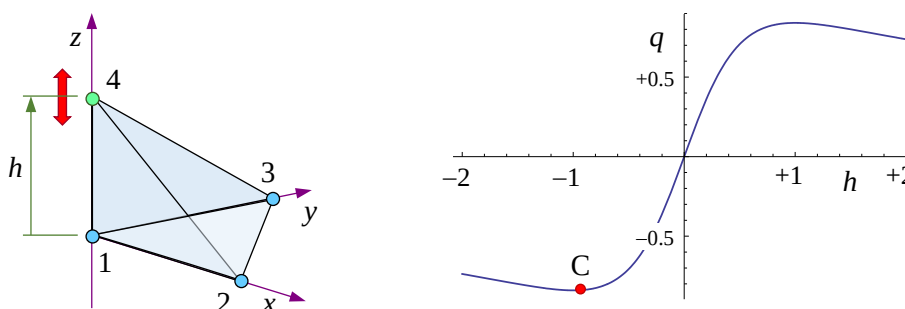
Te zahteve lahko solidno izpolnimo, če za merjenje kvalitete KE izberemo tako imenovano SI metriko [5], ki spada med geometrijske mere. Definirana je kot obratna vrednost zgornje meje kondicijskega števila togostne matrike KE in se lahko v primeru tetraedra zapiše kot

$$q = c \frac{V}{A_{rms}^{3/2}} \quad (1)$$

kjer normalizacijska konstanta $c = 2.41778$ zagotavlja da imamo $q \in [-1, +1]$, V pa je predznačen volumen tetraedra (pozitiven za pravilno orientiran tetraeder); nadalje imamo

$$A_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 A_i^2} \quad (2)$$

kjer je A_i površina i -te stranice tetraedra. Iz te definicije izhaja, da ima idealen (enakostranični in pravilno orientiran) tetraeder kvaliteto $q = 1$, degradirani tetraedri imajo $0 < q < 1$, degenerirani tetraedri pa imajo $q \leq 0$.



Slika 3: Odvisnost kvalitete q tetraedra (1,2,3,4) od vertikalne lege vozlišča 4

Za ilustracijo si oglejmo primer tetraedra prikazanega na sliki 3. Stranici (1,2) in (1,3) sta med seboj pravokotni in fiksni, medtem ko dolžino stranice (1,4) in orientacijo tetraedra določa koordinata h vozlišča 4. Iz grafa odvisnosti kvalitete $q = q(h)$ je očitno, da q doseže največjo vrednost pri $h \approx +1$, najnižjo vrednost pa pri $h \approx -1$.

Graf na sliki 3 ilustrira specifični primer, vendar pa je očitno, da bo uporaba gradienta q pri iskanju maksimuma kvalitete problematična v primeru $q \ll 0$. Natančneje, gradient q bo v našem primeru kazal pravilno smer popravka v primeru, ko je $h > -1$. V splošnem bodo torej vedno problematične vse situacije 'levo od točke C', slika 3. Metoda, ki pri popravljanju elementov koristi gradient q , bo torej uporabna za vse degradirane elemente ter za zmerno

degenerirane elemente; v primeru izrazito degeneriranega elementa ('levo od točke C') bo metoda odpovedala.

Ko je mera za kvaliteto elementa izbrana, se lahko lotimo formulacije namenske funkcije f , ki bo omogočila popravljanje elementov preko postopka optimizacije, oziroma natančneje, maksimizacije f . Izbor in formulacija f sta seveda spet odvisna od konteksta oziroma ciljev, ki jih želimo doseči. V našem primeru zasledujemo predvsem naslednji cilj: v vsakem trenutku optimizacije je *nujno preprečiti zaustavitev* celotnega procesa zaradi morebitnih numeričnih težav. Slednje pomeni, da moramo spremljati degradacijo najslabših elementov in v primeru kritične situacije posredovati vsaj z najnujnejšim popraviljem mreže. V tem kontekstu smo postopek popravljanja mreže zgradili na naslednjih temeljih:

- Popravljanja se lotimo le za najslabše KE; vrstni red popravljanja elementov je odvisen od kvalitete – slabši elementi pridejo na vrsto prej.
- Vsak problematičen KE popravljamo z zaporednimi operacijami na 4 aktivnih množicah elementov, ki pripadajo 4 vozliščem izbranega kritičnega KE.
- Namenska funkcija meri kvaliteto najslabšega KE znotraj aktivne množice.

Naj $\mathbf{r}$ označuje krajevni vektor enega izmed vozlišč kritičnega KE. Temu vozlišču pripada aktivna množica N elementov indeksiranih z $k = 1, \dots, N$. Lego tega vozlišča, oziroma vektor $\mathbf{r}$, bomo popravljali s pomočjo maksimizacije namenske funkcije

$$f = \min_k q_k \quad (3)$$

kjer je q_k kvaliteta elementa k iz aktivne množice.

Popravljanje enega elementa bo torej zahtevalo 4 maksimizacije pripadajočih funkcij f . Formulacija f pri tem zagotavlja, da bo vsaka maksimizacija kolikor je le možno dvignila kvaliteto najslabšega elementa v aktivni množici. Postopek bo deloval tudi za degenerirane elemente, če le stopnja degeneracije ne bo previsoka.

4 Postopek in numerična implementacija

Ker je v okviru tega dela hitrost in robustnost celotnega procesa optimizacije absolutna prioriteta, lahko dokaj solidno izvedbo postopka popravljanja mreže formuliramo kot:

- Izračunamo kvalitete vseh KE.
- Elemente sortiramo po naraščajoči kvaliteti (prvi element v seznamu ima najnižjo kvaliteto).
- Po vrsti se lotimo popravljati kvalitete le najslabših M elementov $e = 1, \dots, M$, kjer je M praviloma mnogo manjši kot skupno število vseh KE v mreži.
- Vsak element e popravimo z zaporedno maksimizacijo namenskih funkcij f_v , $v = 1, 2, 3, 4$, ki pripadajo štirim vozliščem elementa e .

Kar se tiče izvedbe maksimizacije f se običajno naslonimo na njen gradient ∇f . Slednji zaradi operatorja $\min$ v definiciji f sicer ni zvezna funkcija lege vozlišča $\mathbf{r}$, vendar pa vseeno nudi koristno informacijo o smeri najhitrejšega naraščanja f . V našem primeru bomo za izračun smeri popravljanja lege vozlišča $\mathbf{r}$ izbrali gradient kvalitete q_e elementa e , ker želimo primarno

reševati najslabše elemente. V teh okoliščinah lahko soliden postopek maksimizacije f za izbrano vozlišče $\mathbf{r}$ izbranega elementa e formuliramo kot:

1. Izračunamo začetno vrednost f , ki ustreza začetni vrednosti $\mathbf{r}$; izberemo začetno vrednost dolžine koraka $\varepsilon \ll 1$.
2. Izračunamo smer popravka $\mathbf{s} = \Psi(\nabla f)$.
3. Izračunamo začasno novo lego vozlišča $\mathbf{r}^* = \mathbf{r} + \varepsilon h \mathbf{s}$, kjer je h karakteristična dimenzija (velikost) elementa e .
4. Izračunamo začasno kvaliteto f^* , ki ustreza legi vozlišča $\mathbf{r}^*$.
5. V primeru da je $f^* \leq f$ postopek zaključimo; v nasprotnem primeru popravimo vrednosti $f := f^*$, $\mathbf{r} := \mathbf{r}^*$ in $\varepsilon := 2\varepsilon$ ter se vrnemo na korak 3.

Funkcija Ψ za izračun smeri popravka $\mathbf{s}$ je odvisna od tipa vozlišča, čigar lego popravljamo. V tem kontekstu ločimo naslednje tipe vozlišč:

- *Notranje vozlišče*, ki ne leži na površju mreže KE; tega lahko premikamo v poljubni smeri; $\mathbf{s}$ je torej lahko enak normiranemu gradientu $\mathbf{g} = \nabla q_e / \|\nabla q_e\|$ kvalitete q_e .
- *Vozlišče na ravnini površja*; tega lahko premikamo v ravnini površja; $\mathbf{s}$ izračunamo kot projekcijo $\mathbf{g}$ na ravnino površja.
- *Vozlišče na presečišču dveh ravnin površja*; tega lahko premikamo v smeri premice presečišča ravnin; $\mathbf{s}$ izračunamo kot projekcijo $\mathbf{g}$ na premico presečišča.
- *Vozlišče na neravnem rezanem površju*; tega lahko premikamo v smeri sosednjih površinskih vozlišč; $\mathbf{s}$ izračunamo kot projekcijo $\mathbf{g}$ na najbolj ugodno smer do enega izmed sosednjih površinskih vozlišč.
- *Vozlišče na neravnem nerezanem površju*; tega vozlišča ne moremo premikati; njegova lega je fiksirana.

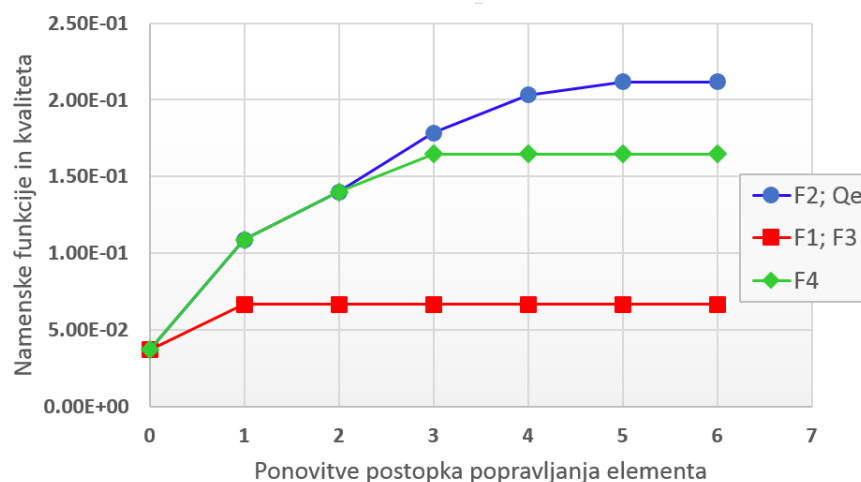
Tukaj je vredno izpostaviti dva pomembna vidika. Prvi se nanaša na klasifikacijo tipov vozlišč, ki se med procesom optimizacije spreminja zaradi odstranjevanja ali rezanja KE. Posledično je torej izračun klasifikacije treba opraviti na začetku vsakega zagona postopka popravljanja mreže KE. Drugi pomemben vidik pa se nanaša na učinkovitost. Vemo namreč, da opisan postopek v tem kontekstu zagotovo ni najhitrejša varianta maksimizacije f , vendar pa v danih okoliščinah brezpogojno zagotavlja monotono naraščanje f ter robustno konvergenco.

Kar se tiče računske izvedbe celotnega postopka povejmo, da je trenutno procesiranje vseh $e = 1, \dots, M$ elementov izvedeno zaporedno (začnemo z $e = 1$). Tukaj bi bila paralelizacija procesiranja elementov zagotovo dobrodošla, vendar pa tako na hitro ni videti možnosti, kako to izvesti na računsko dovolj učinkovit način. Največji problem pri tem bi bila interakcija procesov, ki delajo na različnih elementih in pri tem neizbežno posegajo v podatke drug drugega. Vsaj zaenkrat je videti, da bi bila potrebna sinhronizacija med procesi računsko predraga, da bi bila predelava na paralelno procesiranje upravičena.

5 Računski primer in diskusija

Za prikaz delovanja postopka smo izbrali najslabši element e , ki je nastal na neki stopnji procesa optimizacije mehansko obremenjenega nosilnega dela. Množica aktivnih elementov, ki pripada prvemu vozlišču elementa e je prikazana na sliki 2.

Samo na ciljnem elementu e smo nekajkrat pognali celoten postopek popravljanja, pri čemer en postopek zajema štiri maksimizacije namenskih funkcij f_1 do f_4 , ki pripadajo štirim vozliščem elementa. Zgodovino funkcij f_1 do f_4 in kvalitete q_e elementa prikazuje slika 4.



Slika 4: Zgodovina namenskih funkcij f_1 do f_4 in kvalitete q_e elementa e po večkratnem zagonu postopka njegovega popravljanja

Kvaliteta elementa q_e , ki je na začetku znašala 0.037, se je po 5 postopkih popravljanja dvignila na vrednost 0.212, kar je enako namenski funkciji f_2 vozlišča 2. Pri tem so namenske funkcije vozlišč 1, 3 in 4 dosegle nižje vrednosti; pripadajoče aktivne množice očitno vsebujejo elemente, čigar kvaliteto ni bilo možno dvigniti nad vrednosti 0.066 in 0.165 v izbranih smereh popravljanja lege vozlišč 1, 3 in 4. To je pričakovana situacija v danih okoliščinah, kjer smo večkrat pognali postopek popravljanja na samo enem ciljnem elementu. V realnosti enkrat popravimo vse problematične elemente ter nato po potrebi celoten postopek ponovimo.

Na osnovi grafa prikazanega na sliki 4 lahko vsaj za ta primer vsekakor naredimo dva pomembna zaključka:

- Kvaliteta ciljnega elementa monotonno narašča kolikor je pač možno; enako velja za namenske funkcije vseh njegovih vozlišč.
- Postopek je videti izjemno stabilen brez najmanjših indikatorjev kakršnihkoli nestabilnosti.

V tem poglavju je ilustrirano delovanje in obnašanje postopka pri popravljanju enega specifičnega ciljnega elementa. Kljub temu lahko glede na formulacijo postopka pričakujemo, da bi podobno sliko videli tudi v primeru, ko bi tekel pravi postopek popravljanja vseh slabih elementov. Ker imamo razen tega tudi precejšnje numerične izkušnje na raznoraznih drugih primerih, lahko torej upravičeno domnevamo, da gre za dokaj soliden postopek.

Neglede na stopnjo uspešnosti predstavljenega postopka, pa ostaja dejstvo, da bi lahko bilo veliko detajlov narejenih drugače in bi morda lahko bil končni rezultat boljši. Teme, ki so vsekakor zanimive bi lahko na kratko povzeli v naslednjih točkah:

- Vodenje postopka z orientacijo na vozlišča namesto na elemente.
- Izbira mere za kvaliteto elementa ter formulacija namenske funkcije, predvsem v smislu neobčutljivosti na stopnjo degeneracije elementa in favoriziranjem najslabših elementov.
- Izračun smeri popravljanja lege vozlišča ter sam postopek maksimizacije namenske funkcije.

Te teme bi morda lahko šteli med najpomembnejše, vsekakor pa niti približno niso edine. Detajlov, ki nudijo potencialne možnosti za izboljšave, je namreč res precej.

Literatura

- [1] M. Bucki, C. Lobos, Y. Payan, N. Hitschfeld, *Jacobian-based repair method for finite element meshes after registration*, Engineering with Computers, 27, 285–297, 2011.
- [2] R. Durand, B.G. Pantoja-Rosero, V. Oliveira, *A general mesh smoothing method for finite elements*, Finite Elements in Analysis and Design 158, 17–30, 2019.
- [3] L. A. Freitag, C. Ollivier-Gooch, *Tetrahedral mesh improvement using swapping and smoothing*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 40, 3979–4002, 1997.
- [4] Y. Guo, C. Wang, Z. Ma, X. Huang, K. Sun, R. Zhao, *A new mesh smoothing method based on a neural network*, Computational Mechanics, 69, 425–438, 2022.
- [5] J. Kim, T. Panitanarak, S. M. Shontz, *A multiobjective mesh optimization framework for mesh quality improvement and mesh untangling*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 94, 20–42, 2013.
- [6] E. J. Lopez, N. M. Nigro, M. A. Storti, *Simultaneous untangling and smoothing of moving grids*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 76, 994–1019, 2008.
- [7] R. Mueller, S. Kolling, D. Gross, *On configurational forces in the context of the finite element method*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 53, 1557–1574, 2002.
- [8] D. Vartziotis, D. Bohnet, B. Himpel, *GETOpt mesh smoothing: Putting GETMe in the framework of global optimization-based schemes*, Finite Elements in Analysis and Design, 147, 10–20, 2018.



Eksperimentalna študija tokovnih razmer v modelu človeškega srca s pomožno srčno črpalko

***Karin Žibert¹, Gregor Turk¹, Žak Sovec¹, Primož Drešar¹, Lovrenc Novak¹
Benjamin Bizjan¹***

Povzetek. Uporaba pomožnih srčnih črpalk, znanih tudi kot naprave za pomoč levemu prekatu (LVAD), v medicini predstavlja pomemben napredek pri podaljšanju in izboljšanju kvalitete življenja bolnikov s srčnim popuščanjem. Črpalke mora zagotavljati zanesljivo večletno delovanje s čim manj neugodnimi vplivi na bolnikovo kri in srce. Za izboljšanje razumevanja toka krvi v srcu z in brez podpore LVAD smo izvedli eksperimentalno študijo s slikovno velocimetrijo delcev (PIV). Pri tem smo tok krvi podobne modelne tekočine opazovali pri različnih frekvencah srčnega utripa in iztisnih volumnih modela srca. Rezultati PIV analize, ki poleg hitrostnih polj vključujejo izpeljane veličine (vrtinčnost, stagnacijski indeks, hitrost strižne deformacije), kažejo na značilno razliko med tokovnimi razmerami v zdravem in obolelem srcu. Uporaba LVAD poveča pretok krvi po telesu, vendar spremembe tokovnih razmer niso zgolj pozitivne, pač pa lahko pod določenimi pogoji povečajo tveganje za tvorbo strdkov (trombozo) ali pa razpad rdečih krvničk (hemolizo). Rezultati kažejo, da obratovanje LVAD pri fiksnih vrtiljajih ni optimalno, ampak bi se morala vrtilna frekvenca spreminjati glede na potrebe bolnika.

Abstract. The use of heart assist pumps, also known as left ventricular assist devices (LVAD), represents a significant advance in medicine in prolonging and improving the quality of life of patients with heart failure. The pump must provide reliable operation for many years with as few adverse effects on the patient's blood and heart as possible. To improve the understanding of the blood flow inside the heart with or without LVAD support, an experimental study was performed using particle image velocimetry (PIV). The flow of model fluid resembling blood was observed at different heart rates and stroke volumes. PIV analysis results that also include derived quantities besides velocity fields (vorticity, stagnation index, shear rate) indicate significant difference in flow conditions between healthy and sick heart. Utilization of LVAD increases blood circulation, but the changes to flow conditions are not exclusively positive since under some operating conditions, the risk of thrombosis and hemolysis is increased. Results suggest that fixed-speed LVAD operation is not optimal as LVAD's rotational speed should adapt to the needs of the patient.

1 Uvod

Napredek v sodobni medicini je tesno povezan z razvojem naprav, ki bolnikom omogočajo daljše in kvalitetnejše življenje kljub resnim zdravstvenim stanjem. Eno od takšnih področij medicine je kardiologija in z njo povezana srčna kirurgija, kjer velik izziv predstavlja skrb za bolnike s srčnim popuščanjem. Gre za resno stanje, ki močno ovira mobilnost obolelih in je v

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, Aškerčeva 6, 1000 Ljubljana

nekaj letih lahko usodno. Podaljšanje življenja in izboljšanje njegove kvalitete je v tem primeru mogoče s presaditvijo srca, ki pa je tvegan poseg z zelo dolgo čakalno dobo. Kot hitrejša in manj tvegana alternativa pri srčnem popuščanju se v zadnjih letih vse bolj uveljavljajo pomožne srčne črpalke, znane pod kratico LVAD (ang. "left ventricular assist device").

Čeprav LVAD naprave učinkovito prevzamejo del funkcije levega ventrikla pri bolnikih s srčnim popuščanjem in pogosto služijo kot premostitvena rešitev do presaditve srca, pa njihova uporaba ni brez tveganj. Prisotnost kanile in kontinuirna narava delovanja LVAD naprav lahko poruši fiziološko hemodinamiko v levem ventriklu. To lahko vodi v neželene zaplete, kot so hemoliza, tromboza ali gastrointestinalne krvavitve [1]. V namen razumevanja teh pojavov in izboljšanja delovanja LVAD naprav je bilo izvedenih več eksperimentalnih in numeričnih raziskav, pri katerih se pogosto uporablja slikovna velocimetrija delcev (PIV) za natančno analizo tokovnih razmer v levem ventriklu.

Oblika konice in globina namestitve kanile imata pomemben vpliv na tokovne razmere v levem ventriklu. Belkin in sod. [2] so ta vpliv preučevali s pomočjo PIV metode. Uporabili so idealiziran fizični model levega ventrikla, izdelan iz prozornega silikona na osnovi geometrijskih parametrov iz literature. Mešanico glicerina in vode so uporabili kot analog krvi, faze srčnega cikla pa je simuliral krmiljen batni mehanizem. Tok so analizirali v 2D ravnini s PIV kamero, postavljeno pravokotno na laserski žarek. Rezultati so potrdili, da imata tako oblika konice kot globina namestitve kanile izrazit vpliv na intraventrikularno hemodinamiko.

LVAD črpalka lahko povzroči območja stagnacije toka, kar poveča verjetnost za trombozo. Nastanek zastojnih območij in njihov vpliv so preučevali v delu Yano in sod. [3], kjer so analizirali delovanje črpalke HeartMate II in njen vpliv na tokovno dinamiko v levem ventriklu, s poudarkom na tvorbi vrtincev in stagnacijskem indeksu. Uporabili so silikonski model, napolnjen z mešanico glicerina in natrijevega klorida ter fluorescentnimi delci, meritve pa izvedli z 2D PIV pri različnih vrtljajih črpalke. Ugotovili so, da LVAD ne prepreči tvorbe vrtincev, vendar znatno poveča stagnacijo, zlasti pri višjih hitrostih, ko tok v celoti teče skozi črpalko in aortna zaklopka ostane zaprta. V takih pogojih se poveča tveganje za trombozo, medtem ko se vrtinci v diastoli večinoma ohranijo.

Ugotovitvam o stagnaciji se pridružuje tudi študija [4], v kateri so Wong in sod. raziskovali izboljšave delovanja LVAD črpalke z uvedbo t. i. Lavare cikla, namenjenega zmanjševanju stagnacije krvi v levem ventriklu. Iz polietilena so izdelali poenostavljen model levega ventrikla, titanovo kanilo pa zamenjali s prozorno kanilo enakih dimenzij. Kot delovno tekočino so uporabili zmes glicerina in vode ter fluorescentne PMMA delce. Meritve z 2D PIV metodo so potrdile, da Lavare cikel zmanjšuje indeks stagnacije krvi v levem ventriklu in izboljša fluidno dinamiko.

Tudi v delu Zimpfer in sod. [5] so za analizo nove pomožne srčne črpalke LifeheART, podobno kot v predhodnih raziskavah, uporabili kombinacijo PIV metode in CFD simulacij. Merilna postaja je bila sestavljena iz akrilnega opazovalnega okna, cevne sistema in rezervoarja, delovno tekočino pa so pripravili iz mešanice glicerina, vode in natrijevega jodida

z dodanimi steklenimi sledilnimi delci. Rezultati so pokazali, da LifeheART ustvarja bistveno nižje strižne napetosti, enakomeren tok in s tem zmanjšuje tveganje za hemolizo. V primerjavi s prejšnjimi modeli (HeartMate II, HVAD in HeartMate III) se je izkazala za bolj hemokompatibilno.

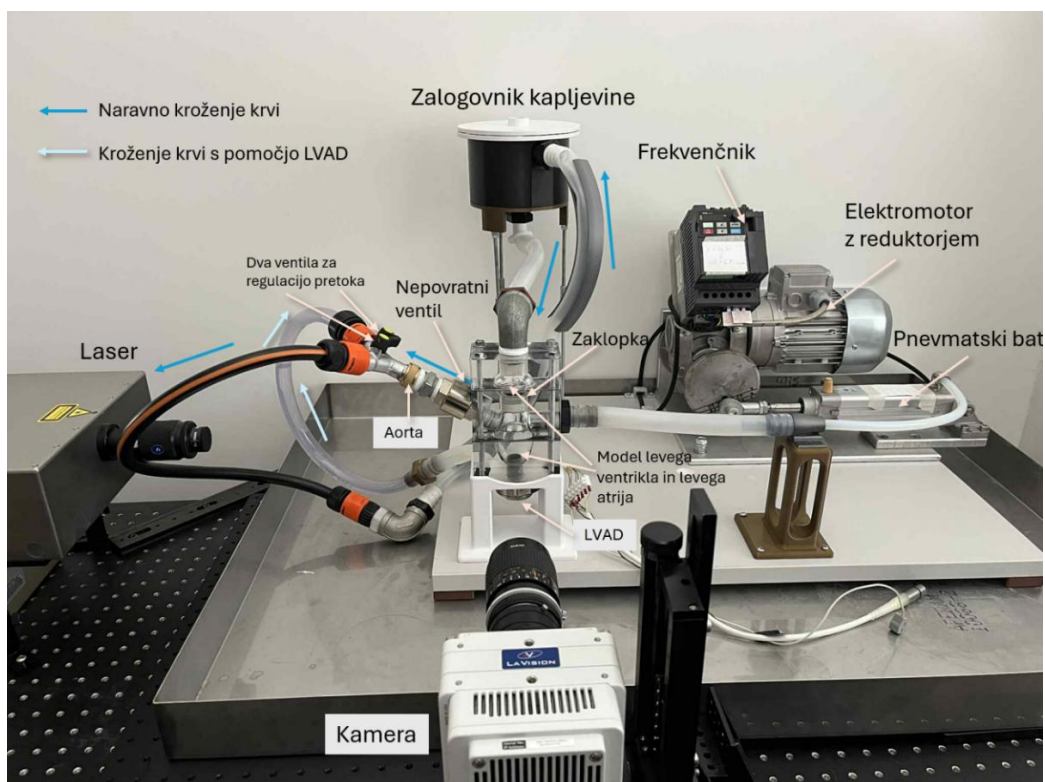
Za razliko od prejšnjih se delo Scardulla in sod. [6] osredotoča na klinični problem gastrointestinalnih krvavitev pri pacientih z vgrajenim LVAD. Uporabili so kombinacijo PIV metode in CFD simulacij, pri čemer so analizirali, kako kontinuirni tok, ki ga ustvarja LVAD, poveča strižne napetosti in posledično vodi do razgradnje von Willebrandovega faktorja. Ugotovili so, da so spremembe najizrazitejše v mezenteričnih arterijah, kjer povečane strižne sile povečajo verjetnost za krvavitve. To je še ena izmed posledic porušene naravne hemodinamike.

Za nadaljnji razvoj LVAD črpalk in njihovih krmilnih algoritmov s ciljem zmanjšanja zdravstvenih tveganj je pomembno razviti robusten eksperimentalni sistem, ki bo omogočal natančne in celovite meritve tokovnih razmer v modelu levega prekata. V članku bomo predstavili naš dosednji razvoj in delovanje takšnega modela, vključno s PIV merilnim sistemom.

2 Eksperiment

Eksperimentalna postaja (slika 1) je obsegala hidravlični del in PIV merilni sistem. Hidravlični del postaje je vseboval prosojen model levega prekata človeškega srca iz pleksi stekla, centrifugalno LVAD črpalko (HeartMate 3), batno črpalko, ki je simulirala delovanje srca, zalogovnik kapljevine in dva nepovratna ventila, ki sta simulirala delovanje srčnih zaklopk. Batna črpalka je periodično črpala tekočino v in iz srca, pri tem pa sta se odpirala nepovratna ventila: izhodni ventil (ekvivalent aortne zaklopke), ki se je odprl ob iztiskanju tekočine (v srcu se ta interval imenuje sistola), in vhodni ventil (ekvivalent mitralne zaklopke na levem preddvoru), ki se je odprl ob sesanju tekočine (v srcu se ta interval imenuje diastola).

Od izhodnega nepovratnega ventila je bila cev (ekvivalent aorte) speljana v zalogovnik kapljevine s prostornino 1,5L, od tam naprej pa preko dovodne cevi (ekvivalent glavne srčne vene) v model levega preddvora in od tam naprej v levi prekat preko vhodnega nepovratnega ventila (izveden v obliki deformabilne plastične zaklopke s tremi lističi). V dno prekata je bila preko kanile pritrjena LVAD črpalka, delujoča s 5000 vrt/min in iz njega sesala tekočino v aorto ponazarjajočo odvodno cev (le-tej se je priključila za izhodnim nepovratnim ventilom). Modelna tekočina je bila zasnovana kot zmes 40% glicerola in 60% vode, ki ima enako kinematično viskoznost kot človeška kri. Meritve smo izvedli v 15 obratovalnih točkah, pri čemer smo spreminjali tri parametre: 1. vrtiljaje pogonskega motorja batne črpalke, s čimer smo nastavili različne frekvence srčnega utripa (enota BPM – utripi na minuto ; 60, 75 in 90 BPM) ; 2. iztisni volumen modela srca, kar smo dosegli s spreminjanjem oddaljenosti ojnice od središča vrtenja ekscentra ; 3. LVAD je bil ali izklopljen ali vklopljen pri konstantni hitrosti delovanja.



Slika 1: Eksperimentalna postaja za študijo tokovnih razmer v modelu levega prekata

PIV sistem je bil zgrajen iz pulznega zelenega laserja z optiko, ki je v področju opazovanja ustvarila tanko navpično lasersko zaveso, in hitre kamere, ki je bila sinhronizirana z laserskimi bliski. V modelno tekočino so bili v koncentraciji 0,2 g/L dodani sledilni delci (polimetilmethakrilatne mikro kroglice s srebrno prevleko), ki so ob osvetlitvi z laserjem postali dobro vidni na kameri in so omogočali sledenje gibanju toka. V vsaki obratovalni točki je bila posneta sekvenca 2000 slik s frekvenco zajema 2000 Hz in trajanjem 1 s, kar je zadoščalo za popis nekaj zaporednih nihajev batne črpalke. Posnete slike smo nato obdelali v programu PIVLab, ki je odprtokodni vtičnik v programskem jeziku MATLAB.

3 Rezultati in diskusija

V tem poglavju bodo predstavljene tokovne razmere v modelu levega prekata, ugotovljene z analizo posnetih slik po PIV metodi. Poleg hitrostnih polj bodo predstavljene tudi nekatere izpeljane veličine, ki lahko poglobijo in izboljšajo naše razumevanje tokovnih pojavov.

3.1 Hitrostna polja

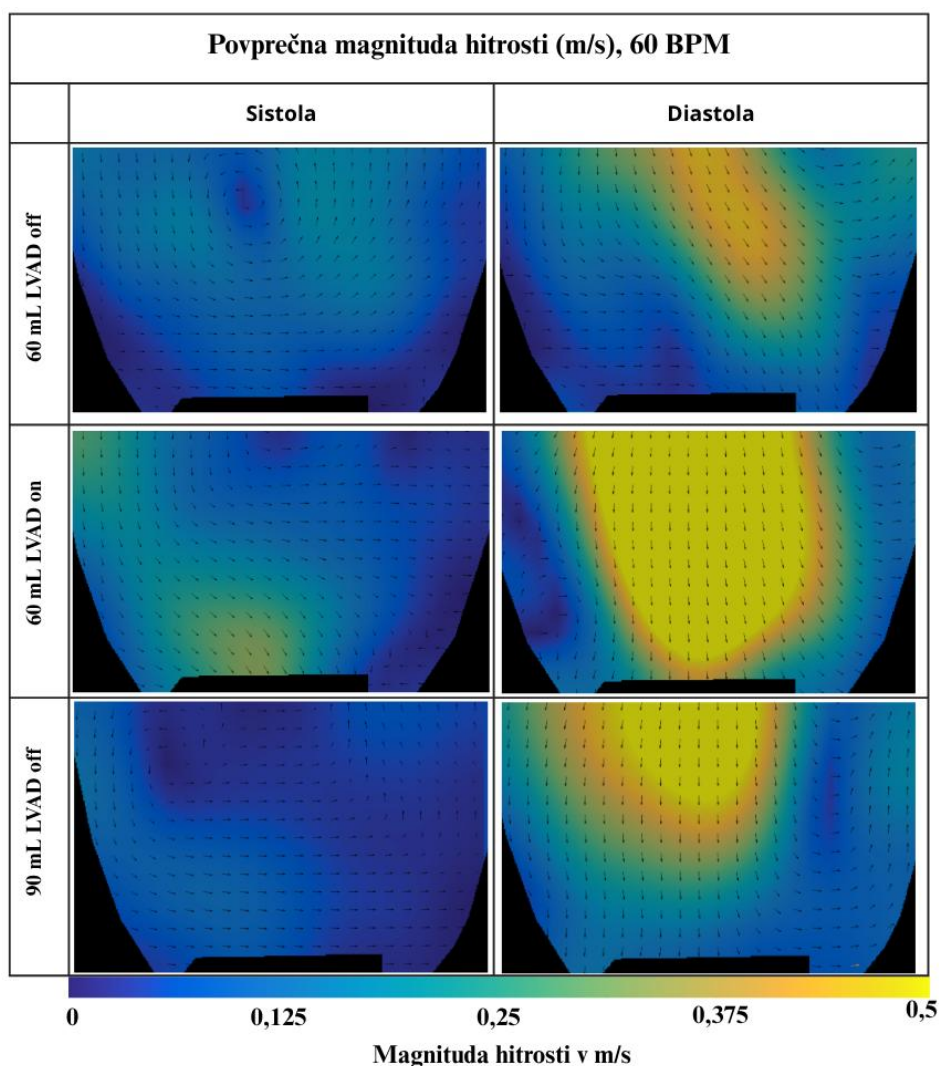
S PIV izračunana povprečna hitrostna polja so prikazana na sliki 2 v obliki hitrostnih vektorjev na ozadju skalarne polja magnitude hitrosti. Kot lahko vidimo, so v diastoli povprečne hitrosti bistveno višje kot v sistoli in lokalno dosežejo do 1,4 m/s pri obolenem srcu z LVAD podporo, 0,68 m/s pri zdravem srcu in 0,61 m/s pri obolenem srcu brez LVAD, medtem ko so v sistoli vrednosti bistveno nižje (0,13-0,39 m/s). Povprečna hitrost za celotno opazovano

domeno znaša za zdravo srce 0,27 m/s v diastoli, in 0,1 m/s v sistoli. Za obolelo srce so brez podore LVAD te vrednosti enake 0,25 m/s v diastoli, in 0,05 m/s v sistoli, s podporo LVAD pa 0,6 m/s v diastoli, in 0,2 m/s v sistoli. Rezultati so dobro primerljivi z literaturo [7].

Na sliki 2 je v fazi sistole hitrostni profil pri oslABLjenem srcu brez pomoči LVAD razmeroma simetričen, z nizkimi vrednostmi hitrosti. Pojavljajo se manjši, lokalizirani tokovni vrtinci. Ob stenah ventrikla so območja nizke hitrosti. Ko pri oslABLjenem srcu vključimo LVAD, opazimo povečanje hitrosti, predvsem v smeri sesanja črpalke. LVAD v tej fazi delno prevzema funkcijo iztisa, kar prispeva k večji enosmernosti toka, vendar lahko hkrati zmanjša naravno oblikovane tokovne strukture, ki so pomembne za preprečevanje stagnacije krvi.

V skrajno desnem kotu ob steni levega ventrikla je še vedno moč opaziti območje nizke hitrosti, na levi strani ob steni ventrikla pa so se hitrosti povečale. Pri zdravem srcu so hitrosti v fazi sistole nekoliko nižje kot pri obolelem, vendar tokovne strukture ostajajo primerljive. Kljub temu v nobenem primeru ne zaznamo izrazitega iztisa toka skozi aortno zaklopko; namesto tega je opazno vrtinčenje v nasprotni smeri urinega kazalca. Pri zdravem srcu je center vrtinca pomaknjen proti levi, medtem ko je pri obolelem srcu lociran bolj centralno.

V fazi diastole pri oslABLjenem srcu brez LVAD opazimo jasen tok iz mitralne zaklopke, ki se razširi po ventriklu. Območje recirkulacije se oblikuje v levem delu ventrikla, skrajno levo ob steni pa ostaja območje nizke hitrosti, podobno kot v sistoli. Tok iz mitralne zaklopke teče rahlo v desno. Zdravo srce v diastoli dosega višje hitrosti kot obolelo. Tok je bolj usmerjen, koncentriran in teče naravnost, brez vidnega nagiba v desno. Na desni strani levega ventrikla se pojavi recirkulacijska cona. V primerjavi z obolelim srcem je tok enakomernejši, brez večjih območij nizkih hitrosti. Potencialno nevarno območje za stagnacijo bi lahko bilo v središču desnega vrtinca. Uporaba LVAD pri oslABLjenem srcu povzroči izrazito usmerjen tok proti sesalni kanili črpalke. Obenem se povečajo območja z nizko hitrostjo, zlasti ob levi steni ventrikla, kar lahko vodi v stagnacijo krvi. Tok na levi strani ventrikla se rahlo zavrtinči – pojav, ki ga pri zdravem srcu in oslABLjenem srcu brez črpalke ne zaznamo. Analiza tokovnih struktur tako kaže, da radialna srčna črpalka bistveno spremeni tokovne razmere v levem ventriklu. Na sliki je magnituda hitrosti prikazana z barvnim poljem, medtem ko vektorji ponazarjajo zgolj smer toka. To je posledica uporabe enotne dolžine vektorjev, saj bi v nasprotnem primeru vektorji pri velikih hitrostih zasenčili tiste pri manjših, kar bi bistveno zmanjšalo preglednost prikaza. Najvišje hitrosti v ventriklu dosežajo vrednost 1,4 m/s, vendar smo skalo barvnega prikaza omejili na 0,5 m/s, saj smo želeli omogočiti primerjavo med sistolo in diastolo. Če bi skalo nastavili do 1,4 m/s, bi se v fazi sistole izgubile pomembne razlike v nižjih hitrostih, zaradi česar bi bila vizualizacija manj informativna.



Slika 2: Primerjava hitrostnih polj v izbranih obratovalnih točkah modela srca

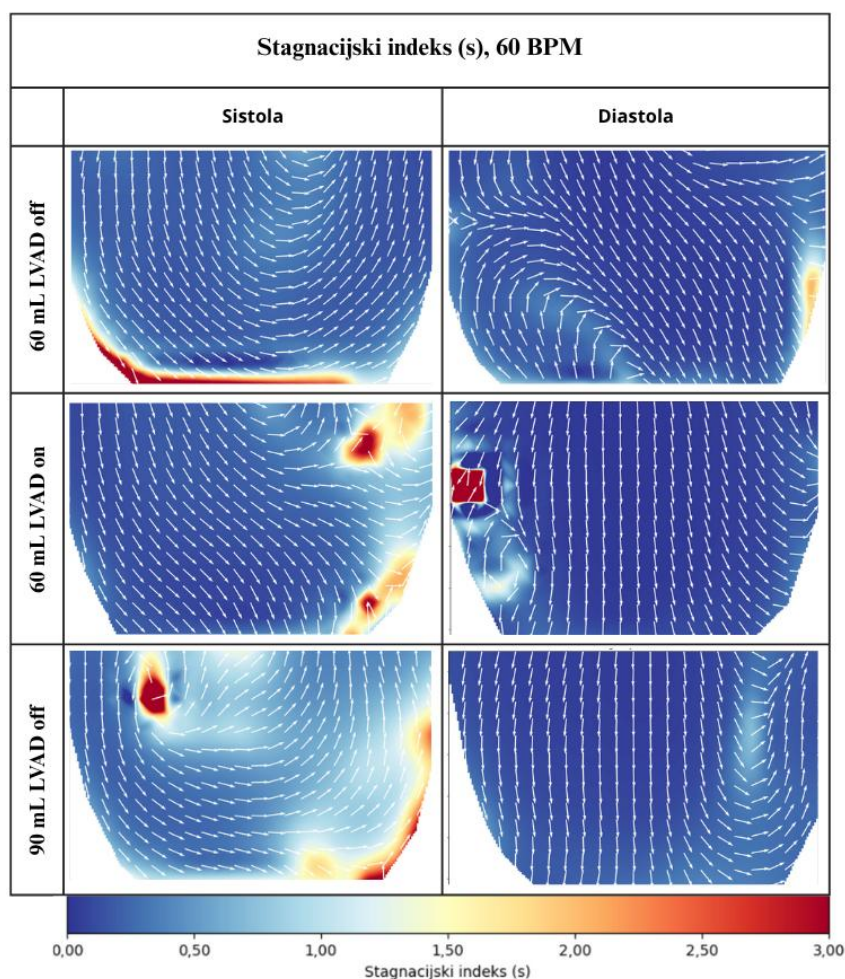
3.2 Stagnacijski indeks

Stagnacijski indeks (SI) je brezdimenzijska veličina (enačba 1), ki opisuje zadrževalni čas fluida v opazovanem območju. Visok SI pomeni lokalno zaradi počasnejšega gibanja fluida daljši zadrževalni čas in večje tveganje za nastanek tromboze, nizek SI pa zaradi hitrejšega gibanja fluida krajši zadrževalni čas in učinkovitejše izpiranje prekata. Že na prvi pogled opazimo, da je v fazi sistole več stagnacijskih območij kot v fazi diastole.

$$SI(x, y) = \sqrt{\frac{A_{Lv} T}{|v(x, y)|^2 dt}} \quad (1)$$

Na sliki 3 v fazi sistole pri oslABLJENEM SRCU brez pomožne črpalke opazimo izrazite cone stagnacije tik ob apeksu levega ventrikla in v osrednjem območju recirkulacije toka. Ob vklopu

pomožne radialne črpalke se stagnacijska cona ob apeksu občutno zmanjša, pojavijo pa se nove stagnacijske cone ob desni steni ventrikla in v središču nastalega vrтинca. Pri zdravem srcu so v fazi sistole stagnacijska območja prisotna v centru vrтинca, ki nastane ob levi steni ventrikla, ter skrajno desno ob steni. V fazi diastole se stagnacijske cone pri vseh primerih izrazito zmanjšajo. Pri obolelem srcu brez črpalke opazimo povišan SI ob desni steni ventrikla, pri obolelem srcu z vklopljeno pomožno črpalčko pa ob levi steni ventrikla in v centru nastalega vrтинca. Pri zdravem srcu stagnacijskih con v fazi diastole skoraj ni.



Slika 3: Primerjava polj stagnacijskega indeksa v izbranih obratovalnih točkah modela srca.

Zdravo srce ima najnižjo vrednost tako povprečnega (0,1669 s) kot tudi maksimalnega SI (0,7250 s) v fazi diastole. Oslabljeno srce brez črpalke ima v fazi diastole nekoliko višji povprečni (0,2376 s) in maksimalni SI (2,3658 s), vendar delež površine, kjer SI preseže 3 s, ostaja 0 %. Po vklopu LVAD se povprečni SI (0,2361 s) v primerjavi z obolelim srcem rahlo zmanjša, medtem ko se maksimalni SI kar za 12,8-krat poveča in znaša 30,47 s. Prav tako se poveča delež površine z vrednostjo SI nad 3 s, in sicer na 1,21 %. Pomožna srčna črpalčka torej v fazi diastole pri srčnem utripu 60 bpm občutno poveča maksimalni SI in površino z nevarno

visoko vrednostjo SI, medtem ko se povprečni SI glede na zdravo srce poveča, v primerjavi z obolelim srcem brez črpalke pa rahlo zmanjša.

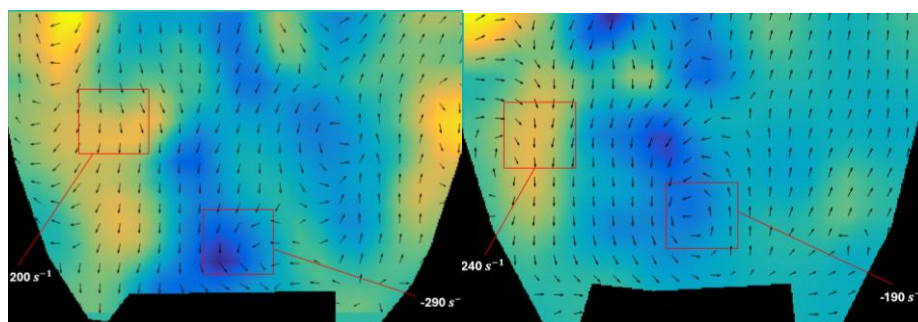
V fazi sistole ima obolelo srce brez LVAD najvišji maksimalni SI (6,7594 s) in največji delež površine, kjer vrednost preseže 3 s, ta znaša 0,97 %. Uporaba LVAD zniža tako maksimalni (3,1631 s) kot povprečni SI (0,4230 s). Zdravo srce ima najvišji povprečni SI (0,7163 s), medtem ko oslabiljeno srce z LVAD doseže pri vseh treh metrikah najnižje in s tem najboljše vrednosti. To nakazuje, da uporaba LVAD v fazi sistole izboljša izpiranje levega ventrikla.

Zanimivo je, da so v referenčni študiji [3] ugotovili nasprotni trend – LVAD je v diastoli zmanjšal stagnacijski indeks, v sistoli pa ga rahlo povečal. V našem primeru se SI v sistoli poveča, kar najverjetneje izhaja iz dejstva, da je uporabljen model togi in se ne more aktivno skrčiti, zato simulacija sistole ni povsem realistična. Posledično nastajajo območja močne recirkulacije z lokalno nizkimi hitrostmi. Na sliki so vektorji enotne dolžine in prikazujejo zgolj smer toka, ne pa tudi velikosti hitrosti.

3.3 Vrtinčnost

Za zdravo srce je značilno, da je tok krvi čez mitralno zaklopko v prekat laminaren in tvori asimetričen vrtinec [8]. Del vrtinca se vrti v smeri urinega kazalca (CW – *clockwise* pozitivna vrednost), drugi del pa v nasprotni smeri urinega kazalca (CCW – *counterclockwise* negativna vrednost). Pri obolelem srcu asimetrični vrtinec ni več jasno izražen, kljub temu pa je še vedno opazna splošna usmerjenost toka v dve smeri (slika 4). Prisotna so tudi območja recirkulacije, kar potrjuje, da se pri patološkem delovanju srca lahko pojavijo manjši, lokalizirani vrtinci.

V primeru implementacije LVAD črpalke se asimetrični vrtinec praktično ne tvori več. Namesto tega opazimo območja recirkulacije v bližini sesalne kanile, kar kaže, da LVAD moti naravne tokovne vzorce v levem ventriklu.

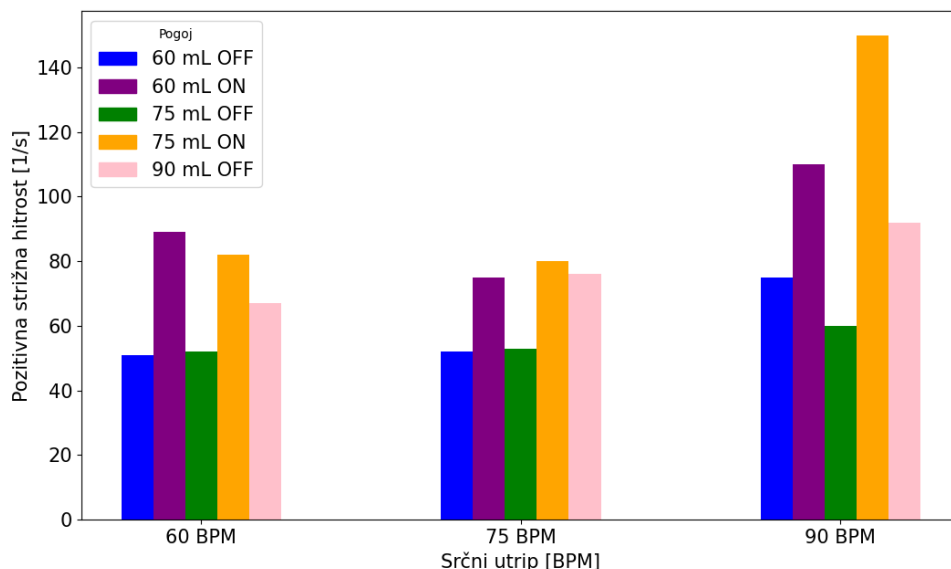


Slika 4: Primerjava polj vrtinčnosti v obolelem srcu brez (levo) in s (desno) podporo LVAD

3.4 Hitrost strižne deformacije

Na sliki 5 je prikazana pozitivna hitrost strižne deformacije za vse pogoje in iztisne volumne v odvisnosti od srčnega utripa. Na podlagi rezultatov opazimo, da se hitrost strižne deformacije pri vseh pogojih z večanjem srčnega utripa le zmerno povečuje, tako za pozitivno kot negativno komponento. Vklon LVAD brez izjeme poveča strižno hitrost v levem ventriklu pri vseh iztisnih volumnih in srčnih frekvencah. Najvišje vrednosti dosežemo pri najvišji frekvenci in ob vklopljenem LVAD, vendar ostajajo pod mejo, ki bi lahko povzročila hemolizo. V literaturi [8] je prav tako potrjeno, da LVAD ustvarja močan usmerjen tok, ki

lahko lokalno povzroči visoke strižne napetosti, povezane s tveganjem za hemolizo in trombotične zaplete. Najmanjše razlike med primerjanimi stanji opazimo pri 75 bpm, kar nakazuje, da LVAD deluje najbolj učinkovito prav pri tej frekvenci.



Slika 5: Primerjava povprečne hitrosti strižne deformacije tekočine v celotnem ciklu v spodnji polovici levega prekata pri različnih obratovalnih pogojih

4 Zaključki

V članku smo analizirali tokovne razmere v modelu človeškega srca s pomožno srčno črpalko. Analiza tokovnih razmer v levem ventriklu je pokazala, da so hitrosti v fazi diastole bistveno višje kot v sistoli, ne glede na prisotnost LVAD ali stanje srca. Uporaba LVAD pri oslABLjenem srcu vodi v povečanje hitrosti, predvsem v smeri proti sesalni kanili, kar nakazuje na delno prevzemanje funkcije iztisa, vendar hkrati poruši naravno oblikovane tokovne strukture, ki so značilne za zdravo srce. V sistoli se pojavijo izrazite cone stagnacije, zlasti pri oslABLjenem srcu brez pomoči, medtem ko LVAD prispeva k njihovem zmanjšanju na nekaterih območjih, a lahko povzroči nova območja nizke hitrosti ob stenah ventrikla. V fazi diastole LVAD sicer nekoliko zmanjša povprečno stagnacijo, a hkrati močno poveča maksimalne vrednosti in površino z nevarno visoko stagnacijo, kar predstavlja potencialno tveganje za nastanek tromboze. Značilni asimetrični vrtinec, prisoten pri zdravem srcu, se pri obolelem srcu zabriše, ob vključitvi LVAD pa skoraj popolnoma izgine, kar potrjuje vpliv črpalke na spremembo tokovne dinamike. LVAD prav tako dosledno poveča hitrost strižne deformacije v ventriklu, vendar vrednosti ostajajo pod mejami, ki bi lahko povzročile hemolizo. Ugotovili smo, da je razlika med primerjanimi stanji najmanjša pri srednji srčni frekvenci, kar kaže, ima LVAD pri za vsako srčno frekvenco drugačno optimalno vrtilno frekvenco. To je lahko izhodišče za razvoj naprednejših krmilnih algoritmov, ki bodo omogočali prilagajanje LVAD na potrebe bolnika po podpori črpanja krvi v obolelem srcu.

Literatura

- [1] M. N. Belkin, V. Kagan, C. Labuhn, S. P. Pinney, and J. Grinstein, “Physiology and Clinical Utility of HeartMate Pump Parameters,” *J Card Fail*, vol. 28, no. 5, pp. 845–862, May 2022, doi: 10.1016/j.cardfail.2021.11.016.
- [2] T. Yano, M. Funayama, S. Sudo, and Y. Mitamura, “Analysis of flow within a left ventricle model fully assisted with continuous flow through the aortic valve,” *Artif Organs*, vol. 36, no. 8, pp. 714–723, Aug. 2012, doi: 10.1111/j.1525-1594.2012.01513.x.
- [3] K. Wong *et al.*, “Intraventricular flow patterns and stasis in the LVAD-assisted heart,” *J Biomech*, vol. 47, no. 6, pp. 1485–1494, Apr. 2014, doi: 10.1016/j.jbiomech.2013.12.031.
- [4] D. Zimpfer *et al.*, “Evaluation of the HeartWare ventricular assist device Lavare cycle in a particle image velocimetry model and in clinical practice,” *Eur J Cardiothorac Surg*, vol. 50, no. 5, pp. 839–848, Nov. 2016, doi: 10.1093/ejcts/ezw232.
- [5] E. Oran, E. Abo-Serie, J. Jewkes, M. Henry, and B. Oran, “CFD and PIV analysis of a novel, low shear stress intra-aortic ventricular assist device,” *Journal of Biomechanics*, vol. 183, p. 112628, Apr. 2025, doi: 10.1016/j.jbiomech.2025.112628.
- [6] F. Scardulla, D. Bellavia, L. D’Acquisto, G. M. Raffa, and S. Pasta, “Particle image velocimetry study of the celiac trunk hemodynamic induced by continuous-flow left ventricular assist device,” *Medical Engineering & Physics*, vol. 47, pp. 47–54, Sep. 2017, doi: 10.1016/j.medengphy.2017.06.029.
- [7] B. P. Selgrade and G. A. Truskey, “Computational Fluid Dynamics Analysis to Determine Shear Stresses and Rates in a Centrifugal Left Ventricular Assist Device,” *Artif Organs*, vol. 36, no. 4, pp. E89–E96, Apr. 2012, doi: 10.1111/j.1525-1594.2011.01416.x.
- [8] D. Mele, L. Serio, R. Beccari, A. Cecchetto, S. Nistri, and G. Pedrizzetti, “Left ventricular flow dynamics by cardiac imaging techniques in heart failure patients: state of the art,” *Cardiovasc Ultrasound*, vol. 23, no. 1, p. 13, May 2025, doi: 10.1186/s12947-025-00347-1.



Dinamska analiza šest-osnega industrijskega robota

Matic Mlinarič¹, Gregor Čepon¹

Dynamic analysis of a six-axis industrial robot

Povzetek. V članku je predstavljen razvoj in posodabljanje dinamskega modela šest-osnega industrijskega robota GP7 s pomočjo rezultatov eksperimentalne modalne analize. Osnovni model z upoštevanjem šestih prostostnih stopenj je dobro opisal le nekatere lastne oblike, saj ni zajemal prečnih deformacij sklepov. Za izboljšanje natančnosti je bil izdelan razširjen model z dodatnimi virtualnimi sklepi, ki zajemajo tudi prečne togosti in podajnost vpetja robota. Togostni koeficienti so bili določeni z iterativnim postopkom minimizacije razlike med izmerjenimi in numerično napovedanimi lastnimi frekvencami ter povečanjem korelacije lastnih oblik. Validacija razširjenega modela pri različnih konfiguracijah robota je pokazala dobro ujemanje z eksperimentalnimi rezultati, saj odstopanja niso presegla 6%. Pristop omogoča natančnejše modeliranje dinamičnega odziva industrijskih robotov ter predstavlja osnovo za nadaljnji razvoj metod nadzora, diagnostike in optimizacije konstrukcije.

Abstract. This paper presents the development and updating of a dynamic model of a six-axis industrial robot GP7 using results from experimental modal analysis. The basic model, considering six degrees of freedom, was able to accurately predict only some of the mode shapes, as it did not account for joint transverse deformations. To improve accuracy, an extended model was developed by adding virtual joints to capture transverse stiffness and robot base compliance. The stiffness coefficients were identified through an iterative procedure minimizing the differences between measured and numerically predicted natural frequencies and maximizing the correlation of mode shapes. Validation of the extended model for different robot configurations showed good agreement with experimental results, with deviations not exceeding 6%. The proposed approach enables more accurate modeling of the dynamic response of industrial robots and provides a basis for further development of control, diagnostics, and structural optimization methods.

1 Uvod

Industrijski roboti so ključni element moderne proizvodnje, saj bistveno prispevajo k večji produktivnosti, natančnosti in varnosti proizvodnih procesov. Njihova široka uporaba je rezultat

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

tehnološkega napredka, ki omogoča avtomatizacijo različnih proizvodnih dejavnosti, kar vodi k učinkovitejši izrabi virov in večji konkurenčnosti na trgu. Poznavanje kinematičnih in dinamičnih lastnosti industrijskih robotov je ključnega pomena za zagotavljanje pravilnega in učinkovitega delovanja teh sistemov.

Eden od ključnih izzivov pri uporabi industrijskih robotov je natančno poznavanje njihove kinematike in dinamike, saj s tem lažje zagotovimo pravilno in učinkovito delovanje. Kinematika se ukvarja z gibanjem robotov brez upoštevanja sil, ki povzročajo to gibanje, medtem ko dinamika vključuje analizo teh sil in njihov vpliv na gibanje. Natančna analiza kinematike in dinamike je nujna za načrtovanje in krmiljenje robotov, saj omogoča napovedovanje njihovega obnašanja, zagotavljanje njihovega učinkovitega delovanja in izdelavo kvalitetnejših izdelkov.

2 Dinamski model robota

Dinamski model robota smo izdelali v okviru dinamike togih teles z uporabo principov analitične dinamike v obliki Lagrangeevih enačb druge vrste. Te omogočajo določitev gibalnih enačb sistema iz potencialne in kinetične energije sistema. Za konservativne sisteme, enačbe zapišemo v naslednji obliki:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_{j,NK}; \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

V enačbi (1) oznaka $\mathcal{L}$ predstavlja Lagrangeevo funkcijo, ki je definirana kot razlika med kinetično in potencialno energijo sistema:

$$\mathcal{L} = E_k - E_p. \quad (2)$$

$Q_{j,NK}$ predstavlja j -to nekonservativno posplošeno silo, ki deluje na j -to posplošeno koordinato. V njih vključujemo vse vplive, ki niso posledica potencialne in kinetične energije sistema npr. trenje in zunanje sile.

Za določitev gibalnih enačb torej potrebujemo kinetično in potencialno energijo sistema. Postopek za njuno določitev je prikazan v nadaljevanju.

2.0.1 Kinetična energija togega telesa v prostoru

Kinetična energija togega telesa v prostoru je definirana kot vsota kinetičnih energij posameznih delcev, ki sestavljajo telo [5]. Za primer obravnavamo kar i -ti segment robota (slika 1).

Z integralom vseh prispevkov kinetične energije elementarnih delcev določimo sledečo enačbo za določitev kinetične energije enega segmenta robota [5]:

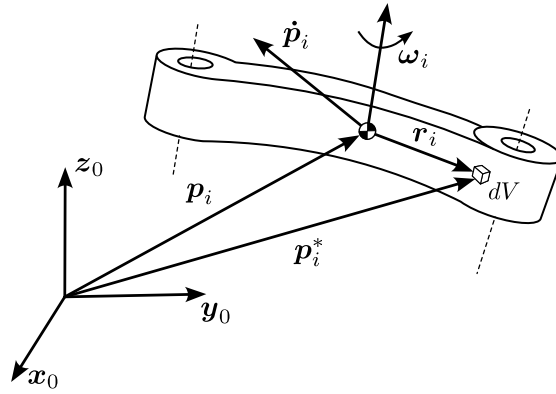
$$E_{k,i} = \frac{1}{2} m_i \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_P^T \mathbf{J}_P^i \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_O^T \mathbf{R}_i \mathbf{I}_i^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{J}_O^i \dot{\mathbf{q}}. \quad (3)$$

2.0.2 Potencialna energija togega telesa v prostoru

Prispevek zaradi gravitacijskega potenciala i -tega togega telesa zapišemo v naslednji obliki:

$$E_{p,i} = \int_{V_i} \mathbf{g}^T \mathbf{p}_i \rho dV = m_i \mathbf{g}^T \mathbf{p}_i, \quad (4)$$

kjer je $\mathbf{g}$ vektor gravitacijskega pospeška v baznem koordinatnem sistemu.



Slika 1: Togo telo v prostoru.

2.0.3 Potencialna energija vzmeti

Ob deformaciji vzmeti se v njej shrani potencialna energija, ki jo zapišemo kot:

$$E_{v,i} = \frac{1}{2} K_i (q_i - q_{i0})^2, \quad (5)$$

kjer je K_i togost vzmeti, razlika $q_i - q_{i0}$ pa predstavlja deformacijo vzmeti. Enačba velja ob predpostavki, da ima vzmet linearno karakteristiko.

2.0.4 Formulacija gibalnih enačb

Na podlagi kinetične in potencialne energije lahko zapišemo Lagrangeevo funkcijo:

$$\mathcal{L} = E_k - E_p = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \sum_{i=1}^N \left(m_i \mathbf{g}^T \mathbf{p}_i + \frac{1}{2} K_i (q_i - \theta_i)^2 \right). \quad (6)$$

Odvodi Lagrangeeve funkcije v skladu z enačbo (1) nas privedejo do enačbe naslednje oblike:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (7)$$

kjer je $\mathbf{n}$ enaka:

$$\mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}) \right)^T + \left(\frac{\partial E_p(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{p}(\mathbf{q}). \quad (8)$$

Matriko $\mathbf{C}$ dimenzije $(N \times N)$ imenujemo matrika Coriolisovih in centrifugalnih sil [4], $\mathbf{p}$ pa vektor sil, ki so posledica potencialne energije sistema, ki ga lahko ločimo na prispevke zaradi gravitacije in vzmeti:

$$\mathbf{p}(\mathbf{q}) = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}(\mathbf{q} - \boldsymbol{\theta}). \quad (9)$$

Matrika $\mathbf{K}$ je diagonalna matrika, katere elementi so vzmetne konstante, $\mathbf{g}$ pa vektor gravitacijskih sil, ki je odvisen od zasukov sklepov. Elemente matrike $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ lahko izračunamo tudi z

uporabo naslednje enačbe[6]:

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i. \quad (10)$$

Izraze c_{ijk} poznamo pod imenom Christoffelovi simboli prve vrste [5].

H končni gibalni enačbi lahko dodamo še nekonservativne sile, ki delujejo na sistem:

$$\mathbf{M}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{B}_v\dot{q} + \mathbf{B}_s \text{sgn}(\dot{q}) + \mathbf{B}_j(\dot{q} - \dot{\theta}) + \mathbf{K}(q - \theta) + g(q) = \tau. \quad (11)$$

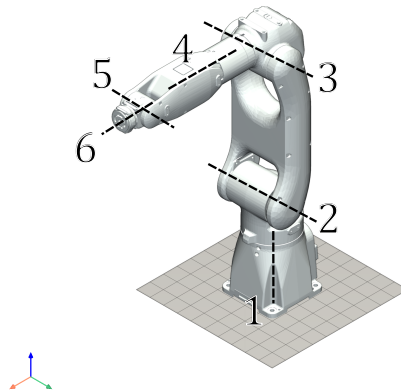
Matriki $\mathbf{B}_v$ in $\mathbf{B}_s$ vsebujeta koeficiente viskoznega dušenja in Coulombovega trenja, ki vplivata na zasuk enega segmenta glede na drugega. Matrika $\mathbf{B}_j$ vsebuje koeficiente dušenja, ki delujejo med motorjem in segmentom.

3 Dinamski model

Predmet obravnave tega dela je bil šest-osni industrijski robot GP7 proizvajalca Yaskawa, ki ima nosilnost sedem kilogramov in doseg 927 milimetrov.

3.1 Osnovni dinamski model

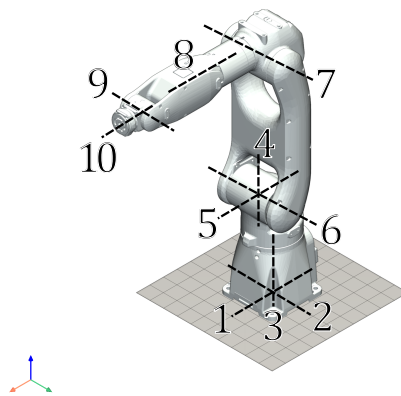
Osnovni dinamski model bo postavljen s predpostavko, da so togosti sklepov v osi rotacije sklepa znatno manjše od togosti v preostalih dveh smereh. Uporabimo torej šest prostostnih stopenj, ki sovpadajo z osmi sklepov (slika 2). Z uporabo enačb, predstavljenih v poglavju 2.0.4, zapišemo dinamski model robota, pri čemer vpliv dušenja zanemarimo.



Slika 2: Osnovni dinamski model robota GP7.

3.2 Razširjen dinamski model

V delu [3] avtorji navajajo, da osnovni modeli ne ponujajo zadostne natančnosti za opis sodobnih robotskih manipulatorjev. V ta namen predlagajo uporabo razširjenega modela z upoštevanjem prečnih togosti sklepov in podajnosti vpetja robota. To storimo z dodajanjem dodatnih prostostnih stopenj v obliki virtualnih sklepov. Dodali smo dve prostostni stopnji na mestu vpetja robota, in dve prostostni stopnji v drugem sklepu. Razširjen model ima torej deset prostostnih stopenj, ki so prikazane na sliki 3. Prostostne stopnje tri, šest, sedem, osem, devet in deset pripadajo sklepom robota, ostale pa pripadajo virtualnim sklepom in je zato njihova zahtevana pozicija vedno enaka nič. Segmentom, ki pripadajo virtualnim sklepom pripišemo ničelno maso in masne vztrajnostne momente. Togosti virtualnih sklepov bodo določene s postopki posodabljanja modela.



Slika 3: Razširjen dinamski model robota GP7.

4 Posodabljanje modela

Začetni dinamski model je bil ustvarjen z uporabo togostnih koeficientov, ki jih je predpisal proizvajalec reduktorjev. Ker so te zelo odvisni od načina vgradnje in drugih spremenljivk, je model v tem stanju zelo nenatančen. Za določitev dejanskega dinamskega odziva robota je bil uporabljen postopek eksperimentalne modalne analize.

4.1 Iterativno posodabljanje modela

Za določitev natančnejših togostnih koeficientov je bil uporabljen postopek iterativnega posodabljanja modela na podlagi minimizacije cenilne funkcije. Na podlagi primerjave dinamskega modela robota in eksperimentalno pridobljenih lastnih frekvenc in oblik je bila oblikovana ce-

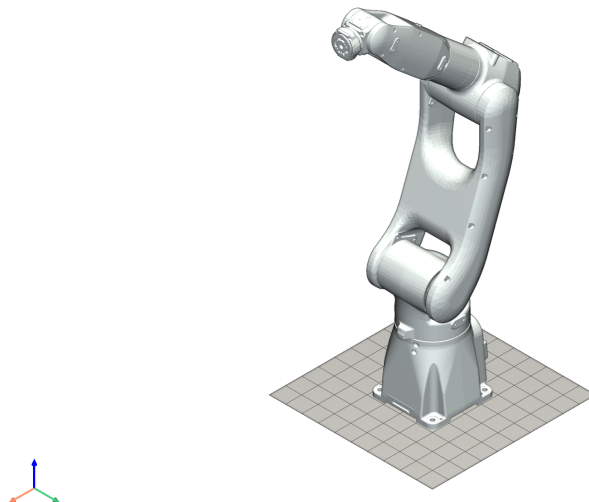
nilna funkcija, katere minimizacija nam je podala nove, natančnejše, togostne koeficiente.

$$CF(\mathbf{K}) = \sum_{i=1}^N |f_{\text{nat,num},i}(\mathbf{K}) - f_{\text{nat,exp},i}| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{MAC_{i,i}(\mathbf{K})} \quad (12)$$

Vrednost cenilne funkcije v enačbi 12 se v vsaki iteraciji izračuna na podlagi posodobljene togostne matrike $\mathbf{K}$. Z uporabo že uveljavljenih minimizacijskih algoritmov je mogoče določiti minimum cenilne funkcije, ki nam poda optimalne togostne koeficiente. Prvi člen cenilne funkcije zmanjšuje razliko med eksperimentalno in numerično določenimi lastnimi frekvencami, drugi člen pa povečuje korelacijo med lastnimi oblikami.

5 Eksperimentalna modalna analiza

Za uporabo v postopku posodabljanja modela je bila izvedena eksperimentalna modalna analiza. Analizo smo izvedli v konfiguraciji, ki je prikazana na sliki 4, pripadajoči zasuki sklepov pa so prikazani v preglednici 1.



Slika 4: Konfiguracija robota GP7 za eksperimentalno modalno analizo.

Tabela 1: Vrednosti zasukov sklepov za eksperimentalno modalno analizo.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
Zasuk sklepa[°]	0	-20	-20	0	40	0

Robot je bil vzbujan z elektrodinamskim stresalnikom, njegov odziv pa zajet z uporabo triosnega pospeškometra. Pri tem je bila lokacija vzbujanja konstantna, pospeškometer pa smo premikali po robotu, da smo zajeli odziv vseh segmentov. Odziv je bil izmerjen v 119 točkah.

Za namen validacije modela, smo izvedli tudi meritve odziva pri znanem vzbujanju le v eni točki. Rezultat take meritve so le lastne frekvence, ne pa tudi lastne oblike.

5.1 Merilna veriga

Eksperimentalno modalno analizo robota GP7 smo izvedli z uporabo opreme, ki je prikazana v preglednici 2.

5.1.1 Merilna oprema

Tabela 2: Merilna oprema za eksperimentalno modalno analizo.

Merilna oprema	Proizvajalec	Oznaka
Merilna kartica	National Instruments	NI 9234
Pospeškometer	PCB Piezotronics	TLD356A32
Stresalnik	Tira	S504
Silomer	Dytran	1022V

Vzbujanje robota je bilo izvedeno z elektrodinamskim stresalnikom Tira S504 z uporabo naključnega signala. Sila vzbujanja je bila izmerjena s silomerom, ki je bil pritrjen med stresalnikom in strukturo.

5.2 Zajem in obdelava podatkov

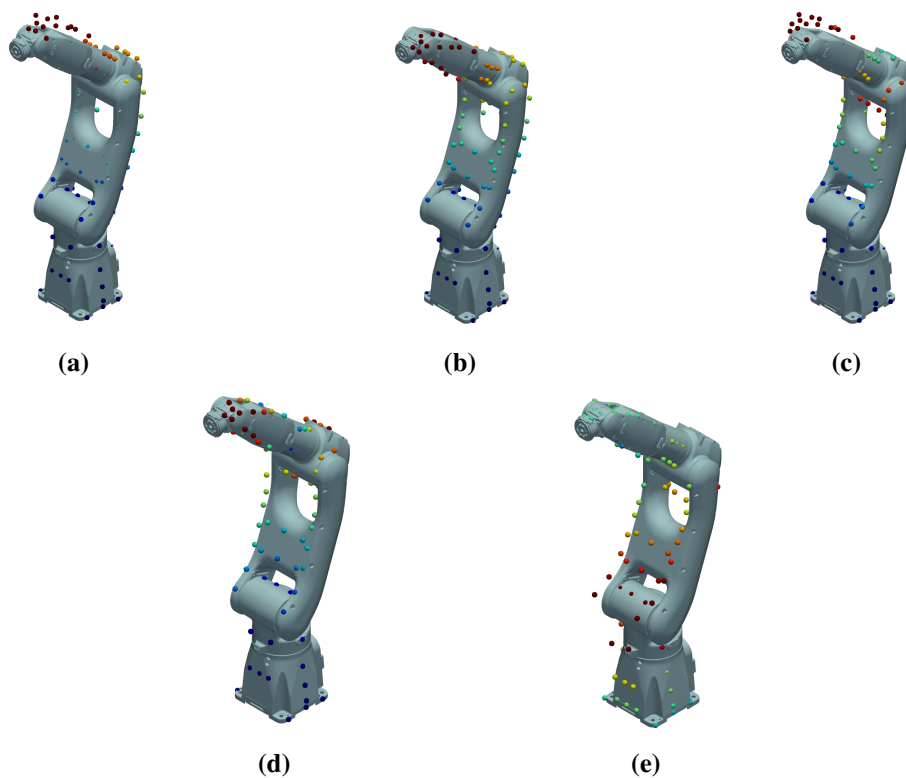
Za zajem podatkov smo uporabili programsko opremo LabVIEW, ki omogoča zajem podatkov v povezavi z merilno kartico National Instruments 9234. Frekvenca vzorčenja je bila 25.6 kHz, zajem ene ponovitve pa je trajal dve sekundi. Na podlagi časovnih vrst signalov odziva in vzbujanja so bile izračunane cenilke H_2 s frekvenčno ločljivostjo 0.5 Hz, ki so bile uporabljene pri identifikaciji modalnih parametrov.

5.3 Rezultati eksperimentalne modalne analize

V izbranem frekvenčnem območju se nahaja 5 resonančnih frekvenc, ki so predstavljene v preglednici 3. Pripadajoče lastne oblike so prikazane na sliki 5.

Tabela 3: Rezultati eksperimentalne modalne analize

r	Frekvenca f_r [Hz]
1	15.75
2	19.30
3	42.84
4	50.81
5	111.35



Slika 5: Eksperimentalne lastne oblike: (a) 1. lastna oblika, (b) 2. lastna oblika, (c) 3. lastna oblika, (d) 4. lastna oblika, (e) 5. lastna oblika.

Pri prvi lastni obliki prevladuje deformacija drugega sklepa, ki zaradi velike ročice povzroči velike pomike vrha robota. Že pri drugi lastni obliki opazimo, da osnovni model ni zadosten za opis dejanskega stanja robota, saj je oblika predvsem posledica prečne deformacije drugega sklepa. Tretja lastna oblika je posledica istočasne deformacije drugega in tretjega sklepa. Četrta oblika je posledica torzijske deformacije drugega sklepa, ki povzroči podobno gibanje vrha robota kot zasuk prvega sklepa. Peta lastna oblika pa je že posledica deformacije vpetja robota na podlago. Od tu naprej so vsi sklici na zaporedno številko lastne oblike vezani na te oblike.

Prečne deformacije so lahko posledica podajnosti uležajenja osi sklepa ali zračnosti v ležajih. V sodobnih manipulatorjih so zaradi želje po višjih hitrostih in nižji masi pogost pojav. Iz tega razloga sklepamo, da osnovni model s šestimi prostostnimi stopnjami ne bo ustrezen za opis lastne dinamike robota, saj teh deformacij ne zajema.

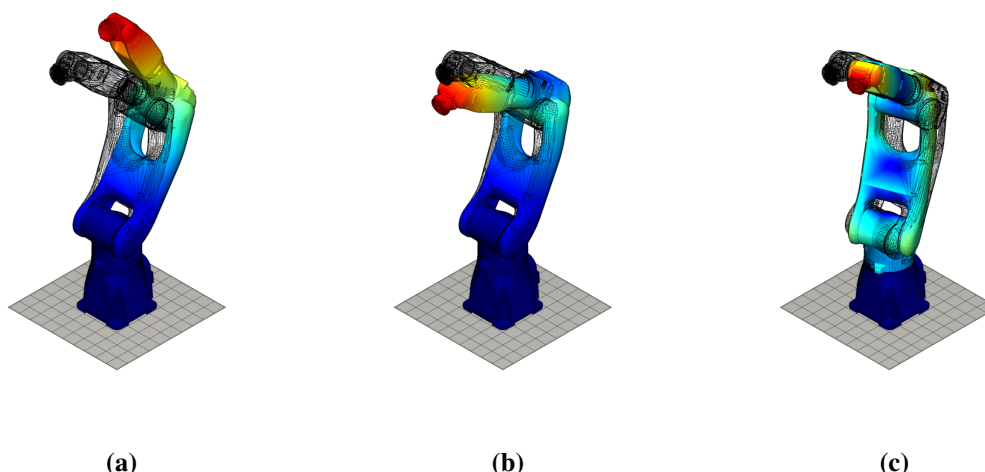
Lastne oblike v višjem frekvenčnem področju so posledica deformacij zadnjih treh sklepov in fleksibilnosti samih segmentov ter ne bodo predmet obravnave v nadaljevanju.

6 Rezultati numerične modalne analize osnovnega modela

V prvi iteraciji osnovnega modela za prvi približek togosti sklepov uporabimo vrednosti proizvajalca reduktorjev. Pridobljene lastne frekvence te analize so zapisane v preglednici 4.

Tabela 4: Rezultati numerične modalne analize osnovnega modela - osnovni model

r	Frekvenca f_r [Hz]
1	12.36
2	30.76
3	54.58
4	225.97
5	284.01
6	908.23



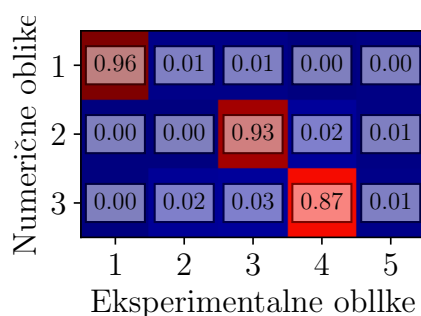
Slika 6: Prve tri lastne oblike osnovnega modela: (a) 1. lastna oblika, (b) 2. lastna oblika, (c) 3. lastna oblika.

Četrta, peta in šesta lastna frekvenca pripadajo lastnim oblikam, kjer prevladuje deformacija četrtega, petega in šestega sklepa. Teh oblik v opazovanem frekvenčnem območju pri eksperimentalni modalni analizi nismo zaznali, zato bomo v nadaljevanju obravnavali le prve tri. V veliko pomoč pri primerjavi oblik je izračun MAC matrike, ki je prikazana na sliki 7.

Iz matrike lahko razberemo, da druge in pete eksperimentalno določene lastne oblike z modelom ne zajamemo, saj model ne omogoča prečnih deformacij sklepov. Kljub temu, je ujemanje med prvima lastnima oblikama zelo dobro, kar je razvidno iz prve vrednosti diagonale MAC matrike. Prav tako sta dobro opisani tretja in četrta lastna oblika. V preglednici 5 so prikazane primerjave lastnih frekvenc, ki pripadajo enaki obliki, med eksperimentalno in numerično analizo osnovnega modela.

Razlike med numerično izračunanimi in eksperimentalno določenimi so posledica pomanjkanja prostostnih stopenj v modelu, ki bi zajemale prečne deformacije sklepov.

S postopkom predstavljenim v poglavju 4.1 določimo togosti, ki so zapisane v preglednici 6. Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo posodobljenega osnovnega modela je prikazana v preglednici 7.



Slika 7: MAC matrika osnovnega modela.

Tabela 5: Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo - osnovni model

r	Napovedana frekvenca [Hz]	Izmerjena frekvenca [Hz]	Razlika [Hz]	Odstopanje [%]
1	12.36	15.75	-3.39	21.5
2	/	19.30	/	/
3	30.76	42.84	-12.08	28.2
4	54.58	50.81	3.76	7.4
5	/	111.35	/	/

Tabela 6: Vrednosti togosti sklepov po posodobitvi osnovnega modela.

Sklep	1	2	3	4	5	6
Togost [10^4 Nm/rad]	6.8	7.7	5	1.8	0.94	0.47

Tabela 7: Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo - posodobljen osnovni model

r	Napovedana frekvenca [Hz]	Izmerjena frekvenca [Hz]	Razlika [Hz]	Odstopanje [%]
1	15.64	15.75	-0.11	0.7
2	/	19.30	/	/
3	42.65	42.84	-0.19	0.4
4	50.96	50.81	0.15	0.3
5	/	111.35	/	/

S posodobljenim osnovnim modelom smo uspeli zmanjšati razlike med izračunanimi in izmerjenimi lastnimi frekvencami in s tem izboljšati natančnost modela. Posodobljene togosti se precej razlikujejo od predvidenih s strani proizvajalca. Kljub vsemu te togosti ne odražajo nujno dejanskega stanja robota. Za primer lahko obravnavamo tretjo lastno obliko, kjer smo prečno togost drugega sklepa, zaradi pomanjkanja prostostne stopnje v tej osi, kompenzirali z zmanjšanjem togosti prvega sklepa. Rezultat je dokaj dobro ujemanje lastnih frekvenc, oblika

pa se še vedno razlikuje od eksperimentalne, saj model predvideva da je posledica deformacije prvega sklepa, v resnici pa je posledica prečne deformacije drugega sklepa. Ker sta osi teh dveh prostosnih stopenj blizu, je tudi vrednost MAC kriterija med oblikama dokaj visoka.

7 Rezultati numerične modalne analize razširjenega modela

V nadaljevanju so prikazani rezultati numerične modalne analize razširjenega modela s posodobljenimi vrednostmi togosti, ki so zapisane v preglednici 8. Vrednosti so bile določene s postopkom predstavljenim v poglavju 4.1.

Tabela 8: Vrednosti togosti sklepov po posodobitvi razširjenega modela.

Prostostna stopnja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Togost [10^4 Nm/rad]	70	70	7.8	9	9	6	2.7	1.8	0.94	0.47

Togosti prve in druge prostostne stopnje predstavljata togost vpetja robota na podlago in je zato njuna vrednost znatno večja od ostalih. Vrednosti četrte in pete prostostne stopnje pa predstavljata prečno togost drugega sklepa.

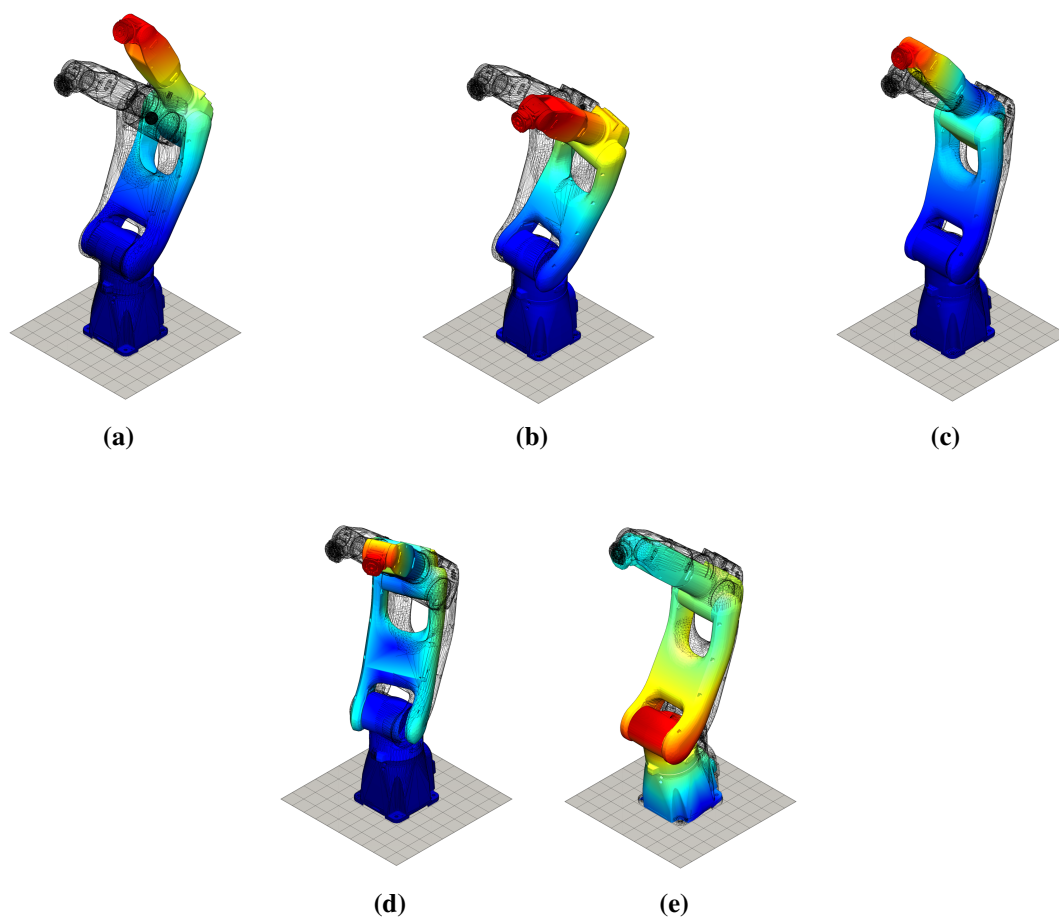
Cilj razširjenega modela je zajeti tudi lastno dinamiko sistema, ki je posledica prečnih deformacij sklepov. Razširjen model ima deset prostostnih stopenj in zato tudi deset lastnih oblik. Ker se v opazovanem frekvenčnem območju nahaja le prvih šest lastnih oblik, bomo obravnavali le te. Lastne oblike prikazuje slika 8.

Ponovno izračunamo tudi MAC matriko in primerjamo lastne frekvence z eksperimentalnimi. Iz slike 9 je razvidno, da z modelom sedaj zajamemo tudi prečne deformacije sklepov in da z dodanimi prostostnimi stopnjami model zelo natančno opiše lastno dinamiko sistema v opazovanem frekvenčnem območju. Visoke vrednosti po diagonali MAC matrike kažejo na to, da se izračunane oblike z izmerjenimi ujemajo tako po obliki sami, kot tudi po zaporedju v katerem nastopajo. Primerjava lastnih frekvenc je prikazana v preglednici 9.

Tabela 9: Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo - razširjen model

r	Napovedana frekvenca [Hz]	Izmerjena frekvenca [Hz]	Razlika [Hz]	Odstopanje [%]
1	15.68	15.75	-0.07	0.4
2	19.92	19.30	0.63	3.3
3	42.05	42.84	-0.78	1.8
4	51.54	50.81	0.73	1.4
5	111.72	111.35	0.38	0.3

Z razširjenim modelom smo uspeli zmanjšati razlike med izračunanimi in izmerjenimi lastnimi frekvencami in s tem izboljšati natančnost modela. S posodobljenim modelom smo uspeli zajeti tudi prečne deformacije sklepov, ki so bile v osnovnem modelu zanemarjene.



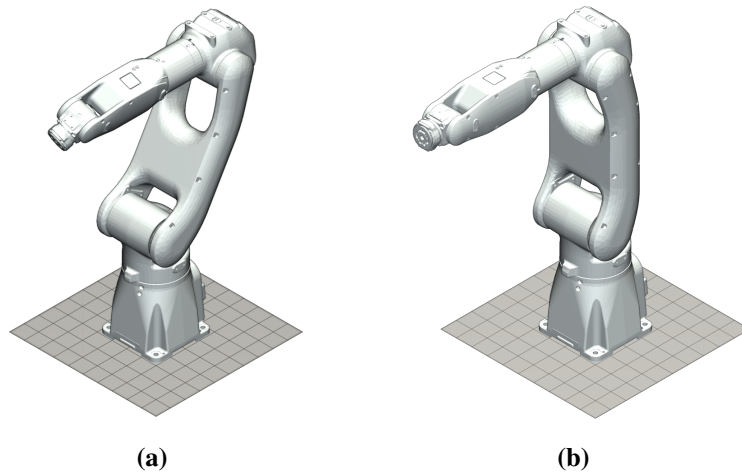
Slika 8: Prvih pet lastnih oblik razširjenega modela: (a) 1. lastna oblika, (b) 2. lastna oblika, (c) 3. lastna oblika, (d) 4. lastna oblika, (e) 5. lastna oblika.

Numerične oblike	1	0.97	0.01	0.00	0.00	0.00
	2	0.01	0.96	0.00	0.00	0.00
	3	0.02	0.00	0.92	0.04	0.00
	4	0.00	0.04	0.05	0.88	0.00
	5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.83
		1	2	3	4	5
		Eksperimentalne oblike				

Slika 9: MAC matrika

8 Napoved lastnih frekvenc z uporabo posodobljenega razširjenega modela

Za validacijo posodobljenega modela, smo spremenili konfiguracijo robota in ponovno eksperimentalno določili lastne frekvence. Meritve smo izvedli v dveh konfiguracijah, ki sta prikazani na slikah 10a in 10b. Lastne frekvence smo nato napovedali z uporabo posodobljenega razširjenega modela in jih primerjali z eksperimentalno določenimi.



Slika 10: Konfiguracije robota za validacijo posodobljenega modela: (a) prva konfiguracija, (b) druga konfiguracija.

8.1 Konfiguracija 1

Vrednosti stanja sklepov prve konfiguracije pa so zapisane v preglednici 10.

Tabela 10: Vrednosti stanja sklepov v prvi konfiguraciji.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
Zasuk sklepa[°]	0	-30	40	20	-30	0

8.2 Konfiguracija 2

Druga konfiguracija robota ustreza ničelnemu položaju sklepov. Vrednosti stanja sklepov so zapisane v preglednici 12.

Model tudi ob spremembi konfiguracije robota ustrezno napove lastne frekvence, saj je odstopanje med napovedanimi in izmerjenimi frekvencami manjše od šest odstotkov. Model predpostavlja, da je zveza med obremenitvijo in deformacijo sklepa linearna. Ker pa se s spreminjanjem konfiguracije robota v prostoru spreminja tudi obremenitev sklepa, pride do manjših odstopanj med napovedanimi in eksperimentalno določenimi lastnimi frekvencami.

Tabela 11: Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo - konfiguracija 1

r	Napovedana frekvenca [Hz]	Izmerjena frekvenca [Hz]	Razlika [Hz]	Odstopanje [%]
1	20.50	21.26	-0.77	3.6
2	24.97	23.99	0.98	4.1
3	31.96	33.30	-1.34	4.0
4	45.20	42.74	2.47	5.8
5	106.09	106.14	-0.05	0.0

Tabela 12: Vrednosti zasukov sklepov v drugi konfiguraciji.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
Zasuk sklepa[°]	0	0	0	0	0	0

Tabela 13: Primerjava lastnih frekvenc med eksperimentalno in numerično analizo - konfiguracija 2

r	Napovedana frekvenca [Hz]	Izmerjena frekvenca [Hz]	Razlika [Hz]	Odstopanje [%]
1	16.77	17.04	-0.27	1.6
2	20.24	19.84	0.39	2.0
3	36.70	36.93	-0.23	0.6
4	46.37	45.63	0.73	1.6
5	127.02	122.06	4.96	4.1

9 Zaključki

V prispevku je bil predstavljen postopek izdelave in posodabljanja dinamskega modela šest-osnega industrijskega robota GP7 na osnovi rezultatov eksperimentalne modalne analize. Osnovni model s šestimi prostostnimi stopnjami je dobro opisal le nekatere lastne oblike, saj ni zajemal prečnih deformacij sklepov. Z uvedbo razširjenega modela z dodatnimi virtualnimi sklepi ter iterativnim posodabljanjem togostnih koeficientov smo bistveno izboljšali ujemanje med numerično napovedanimi in eksperimentalno izmerjenimi lastnimi frekvencami in oblikami. Končni posodobljeni model uspešno zajema tudi vplive prečnih deformacij, kar je bilo potrjeno z validacijo pri različnih konfiguracijah robota, kjer odstopanja med napovedanimi in izmerjenimi frekvencami niso presegla 6%. Rezultati potrjujejo, da je predlagan pristop učinkovit za izboljšanje točnosti dinamskih modelov industrijskih robotov ter predstavlja dobro osnovo za nadaljnje raziskave na področju nadzora, diagnostike in optimizacije konstrukcije robotskih manipulatorjev.

Literatura

- [1] D. J. Ewins. *Modal testing: theory, practice and application*. John Wiley & Sons, 2009.
- [2] Z.-F. Fu and J. He. *Modal analysis*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2001.
- [3] S. Moberg, E. Wernholt, S. Hanssen, and T. Brogårdh. Modeling and parameter estimation of robot manipulators using extended flexible joint models. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 136(3), 2014.
- [4] B. Siciliano and O. Khatib. *Springer Handbook of Robotics*. Springer, Berlin, 2008.
- [5] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics: modelling, planning and control*. Springer Verlag, London, 2009.
- [6] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar. *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons, 2020.



Povezan problem gibanja mase po deformabilnem prostorskem nosilcu: numerična formulacija osnovana na hitrostih

Eva Zupan^{1,2}, Dejan Zupan²

Coupled Problem of a Moving Mass along a Deformable Spatial Beam: A Velocity-Based Numerical Formulation

Povzetek. V članku je predstavljena povezana dinamična analiza gibajočega se delca po deformabilnem tridimenzionalnem nosilcu. Predlagani numerični model upošteva geometrijsko nelinearnost konstrukcije, hkrati z dinamičnimi enačbami konstrukcije pa rešujemo tudi enačbe gibanja delca. Gibajoči se delec predstavlja dinamično obremenitev, ki spreminja porazdelitev mas na konstrukciji, hkrati pa se njegova pot prilagaja zaradi deformabilnosti konstrukcije. Uporabljena je posebej zasnovana formulacija končnih elementov za tridimenzionalni nosilec, ki temelji na hitrostih.

Abstract. In this paper, we present a coupled dynamic analysis of a moving particle on a deformable three-dimensional beam. The proposed numerical model accounts for the geometric nonlinearity of the structure, while the equations governing the motion of the moving particle are solved simultaneously with the dynamic equations of the structure. The moving particle represents a dynamic load, altering the mass distribution of the structure, while its trajectory simultaneously adapts to the structural deformation. A specially designed finite element formulation for the three-dimensional beam based on velocities is employed.

1 Uvod

Analiza deformabilne tridimenzionalne linijske konstrukcije, po kateri se premika masni delec, predstavlja zahteven računski problem. Tako ni presenetljivo, da je v literaturi mogoče najti številne poenostavljene modele, v katerih so enačbe tega močno sklopljenega problema obravnavane ločeno, uporabijo linearen model nosilca in druge poenostavitve. Problem je dovolj zanimiv, da je pritegnil številne avtorje, naštejmo jih le nekaj [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [9], [10]. V temu delu predstavljamo računsko učinkovito numerično formulacijo geometrijsko

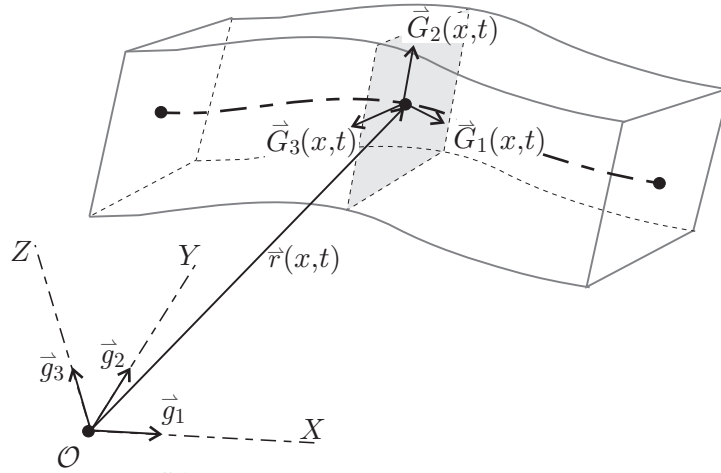
¹ HSE d.d.

² Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

točnega tridimenzionalnega nosilca, ki hkrati upošteva vpliv premikajoče se mase. Uporabljen pristop končnih elementov je posebej razvit za numerično učinkovito sklapljanje med formulacijo nosilca in enačbami gibanja premikajočega se telesa. Posebna pozornost je namenjena robustnosti numeričnih postopkov, zlasti pri obsežnih simulacijah.

2 Model prostorskega nosilca

Izhajamo iz geometrijsko nelinearnega modela nosilca [8], ki omogoča neomejene pomike in zasuke ter omogoča upoštevanje osnih, strižnih, torzijskih in upogibnih deformacij. Geometrija nosilca je opisana s težiščno osjo in družino prečnih prerezov, ki niso nujno pravokotni na težiščno os. Za opis uporabimo dva koordinatna sistema: i) fiksni koordinatni sistem z bazo $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\}$ ter ii) lokalni koordinatni sistem $\{\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3\}$, pripet na prečni prerez. Povezava med fiksnim in lokalnim sistemom je podana z rotacijami, ki jih v tej formulaciji parametriziramo z rotacijskimi kvaternioni. Z x bomo označili naravni parameter težiščne osi v začetni legi nosilca, L pa bo njegova začetna dolžina.



Slika 1: Model prostorskega nosilca.

Osnovne enačbe dinamike nosilca s kvaternionskim opisom rotacij so:

$$\mathbf{n}' + \tilde{\mathbf{n}} - \frac{d}{dt}(\rho A \mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{m}' + \mathbf{r}' \times \mathbf{n} + \tilde{\mathbf{m}} - \frac{d}{dt}(\hat{\mathbf{q}} \circ (\mathbf{J}_\rho \boldsymbol{\Omega}) \circ \hat{\mathbf{q}}^*) = \hat{\mathbf{0}}, \quad (2)$$

kjer je $\mathbf{r}$ krajevni vektor težiščne osi, $\mathbf{v}$ pripadajoča hitrost, $\mathbf{q}$ rotacijski kvaternion in $\boldsymbol{\Omega}$ pripadajoča kotna hitrost. $\mathbf{n}$ in $\mathbf{m}$ sta rezultatna notranja sila in notranji moment prečnega prereza, $\tilde{\mathbf{n}}$ in $\tilde{\mathbf{m}}$ označujeta porazdeljeno zunanjo obtežbo, ρ je gostota, A ploščina in $\mathbf{J}_\rho$ vztrajnostna matrika prečnega prereza. Vse količine razen $\boldsymbol{\Omega}$ so izražene v fiksni bazi. Oznako $(')$ smo uporabili za odvode po parametru x , $\circ$ pa za kvaternionске produkte. Sočasno moramo zadostiti še

robnimim pogojem

$$\begin{aligned}\mathbf{n}^0 + \mathbf{f}^0 &= \mathbf{0} & \mathbf{m}^0 + \mathbf{h}^0 &= \mathbf{0} \\ \mathbf{n}^L - \mathbf{f}^L &= \mathbf{0} & \mathbf{m}^L - \mathbf{h}^L &= \mathbf{0},\end{aligned}$$

kjer so $\mathbf{f}^0$, $\mathbf{h}^0$, $\mathbf{f}^L$ in $\mathbf{h}^L$ so robne točkovne sile in momenti.

V skladu s kinematično točno teorijo nosilcev vpeljemo še deformacijska vektorja:

$$\mathbf{\Gamma} = \hat{\mathbf{q}}^* \circ \mathbf{r}' \circ \hat{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}_0, \quad \mathbf{K} = 2\hat{\mathbf{q}}^* \circ \hat{\mathbf{q}}', \quad (3)$$

ki sta v zgornjih enačbah izražena v lokalni bazi. Deformacijska vektorja $\mathbf{\Gamma}$ in $\mathbf{K}$ sta preko konstitucijskih enačb povezana s resultantnimi notranjimi silami in momenti:

$$\mathbf{N} = \hat{\mathbf{q}}^* \circ \mathbf{n} \circ \hat{\mathbf{q}} = \mathcal{C}_N(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{K}) \quad (4)$$

$$\mathbf{M} = \hat{\mathbf{q}}^* \circ \mathbf{m} \circ \hat{\mathbf{q}} = \mathcal{C}_M(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{K}), \quad (5)$$

operatorja $\mathcal{C}_N$ and $\mathcal{C}_M$ torej opisujeta material, iz katerega je zgrajen nosilec.

Za metodo reševanja, ki temelji na hitrostih, je ugodneje kinematični enačbi (3) odvajati po času ter odvode deformacijskih vektorjev povezati s hitrostjo in kotno hitrostjo:

$$\dot{\mathbf{\Gamma}} = \hat{\mathbf{q}}^* \circ \mathbf{v}' \circ \hat{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{q}}^* \circ \mathbf{r}' \circ \hat{\mathbf{q}} \times \mathbf{\Omega}, \quad \dot{\mathbf{K}} = \mathbf{\Omega}' + \mathbf{K} \times \mathbf{\Omega}. \quad (6)$$

Enačbi (6) imenujemo enačbi kinematične kompatibilnosti. Pri našem pristopu sta ključni za robustno časovno diskretizacijo deformacij.

3 Diskretizacija enačb

Enačbe nelinearnega nosilca so običajno prezahtevne, da bi jih lahko rešili analitično. Tako bomo vpeljali časovno in krajevno diskretizacijo enačb, ki omogoča numerično reševanje. Odvoda v enačbah (1) in (2) aproksimiramo z vrednostjo funkcije v vmesni točki:

$$\rho A \mathbf{v}^{[n+1]} - \rho A \mathbf{v}^{[n]} = h \left(\mathbf{n}'^{[n+1/2]} + \tilde{\mathbf{n}}^{[n+1/2]} \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_\rho \left(\mathbf{\Omega}^{[n+1]} - \mathbf{\Omega}^{[n]} \right) &= h \left[\mathbf{M}'^{[n+1/2]} + \mathbf{K}^{[n+1/2]} \times \mathbf{M}^{[n+1/2]} - \mathbf{\Omega}^{[n+1/2]} \times \mathbf{J}_\rho \mathbf{\Omega}^{[n+1/2]} \right. \\ &\quad \left. + \left(\mathbf{\Gamma}^{[n+1/2]} - \mathbf{\Gamma}_0 \right) \times \hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \mathbf{n}^{[n+1/2]} \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]} + \hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \tilde{\mathbf{m}}^{[n+1/2]} \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Z zgornjimi indeksi n , $n+1$ in $n+1/2$ smo označili čase, pri katerih je posamezna količina izrednotena, $h = t_{n+1} - t_n$ je časovni korak, $t_{n+1/2} = t_n + h/2$ pa vmesni čas.

Povsem analogno diskretiziramo enačbe kinematične kompatibilnosti

$$\mathbf{\Gamma}^{[n+1]} - \mathbf{\Gamma}^{[n]} = h \left[\hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \mathbf{v}'^{[n+1/2]} \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]} + \left(\hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \mathbf{r}'^{[n+1/2]} \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]} \right) \times \mathbf{\Omega}^{[n+1/2]} \right] \quad (9)$$

$$\mathbf{K}^{[n+1]} - \mathbf{K}^{[n]} = h \left[\mathbf{\Omega}'^{[n+1/2]} - \mathbf{\Omega}^{[n+1/2]} \times \mathbf{K}^{[n+1/2]} \right]. \quad (10)$$

V našem pristopu za osnovne neznanke problema pri poljubnem (vmesnem) času izberemo povprečne hitrosti in kotne hitrosti časovnega koraka:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^{[n+1/2]} &= \frac{1}{2} \left(\mathbf{v}^{[n]} + \mathbf{v}^{[n+1]} \right) \\ \boldsymbol{\Omega}^{[n+1/2]} &= \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\Omega}^{[n]} + \boldsymbol{\Omega}^{[n+1]} \right),\end{aligned}$$

vse ostale količine pa izrazimo z osnovnimi neznankami. Diskretizacija po kraju temelji na interpolaciji povprečnih hitrosti in kotnih hitrosti skozi N ekvidistantnih točk x_p , za katere velja $x_0 = 0$ in $x_N = L$:

$$\mathbf{v}^{[n+1/2]}(x) = \sum_{p=1}^N I_p(x) \mathbf{v}^{[n+1/2]}(x_p) = \sum_{p=1}^N I_p(x) \mathbf{v}_p^{[n+1/2]} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\Omega}^{[n+1/2]}(x) = \sum_{p=1}^N I_p(x) \boldsymbol{\Omega}^{[n+1/2]}(x_p) = \sum_{p=1}^N I_p(x) \boldsymbol{\Omega}_p^{[n+1/2]}. \quad (12)$$

Tako smo zvezne osnovne neznanke po kraju nadomestili z $2N$ diskretnimi vektorskimi količinami. Za diskretizacijo vodilnih enačb izraza (7) in (8) pomnožimo z oblikovnimi funkcijami $I_p(x)$, $p = 1, \dots, N$, integriramo po dolžini nosilca in nekatere člene integriramo po delih. Tako dobimo končno obliko vodilnih diskretnih enačb prostorskega nosilca:

$$\int_0^L \left[\rho A \mathbf{v}^{[n+1]} I_p - \rho A \mathbf{v}^{[n]} I_p + h \mathbf{n}^{[n+1/2]} I'_p - h \tilde{\mathbf{n}}^{[n+1/2]} I_p \right] dx - \beta_p \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left[\mathbf{J}_\rho \boldsymbol{\Omega}^{[n+1]} I_p - \mathbf{J}_\rho \boldsymbol{\Omega}^{[n]} I_p + h \mathbf{M}^{[n+1/2]} I'_p - h \mathbf{K}^{[n+1/2]} \times \mathbf{M}^{[n+1/2]} I_p + h \boldsymbol{\Omega}^{[n+1/2]} \times \mathbf{J}_\rho \boldsymbol{\Omega}^{[n+1/2]} I_p \right. \\ & \left. - h \hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \left(\mathbf{r}'^{[n+1/2]} \times \mathbf{n}^{[n+1/2]} + \tilde{\mathbf{m}}^{[n+1/2]} \right) \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]} I_p \right] dx - \beta_p \mathbf{H} = \mathbf{0}, \quad (14) \end{aligned}$$

Količini $\beta_p \mathbf{f}$ in $\beta_p \mathbf{H}$ izhajata iz integracije po delih ter na eleganten način vključujeta robne pogoje v diskretizirane enačbe, saj velja

$$\beta_p \mathbf{f} = \begin{cases} \mathbf{f}^0, & p = 0 \\ \mathbf{f}^L, & p = N + 1 \\ 0, & \text{sicer} \end{cases}, \quad \beta_p \mathbf{H} = \begin{cases} \hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \mathbf{h}^0 \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]}, & p = 0 \\ \hat{\mathbf{q}}^{*[n+1/2]} \circ \mathbf{h}^L \circ \hat{\mathbf{q}}^{[n+1/2]}, & p = N + 1 \\ 0, & \text{sicer} \end{cases}.$$

Enačbe (13)–(14) predstavljajo $2N$ nelinearnih diskretnih algebraskih enačb za prav toliko neznanih hitrosti in kotnih hitrosti v vmesnem času časovnega koraka. Metoda je računsko robustna, njena dodatna prednost pa je ohranjanje energije konzervativnih sistemov [12].

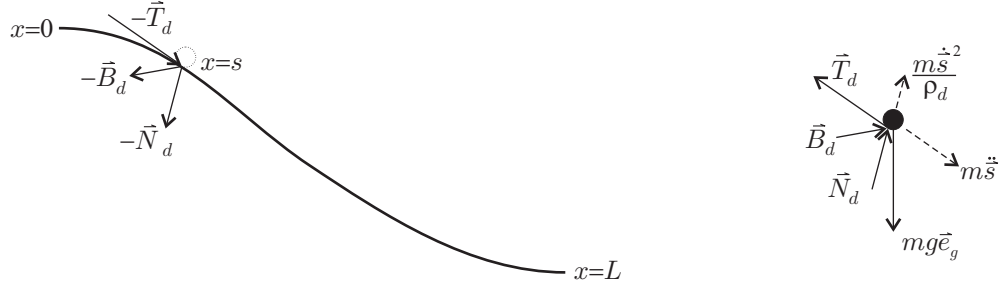
4 Masni delec

Predpostavimo, da lahko telo, ki se giblje vzdolž nosilca, modeliramo kot delec s konstantno maso, ki se premika po težiščni osi nosilca. Začetni položaj, $s_p^{[0]}$, in začetna hitrost, $v_p^{[0]}$, sta

znana. Gibanje delca je enolično opisano s parametrom poti $s(t)$. Za opis gibanja uporabimo standardni Frenetov koordinatni sistem $\mathcal{B}_P(s(t), t) = \{\mathbf{e}_t(s(t), t), \mathbf{e}_n(s(t), t), \mathbf{e}_b(s(t), t)\}$, kjer parameter $s(t)$ in krajevni vektor $\mathbf{r}^P = \mathbf{r}(s(t), t)$ določata lego delca v določenem času t .

(a) Sile, ki delujejo na nosilec:

(b) Sile, ki delujejo na delec:



Slika 2: Masni delec na nosilcu.

Vpliv gibajočega se delca na nosilec opišemo s silami $\mathbf{T}^P$, $\mathbf{N}^P$ in $\mathbf{B}^P$ v Frenetovem koordinatnem sistemu ter z upoštevanjem njihovih diskretnih vplivov na nosilec v skladu s teorijo distribucij. Točkovne sile, ki opisujejo vpliv delca v diskretni točki $x = s(t)$, izrazimo glede na nepomično bazo $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\}$ in seštejemo:

$$\mathbf{f}^P = \mathbf{t}^P + \mathbf{n}^P + \mathbf{b}^P.$$

Ob upoštevanju teorije distribucij lahko točkovni vpliv pomnožimo z Diracovo delta funkcijo in prištejemo porazdeljeni obtežbi:

$$\tilde{\mathbf{n}}_{all}(x) = \tilde{\mathbf{n}}(x) + \mathbf{f}^P \delta_s(x),$$

kjer je $\delta_s(x)$ Diracova delta funkcija, s katero na eleganten način vključimo točkovni vpliv v točki s v diskretne enačbe nosilca, saj velja

$$\int_0^L \mathbf{f}^P \delta_s(x) I_p(x) dx = \mathbf{f}^P I_p(s)$$

Gibalne enačbe gibajočega se delca, izražene v Frenetovem koordinatnem sistemu, lahko poenostavimo v eno skalarno enačbo, ki opisuje lego delca. S preprosto izpeljavo dobimo:

$$-\dot{s}\mu \left\| \frac{\dot{s}^2}{\rho_P} \mathbf{e}_n - g(\mathbf{e}_g \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n \right\| + g(\mathbf{e}_g \cdot \mathbf{e}_t) - \ddot{s} = 0, \quad (15)$$

kjer je μ koeficient trenja, ρ_P krivinski polmer, g pa gravitacijski pospešek. Bazni vektorji v zgornji enačbi so izraženi neposredno iz trenutne konfiguracije nosilca pri $x = s(t)$:

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{r}', \quad \mathbf{e}_n = \frac{\mathbf{r}''}{\|\mathbf{r}''\|} = \rho_P \mathbf{e}_t', \quad \mathbf{e}_b = \frac{\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''}{\|\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''\|}. \quad (16)$$

Enačbo (15) rešujemo hkrati z diskretiziranimi dinamičnimi enačbami nosilca. Dodatni neznanki, ki ju vpeljemo, sta lega delca $s(t)$ in njegova hitrost $v_P = \dot{s}(t)$. Pomembno je, da dodatno enačbo diskretiziramo po času v skladu z opisano diskretizacijo enačb nosilca. Tako pospešek delca aproksimiramo z razliko hitrosti delca pri dveh zaporednih časih, ostale člene pa iz vrednotimo pri vmesnem času:

$$v_P^{[n+1]} - v_P^{[n]} = -h v_P^{[n+1/2]} \mu \left\| \frac{v_P^{2[n+1/2]}}{\rho_P} - g \left(\mathbf{e}_g \cdot \mathbf{e}_n^{[n+1/2]} \right) \right\| + h g \left(\mathbf{e}_g \cdot \mathbf{e}_t^{[n+1/2]} \right), \quad (17)$$

pri čemer je hitrost delca pri vmesnem času definirana kot:

$$v_P^{[n+1/2]} = \overline{v_P} = \frac{1}{2} \left(v_P^{[n]} + v_P^{[n+1]} \right). \quad (18)$$

Enačbo (17) dodamo diskretnim enačbam linijske konstrukcije in jo rešujemo hkrati z ostalimi enačbami za osnovno neznanko $v_P^{[n+1/2]}$. Zaradi implicitne sheme časovne diskretizacije je sistem enačb pri vsakem časovnem koraku nelinearen. Te sisteme rešujemo z Newtonovo iteracijo. Poudariti je treba, da sta zaradi izbrane množice primarnih spremenljivk tako linearizacija kot posodabljanje rešitve bistveno poenostavljena. Rezultat tega je numerično učinkovita in robustna metoda.

5 Računski primer: delec na prostoležečem nosilcu

Z odzivom prostoležečega nosilca pri prehodu delca so se ukvarjali že številni avtorji. Tukaj povzemamo podatke po viru [11]. Preko prostoležečega nosileca dolžine $L = 4.352$ potuje delec z maso $m = 21.83$ z začetno hitrostjo $v_P^{[0]} = 27.49$. Ostale karakteristike nosilca so

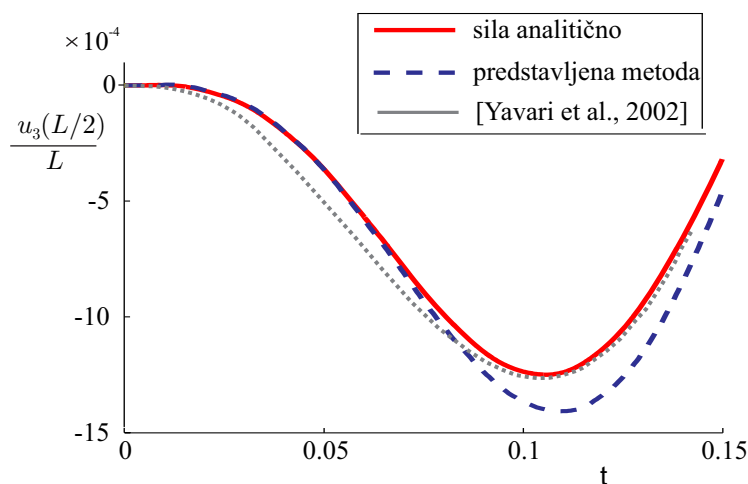
$$\begin{aligned} E &= 2.02 \cdot 10^{11} & G &= 7.7 \cdot 10^{10} & \rho &= 1.5267 \cdot 10^4 \\ A_1 &= 1.31 \cdot 10^{-3} & A_2 &= A_3 = 9.16 \cdot 10^{-4} \\ J_1 &= 1.142 \cdot 10^{-6} & J_2 &= J_3 = 5.71 \cdot 10^{-7}. \end{aligned}$$

Gravitacija deluje v nasprotni smeri tretjega baznega vektorja: $\vec{e}_g = -\vec{g}_3$, težnostni pospešek pa je velikosti $g = 9.81$. Za vse numerični račun uporabimo dva končna elementa višjega reda z devetimi vozlišči. Uporabili smo nespremenljiv časovni korakom velikosti $\Delta t = 0.001$. Poudariti moramo, da podajamo le začetno hitrost $v_P^{[0]}$ delca, nato pa se hitrost s časom spreminja v skladu z gibalno enačbo delca, vendar so spremembe ob izbiri podlage brez trenja zelo majhne. Na sliki 3, prikazujemo rezultate vertikalnih pomikov sredine nosilca, normirani z dolžino nosilca.

Povezano reševanje vpliva premikajoče se mase vodi do večjih prečnih pomikov na sredini nosilca, ki se značilno razlikujejo od pomikov zaradi prehoda sile.

6 Zaključek

Predstavili smo numerično rešitev za delec, ki se giblje vzdolž osi nelinearnega tridimenzionalnega nosilca. Njegovo obnašanje opisuje gibalna enačba, pri čemer sta hitrost in pospešek delca



Slika 3: Prečni pomiki sredine prostoležečega nosilca s potujočim delcem.

odvisna tudi od oblike in gibanja nosilca, po katerem se premika. Gibalna enačba delca je dodana sistemu dinamičnih enačb nosilca, pri čemer je uvedena nova neznanka, ki opisuje hitrost gibajočega se delca. Predstavljeni numerični model omogoča upoštevanje poljubne začetne geometrije, različnih vrst podpor in geometrijske nelinearnosti konstrukcije.

Literatura

- [1] G. Chen, L. Qian, and Q. Yin. Dynamic Analysis of a Timoshenko Beam Subjected to an Accelerating Mass Using Spectral Element Method. *Shock Vib.*, 2014:1–12, 2014.
- [2] B. Dyniewicz. Space-time finite element approach to general description of a moving inertial load. *Finite Elem. Anal. Des.*, 62:8–17, 2012.
- [3] E. Esmailzadeh and M. Ghorashi. Vibration analysis of a Timoshenko beam subjected to a travelling mass. *J. Sound Vibr.*, 199(4):615–628, 1997.
- [4] J.-Q. Jiang. Transient responses of Timoshenko beams subject to a moving mass. *J. Vib. Control*, 17(13):1975–1982, 2011.
- [5] H. Lee. The dynamic response of a Timoshenko beam subjected to a moving mass. *J. Sound Vibr.*, 198(2):249–256, 1996.
- [6] S. Siddiqui, M. Golnaraghi, and G. Heppler. Dynamics of a flexible cantilever beam carrying a moving mass. *Nonlinear Dyn.*, 15(2):137–154, 1998.
- [7] S. Siddiqui, M. Golnaraghi, and G. Heppler. Dynamics of a flexible beam carrying a moving mass using perturbation, numerical and time-frequency analysis techniques. *J. Sound Vibr.*, 229(5):1023–1055, 2000.

- [8] Simo, J.C., Tarnow, N., Doblare, M. Nonlinear dynamics of 3-dimensional rods - exact energy and momentum conserving algorithms. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 38(9):1431–1473, 1995.
- [9] M. Simsek. Vibration analysis of a functionally graded beam under a moving mass by using different beam theories. *Compos. Struct.*, 92(4):904–917, 2010.
- [10] Y. Song, T. Kim, and U. Lee. Vibration of a beam subjected to a moving force: Frequency-domain spectral element modeling and analysis. *Int. J. Mech. Sci.*, 113:162–174, 2016.
- [11] A. Yavari, M. Nouri, and M. Mofid. Discrete element analysis of dynamic response of Timoshenko beams under moving mass. *Adv. Eng. Softw.*, 33(3):143–153, 2002.
- [12] Zupan, E., Zupan, D. On conservation of energy and kinematic compatibility in dynamics of nonlinear velocity-based three-dimensional beams. *Nonlinear Dynamics*, 95:1379–1394, 2019.



Karakterizacija dinamskega sistema z vzbujanjem preko elektromotorja med obratovanjem

Domen Kocbek¹, Domen Ocepek¹, Miha Pogačar¹, Mitja Štimulak²,
Gregor Čepon¹

Dynamic system characterization using motor-based excitation during operation

Povzetek. V prispevku je predstavljena metoda rotacijske obratovalne systemske identifikacije, ki omogoča eksperimentalno oceno frekvenčnih prenosnih funkcij med obratovanjem sistema brez potrebe po ločenem kontroliranem vzbujevalnem viru. Ključno vlogo pri tem ima elektromotor, ki poleg pogona sistema zagotavlja tudi vzbujanje preko nadzora tokovne komponente, ki povzroča moment motorja. S tem se odpravi potreba po namenskem merilniku vzbujevalnih sil, saj je moment možno izračunati neposredno iz faznih električnih tokov. Učinkovitost metode je preverjena na namenski testni celici. Rezultati nakazujejo dobro ujemanje frekvenčnih prenosnih funkcij, izračunanih na podlagi meritev momenta in na podlagi faznih tokov, kar potrjuje uporabnost metode rotacijske obratovalne systemske identifikacije za karakterizacijo dinamičnih lastnosti sistemov v realnih obratovalnih pogojih.

Abstract. This paper presents the rotational operational system identification method, which enables the experimental estimation of frequency response functions during system operation without requiring a separate controlled excitation source. The key component is the electric motor, which provides both the system drive and excitation through control of the torque-producing current component. This approach eliminates the need for a dedicated force sensor, as the torque can be calculated directly from the motor's phase currents. The effectiveness of the method was validated on a purpose-built test rig. The results indicate strong agreement between frequency response functions obtained from torque measurements and those derived from phase currents, confirming the suitability of the rotational operational system identification method for dynamic system characterization under real operating conditions.

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

² Gorenje gospodinjski aparati, d.o.o.

1 Uvod

V inženirstvu za zagotavljanje varnosti, zanesljivosti in uporabnosti sistemov vse večjo vlogo igra nadzorovanje stanja sistemov. Zgodnje zaznavanje in odpravljanje napak je ključno za preprečevanje okvar in zmanjševanje stroškov vzdrževanja. V sodobnih sistemih se s tem namenom pogosto uporabljajo metode, ki temeljijo na spremljanju vibracijskih odzivov struktur, lastnih frekvenc in lastnih oblik [3]. Eno od tovrstnih orodij je spremljanje frekvenčnih prenosnih funkcij, ki so lastnost sistema in predstavljajo razmerje med odzivom in vzbujanjem sistema. Njihova sprememba nakazuje na spremembo v sistemu. Za njihovo eksperimentalno določitev je potrebno sistem vzbuditi in poznati njegov odziv. V praksi to lahko pomeni merjenje vzbujevalne sile in odziva sistema. Za vzbujanje sistemov se pogosto uporablja t. i. modalna kladiva ali elektrodinamske stresalnike [2]. Pri izvedbi teh eksperimentov morajo sistemi običajno mirovati, kar lahko predstavlja določene omejitve. Frekvenčne prenosne funkcije je mogoče določiti tudi med obratovanjem, vendar je za to potrebno med obratovanjem sistema vanj vnesti dodatno vzbujanje. S tam se kompleksnost merilnega sistema še bistveno poveča, težavo pa povzroča tudi časovna uskladitev vzbujevalnih signalov [1].

V nadaljevanju je predstavljena metoda rotacijske obratovalne systemske identifikacije - ROSI, ki omogoča izračun frekvenčnih prenosnih funkcij med obratovanjem sistema, a odpravlja potrebo po dodatnem viru vzbujanja. Ta je zagotovljena s primernim vodenjem elektromotorja, ki skrbi za pogon sistema. Slednje omogoča, da namesto namenskega senzorja za zajem vzbujevalnih sil sistema, le-te izračunamo na podlagi faznih električnih tokov, s katerimi krmilimo elektromotor. S tem se kompleksnost merilnega sistema bistveno zmanjša, obenem pa ima to lahko tudi ugoden stroškovni vpliv.

1.1 Frekvenčna prenosna funkcija

Vpogled v dinamske lastnosti sistema nam omogoča frekvenčna prenosna funkcija $\mathbf{Y}$, ki predstavlja razmerje med odzivom in vzbujanjem sistema. Frekvenčne prenosne funkcije je mogoče določiti analitično, vendar se v praksi za kompleksne strukture uporabljajo eksperimentalne metode ocene frekvenčnih prenosnih funkcij. Pri tem je pomembno, da sistem kontrolirano vzbujamo, najpogostejša sta načina kjer strukturo vzbujamo z modalnim kladivom ali s stresalnikom. V idealnih razmerah, ko meritve vzbujanja in odziva niso obremenjene s šumom, frekvenčno prenosno funkcijo izračunamo kot povprečje spektrov sil f_k in spektrov odziva u_k , kjer k predstavlja posamezno meritev:

$$\mathbf{Y} = \frac{\sum_k u_k}{\sum_k f_k}. \quad (1)$$

V praksi so meritve vedno obremenjene z merilnim šumom, zato frekvenčne prenosne funkcije ocenimo s pomočjo cenilk H_1 in H_2 [2]. Cenilki frekvenčne prenosne funkcije sta definirani s pomočjo avto- in križnih spektrov. Nadpis $\star^H$ zaznamuje kompleksno konjugirano vrednost:

$$G_{u,u} = \frac{1}{n_m} \sum_{k=1}^{n_m} u_k u_k^H, \quad (2)$$

$$G_{f,f} = \frac{1}{n_m} \sum_{k=1}^{n_m} f_k f_k^H, \quad (3)$$

$$G_{u,f} = \frac{1}{n_m} \sum_{k=1}^{n_m} u_k f_k^H, \quad (4)$$

$$G_{f,u} = \frac{1}{n_m} \sum_{k=1}^{n_m} f_k u_k^H. \quad (5)$$

S povprečenjem dosežemo, da se pri križnih močnostnih spektrih $G_{u,f}$ in $G_{f,u}$ naključni pogreški izničijo, kar pa ne drži za avto močnostna spektra $G_{u,u}$ in $G_{f,f}$. Cenilki frekvenčnih prenosnih funkcij H_1 in H_2 sta definirani kot:

$$H_1 = \frac{G_{u,f}}{G_{f,f}}, \quad (6)$$

$$H_2 = \frac{G_{u,u}}{G_{f,u}}. \quad (7)$$

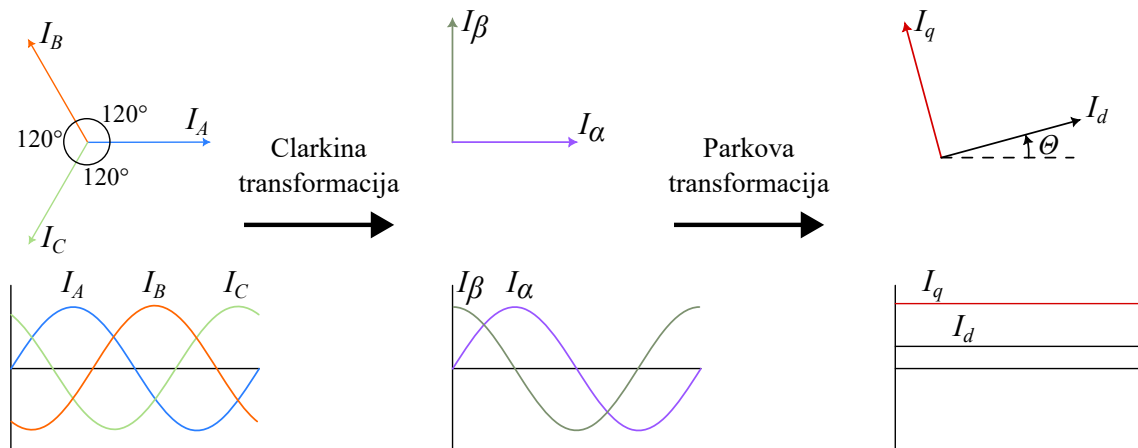
Katero od cenilk uporabimo je odvisno od tega katera izmed vhodne in izhodne merjene veličine ima ugodnejše razmerje med signalom in šumom. Če je razmerje visoko za vhodni signal, uporabimo cenilko H_1 , v nasprotnem primeru pa obratno.

Kot vhodna spremenljivka se pogosto uporablja meritev sile, kot izhodna pa meritev pomika ali pospeška. Uporabimo pa lahko tudi druge veličine na primer meritev hitrosti kot izhodno veličino in meritev momenta kot vhodno veličino.

1.2 Izračun momenta elektromotorja na podlagi električnega toka

Cenovna dostopnost in njihova široka uporabnost sta poglavitna razloga, da so se sinhronski motorji s trajnimi magneti (angl. *permanent magnet synchronous motor* - PMSM) uveljavili v mnogih inženirskih aplikacijah. Za krmiljenje tovrstnih motorjev se uporablja napredna matematična metoda vektorske regulacije. Regulacija deluje na podlagi povratne zanke pri čemer se meri trenutne fazne tokove motorja in se jih primerja z referenčnimi vrednostmi, pri čemer je potrebno poznati položaj rotorja. Določitev slednjega je odvisna od tega ali je motor opremljen s senzorjem položaja rotorja ali ne [4, 5]. V primeru, da motor nima senzorja položaja rotorja, moramo položaj oceniti, v primeru motorja opremljenega s senzorjem pa pravi položaj poznamo. Vektorska regulacija je ena izmed metod ustvarjanja vrtilnega magnetnega polja z elektromagneti na statorju in trajnimi magneti na rotorju. S spreminjanjem toka v navitjih spreminjamo smer vektorja magnetnega polja in posledično moment motorja. Moment na motorju ustvarja zgolj sila, ki je pravokotna glede na položaj trajnega magneta na rotorju. Statorski tok lahko razdelimo na dve komponenti in opišemo z ortogonalnima vektorjema. Ena komponenta je pravokotna na smer magnetnega polja rotorja I_q in predstavlja moment, druga komponenta, ki je vzporedna s smerjo magnetnega polja rotorja, pa predstavlja magnetni pretok I_d . Cilj krmiljenja je povečati moment motorja in zmanjšati njegovo ortogonalno komponento – magnetni pretok.

Tokov I_d in I_q ne moremo neposredno izmeriti, izmerimo pa lahko fazne tokove motorja I_A , I_B in I_C . Ti tokovi so izmerjeni v časovni domeni - ABC . S Clarkino transformacijo lahko preidemo v statično domeno - $\alpha\beta$ in dobimo ortogonalna tokova I_α in I_β . Zadnji korak v transformaciji je pretvorba v vrtilno domeno - dq , ki jo dosežemo s Parkovo transformacijo. Ta predstavlja rotacijo koordinatnega sistema tako, da se poravna z magnetnim pretokom rotorja. Transformacije shematsko prikazuje slika 1. V domeni - dq tok I_d predstavlja magnetilni tok, tok I_q pa tok, ki ustvarja moment.



Slika 1: Shematski prikaz Clarkine in Parkove transformacije.

Matematično je Clarkina transformacija definirana kot:

$$\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}, \quad (8)$$

ob pogoju, da so navitja v motorju med seboj zamaknjena za 120° .

Parkova transformacija je definirana kot:

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}. \quad (9)$$

V enačbi (9) Θ predstavlja magnetni kot rotorja. Ta je odvisen od položaja rotorja in od števila polovih parov, ki jih ima motor.

Moment motorja T in tokova I_d in I_q povezuje zveza:

$$T = \frac{3}{2} p (\psi_m I_q + (L_d - L_q) I_d I_q), \quad (10)$$

kjer p predstavlja število polovih parov, L_d in L_q predstavljata induktivnost motorja v vzdolžni in prečni smeri, ψ_m zaznamuje magnetni pretok, vse pa so lastnost posameznega elektromotorja.

V splošnem je moment motorja odvisen tako od I_q kot I_d , vendar pa se enačba v primeru, da velja $L_d = L_q$, poenostavi:

$$T = \frac{3}{2} p \psi_m I_q. \quad (11)$$

Nadzor obratovanja motorja se vrši v zaprtizančnem sistemu, kjer primerjamo želeno referenčno vrednost toka I_q z izmerjeno vrednostjo. Referenčne vrednosti faznih tokov lahko izračunamo z uporabo inverznih Clarkine in Parkove transformacije. Skladno z enačbo (11) sta moment, ki ga zagotavlja elektromotor, in tok I_q sorazmerna.

To pomeni, da lahko z vplivanjem na obliko toka I_q , vplivamo na moment, ki ga zagotavlja motor.

2 Metodologija

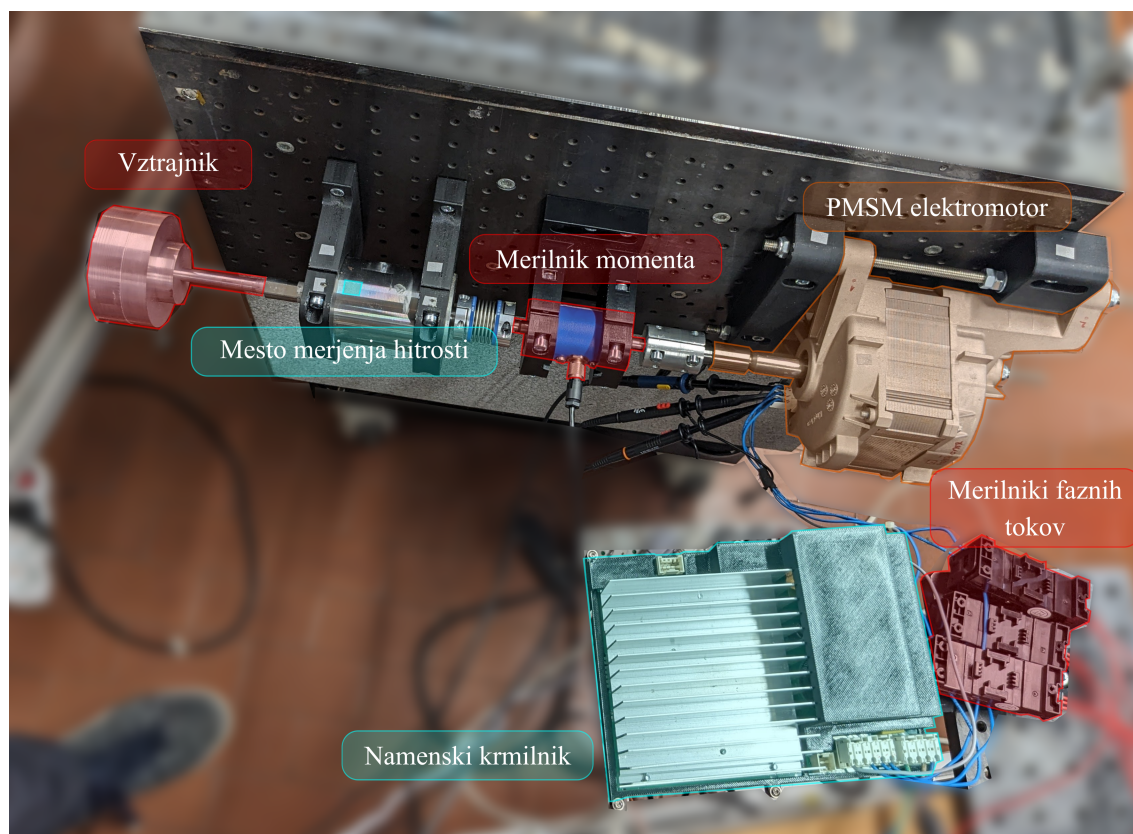
2.1 Rotacijska obratovalna sistemska identifikacija

V sklopu raziskave smo želeli z novo metodologijo rotacijske obratovalne sistemske identifikacije - ROSI določiti dinamske lastnosti sistema med obratovanjem. To je sicer mogoče s pomočjo merjenja frekvenčnih prenosnih funkcij med obratovanjem (angl: *operational system identification* - OSI) [1], vendar ta metoda poleg vzbujanja zaradi obratovanja zahteva še dodatno vzbujanje, ki ga tipično zagotavlja stresalnik. Glavna prednost ROSI je v tem, da odpravlja potrebo dodatnem vzbujanju sistema s stresalnikom, saj obe funkciji opravlja elektromotor, ki služi za obratovanje sistema. Z vplivanjem na tok I_q lahko dosežemo, da motor med obratovanjem dodatno vzbuja strukturo. To dosežemo tako, da toku I_q prištejemo naključni šum, s čimer dobimo naključno vzbujan sistem ali prištejemo spremenljiv sinusni signal, s čimer dosežemo vzbujanje s sinusnim preletom. Z merjenjem vzbujanja (momenta na gredi) in odziva sistema (hitrosti) lahko tako eksperimentalno določimo frekvenčno prenosno funkcijo. V primeru, da moment izračunamo iz faznih tokov elektromotorja, lahko frekvenčne prenosne funkcije namesto iz meritve z merilnikom momenta, izračunamo z uporabo izračunanega momenta. Na ta način odstranimo potrebo po dodatnem členu v merilni verigi.

2.2 Testna celica

V ta namen smo zasnovali testno celico, s katero je mogoče prikazati uporabnost metode ROSI. Celica je prikazana na sliki 2. Sestavljajo jo elektromotor brez senzorja pozicije s trajnimi magneti proizvajalca KingClean. S togo sklopko je povezan z merilnikom momenta S2200-7.5-A2 proizvajalca NCTE. Merilnik momenta je z mehasto sklopko sklopljen z uležajeno gredjo, s katero je zagotovljeno, da je merilnik obremenjen le torzijsko in se nanj ne prenašajo upogibne obremenitve kot posledica morebitnih napak v soosnoti. Na to gred je z zlepljeno vijačno zvezo pritrjen aluminijast vztrajnik. Za delovanje motorja skrbi namenski krmilnik PMSM motorja.

Med obratovanjem sistema z merilnikom momenta merimo moment, ki ga zagotavljamo z motorjem. Za izračun frekvenčne prenosne funkcije na ležajnem ohišju gnane gredi merimo hitrost. Meritve smo izvedli z digitalnim vibrometrom VibroGo VG0-200 proizvajalca Polytec. Za meritve faznih tokov motorja smo uporabili tri Hallove senzorje HTRS 10-SBI proizvajalca



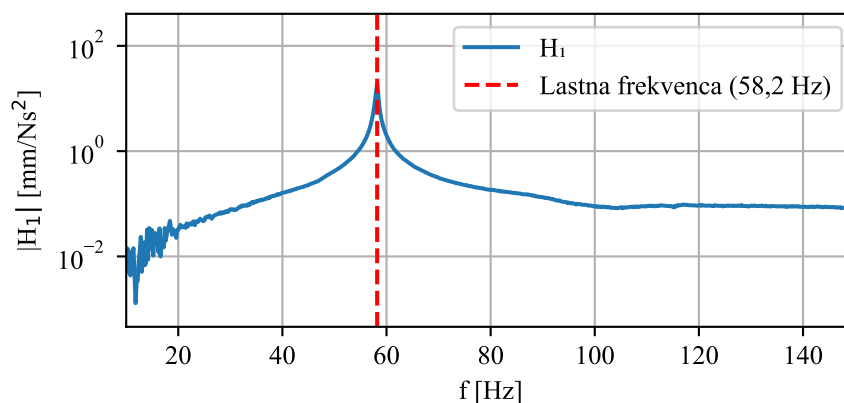
Slika 2: Testna celica z označenimi sestavnimi deli.

LEM. Vse meritve smo simultano zajemali s frekvenco vzorčenja 51200 Hz na merilni kartici NI 9231.

Za izračun frekvenčne prenosne funkcije smo izvedli meritev momenta, faznih tokov in hitrosti, ki je trajala 400 s. Izračun je bil skladen z enačbo (6). Zajeto meritev smo razdelili na intervale dolge 1 s, s čimer smo zagotovili frekvenčno ločljivost 1 Hz ob 400 povprečenjih.

Za ugotavljanje ustreznosti frekvenčnih prenosnih funkcij, smo izvedli eksperimentalno modalno analizo vztrajnika. Izvedli smo jo v mirovanju z namestitvijo pospeškomera in uporabo modalnega kladiiva. Izvedli smo pet meritev, pri čemer so bile posamezne meritve dolge 5 s. Izračun smo izvedli skladno z enačbo (6). Eksperimentalno izmerjena prva lastna frekvenca je znašala 58,2 Hz, ki ustreza upogibni nihajni obliki. Rezultat je razviden s slike 3.

Eksperimentalno določeno prvo lastno frekvenco, bomo uporabili kot referenčno vrednost za izračun z metodo ROSI.



Slika 3: Frekvenčna prenosna funkcija vztrajnika, prva lastna frekvenca - 58,2 Hz.

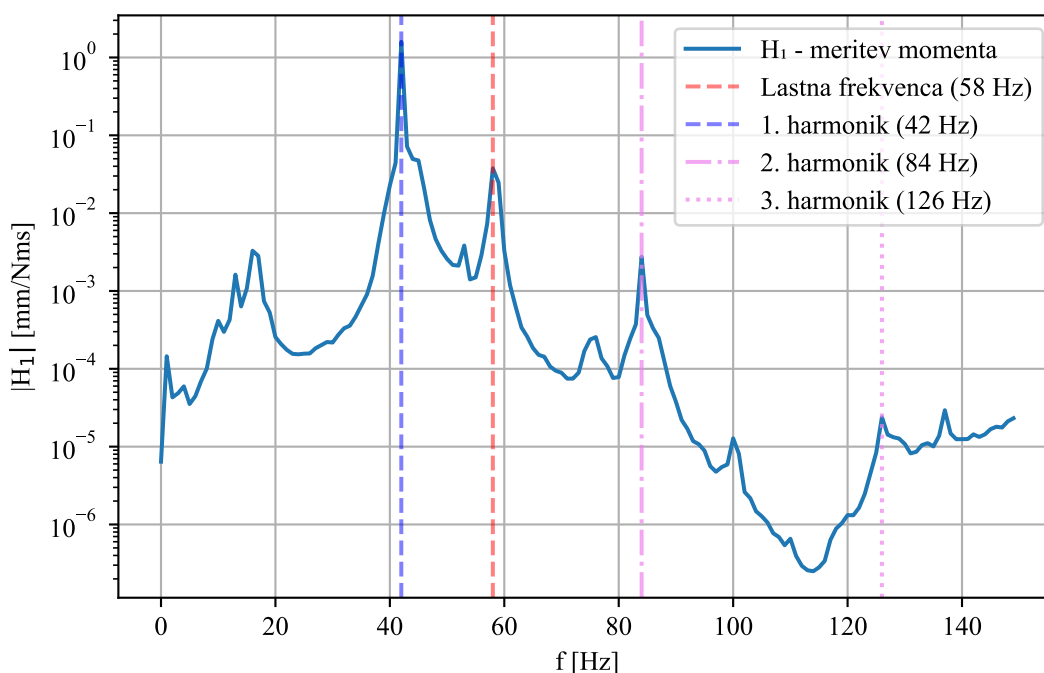
3 Rezultati in diskusija

V prvem koraku smo želeli preveriti, ali je elektromotor zmožen vzbuditi opazovan sistem. Sistem je obratoval pri vrtilni frekvenci 42 Hz. Ker je moment motorja neposredno povezan s tokom I_q , smo mu v krmilniku dodali beli šum, s čimer je motor obenem gnal sistem in ga vzbujal z naključnim signalom. Pri tem smo z merilnikom momenta merili vzbujanje sistema in z laserskim vibrometrom odziv sistema. Dobljena frekvenčna prenosna funkcija je prikazana na sliki 4.

Kot razvidno je lastna frekvenca opazovanega sistema lepo izražena in se nahaja pri 58 Hz. To se popolnoma ujema z referenčno lastno frekvenco sistema. Amplituda vrha, ki se nahaja pri 58 Hz, ni najvišja, pač pa je pri vrhu, ki se nahaja pri frekvenci 42 Hz. To je posledica obratovanja sistema, ki se je vrtel z natanko takšno vrtilno frekvenco. Poleg osnovnega obratovalnega harmonika sta opazna tudi drugi in tretji harmonik. Kljub temu rezultati nakazujejo, da je vzbujanje sistema s pogonskim elektromotorjem izvedljivo in ustrezno, saj je identifikacija lastne frekvence mogoča. Poleg tega je obratovalna frekvenca sistema običajno poznana, zato lahko pri identifikaciji lastnih frekvenc na podlagi frekvenčnih prenosnih funkcij razločimo vrhove, ki so posledica lastne dinamike in tiste, ki so posledica obratovalnih pogojev.

V nadaljevanju smo želeli preveriti tudi možnost, da vzbujanje sistema določimo na podlagi meritve faznih tokov elektromotorja I_A , I_B in I_C . Fazne tokove nato s Clarkino in Parkovo transformacijo (enačbi (8) in (9)) pretvorimo v tok I_q , ki je neposredno povezan z momentom elektromotorja, skladno z enačbo (11). Meritve faznih tokov so bile izvedene pod identičnimi pogoji kakor meritve z merilnikom momenta. Po pretvorbi iz I_A , I_B in I_C v I_q , smo frekvenčno prenosno funkcijo prav tako izračunali skladno z enačbo (6). Primerjava frekvenčne prenosne funkcije izračunane na podlagi meritve faznih tokov in na podlagi meritve momenta je prikazana na sliki 5.

Kot razvidno sta si frekvenčni prenosni funkciji izračunani na podlagi meritve momenta in na podlagi meritve faznih tokov po obliki podobni. To nakazuje, da je pretvorba faznih tokov v tok

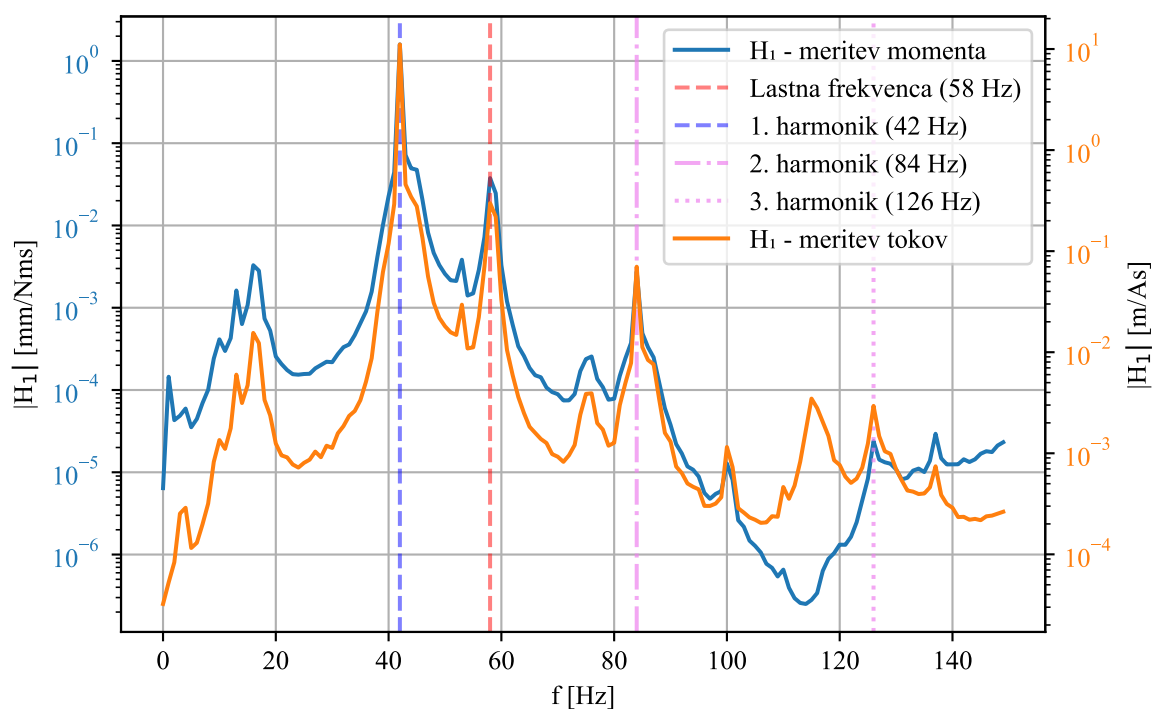


Slika 4: ROSI frekvenčna prenosna funkcija - meritve momenta - 58 Hz.

I_q ustrežna. Tudi v tem primeru je vrh pri 58 Hz jasno razločen, prav tako pa so prisotni tudi vrhovi pri osnovnem in višjih harmonikih. Na podlagi tega lahko sklepamo, da je izračun frekvenčnih prenosnih funkcij, kjer vzbujanje sistema določimo na podlagi meritev toka, povsem ustrezen. Pomembno je tudi dejstvo, da je linearno območje merilnika momenta le do približno 100 Hz. Pri meritvah električnega toka tega ni bilo zaznati, zato ima uporaba faznih tokov še eno prednost in sicer omogoča analizo v širšem frekvenčnem območju. Poleg naštetega ima uporaba faznih tokov za izračun momenta še eno prednost, ki je povezana s pasivnostjo sistema. Ker je električna energija vsa energija, ki jo dovajamo v sistem, z analizo tokov izpolnujemo pogoje pasivnosti sistema. V primeru meritev momenta z namenskim merilnikom, ki je nameščen na gredi elektromotorja, pa pogoj pasivnosti ni nujno v celoti izpolnjen in je odvisen od togosti podlage. S tem smo potrdili uporabnost elektromotorja kot nadomestek dodatnega vzbujanja in uporabnost metode ROSI za sistemsko identifikacijo.

4 Zaključek

V prispevku je pokazana učinkovitost predstavljene metode ROSI za dinamsko karakterizacijo sistemov neposredno med obratovanjem. Glavna prednost metode je, da za vzbujanje sistema ni potrebe po uporabi dodatnega vzbujevalnega vira, pač pa to zagotovimo s krmiljenjem motorja, ki žene sistem. Delovanje smo prikazali na primeru namensko zasnovane testne celice. Pokazali



Slika 5: ROSI primerjava frekvenčnih prenosnih funkcij - meritve momenta in faznih tokov - 58 Hz.

smo, da je vzbujanje strukture ustrezno za izračun frekvenčnih prenosnih funkcij v primeru uporabe namenskega merilnika vzbujanja. Pokazali smo tudi, da je mogoče odpraviti potrebo po uporabi namenskega merilnika vzbujanja in da je mogoče vzbujanje izračunati z merjenjem in pretvorbo faznih tokov elektromotorja.

Literatura

- [1] D. de Klerk. *Dynamic response characterization of complex systems through operational identification and dynamic substructuring*. Dissertation (tu delft), Delft University of Technology, 2009.
- [2] M. Haeussler. *Modular Sound and Vibration Engineering by Substructuring*. PhD thesis, 06 2020.
- [3] S. Khodadoost, B. Nouhi, S. Talatahari, and P. Sareh. Intelligent vibration-based structural health monitoring systems: Methodological advances and challenges. *Sensors and Actuators A: Physical*, 394:116886, 2025.
- [4] J. Wang, Q. Jiang, and D. Xiong. Review of rotor position and speed estimation method of

pmsm with hall sensor. *2021 IEEE 16th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, pages 1832–1837, 2021.

- [5] Q. Wang, S. Wang, and C. Chen. Review of sensorless control techniques for pmsm drives. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 14(10):1543–1552, 2019.



Zgodnja detekcija razpoke pri vibracijskem utrujanju z uporabo temperaturnega amplitudnega spektra

Martin Česnik¹, Janko Slavič¹

Early crack identification during vibration fatigue using temperature-amplitude spectrum.

Povzetek. Dinamične strukture lahko pri vibracijah v lastni frekvenci odpovejo zaradi utrujanja materiala. Raziskava predstavlja novo metodo zaznavanja razpok s temperaturno-amplitudnim spektrom (TAS), ki temelji na termoelastičnosti. Metoda omogoča zgodnje, brezkontaktno in sprotno zaznavanje razpok med vibracijskim testiranjem s pomočjo hitre infrardeče kamere. Preizkušena je bila na polimernih in aluminijastih vzorcih ter zanesljivo zaznala razpoke brez zahtevnih nastavitvev. Eksperimentalni rezultati potrjujejo, da metoda TAS omogoča natančno in učinkovito spremljanje utrujenostnih poškodb tekom vibracijskega preizkusa.

Abstract. Dynamic structures can fail due to material fatigue when subjected to vibrations at their natural frequencies. This study presents a novel crack detection method based on the Temperature–Amplitude Spectrum (TAS), which relies on thermoelasticity. The method enables early, non-contact, and real-time crack detection during vibration testing using high-speed infrared imaging. It was tested on polymer and aluminum specimens and reliably identified cracks without complex setup or data processing. Experimental results confirm that the TAS method allows accurate and efficient monitoring of fatigue damage during vibration testing.

1 Uvod

Vibracijsko utrujanje je eden najpogostejših mehanizmov odpovedi pri testiranju izdelka na okoljske vplive. V zadnjem desetletju se analiza le-tega ni več omejena zgolj na stacionarne in enosne obremenitve, temveč vključuje tudi večosne, nestacionarne obremenitve ter vplive nelinearnosti. Čeprav je za vrednotenje vibracijskega utrujanja uveljavljena uporaba spektralnih metod [4], so eksperimentalni testi še vedno ključni, saj potrdijo dejansko stanje izdelka. V primeru odpovedi izdelka oz. strukture tekom testa je za razumevanje odpovedi ključno poznati

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

čas in lokacijo nastanka razpoke, njen obseg in rast ter kritično frekvenčno področje za rast razpoke.

Za sprotno in neporušno spremljanje poškodb so na voljo različne metode: vibracijske metode [8], digitalna korelacija slik (DIC) [2], termografija [3] ... Vibracijske metode temeljijo na spremembah modalnih parametrov, vendar so pri kompleksnejših strukturah precej omejene. DIC metoda omogoča zaznavanje deformacij vidnega polja, a je občutljiva na šum in računsko zahtevna. Termografija oz. natančneje termoelastična analiza, omogoča brezkontaktno spremljanje poškodb in pridobiva na veljavi pri visokofrekvenčnih in tudi več-osnih obremenitvah [5].

Ta raziskava uvaja novo metodo TAS (temperature–amplitude spectrum), ki s hitro infrardečo kamero omogoča zgodnje in sprotno zaznavanje razpok brez prekinitve testa. Metoda je učinkovita, računsko nezahtevna in primerna za spremljanje poškodb med vibracijskim utrujanjem.

2 Teoretične osnove

V tem poglavju se najprej predstavi temeljne principe vibracijskega utrujanja v kontekstu kinematskega vzbujanja [1]. Nato se prikaže povezava med napetostnim odzivom strukture in njenim temperaturnim poljem, kar omogoča sprotni vpogled v stanje strukture prek infrardečega (IR) slikanja.

2.1 Odziv napetosti pri kinematskem vzbujanju

Vibracijsko utrujanje nastopi, ko se frekvenčni spekter vzbujanja ujema z lastnimi frekvencami strukture. Če strukturo modeliramo kot linearen sistem z N prostostnimi stopnjami, enačbo gibanja pri kinematskem vzbujanju zapišemo kot:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{iD}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{Kz} = -\mathbf{Mb}\ddot{y}, \quad (1)$$

kjer je $\ddot{y}$ pospešek podlage, $\mathbf{z}$ vektor relativnih pomikov napram podlagi, $\mathbf{b}$ pa smerni vektor med prostostnimi koordinatami strukture in gibanjem podlage. Matrike $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ in $\mathbf{K}$ predstavljajo maso, dušenje in togost.

Reševanje problema lastnih vrednosti poda lastne frekvence ω_r , razmernike dušenja η_r in modalno matriko Φ . Če definiramo vektor faktorjev udeležnosti lastnih oblik kot $\Gamma = \Phi^T \mathbf{Mb}$, lahko izračunamo napetostni odziv sistema na k -ti prostostni stopnji kot:

$$\sigma_k(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\Gamma_r \sigma \phi_{r,k}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} \ddot{y}(\omega) = H_{\sigma\ddot{y},k}(\omega) \ddot{y}(\omega). \quad (2)$$

V primeru vzbujanja z naključnim signalom, kjer poznamo močnostni spekter pospeška vzbujanja $G_{\ddot{y}\ddot{y}}(\omega)$, lahko določimo odziv napetosti tudi v obliki močnostnega spektra kot:

$$G_{\sigma\sigma,k}(\omega) = |H_{\sigma\ddot{y},k}(\omega)|^2 G_{\ddot{y}\ddot{y}}(\omega). \quad (3)$$

$G_{\ddot{y}\ddot{y}}(\omega)$, v kombinaciji z materialnimi parametri utrujanja, predstavlja vhodni parameter za spektralne metode, na podlagi katerih je možno določiti dobo trajanja strukture pri vibracijski obremenitvi.

2.2 Teorija termoelastičnosti

Načelo termoelastičnosti temelji na povezavi med mehanskim odzivom strukture in spremembami temperature. V adiabatnem, reverzibilnem procesu lahko spremembo temperature zaradi mehanske obremenitve zapišemo kot [6]:

$$\rho C_\sigma \frac{\dot{T}}{T} = - \left(\alpha - \frac{1}{E^2} \frac{\partial E}{\partial T} \sigma_1 \right) \dot{\sigma}_1. \quad (4)$$

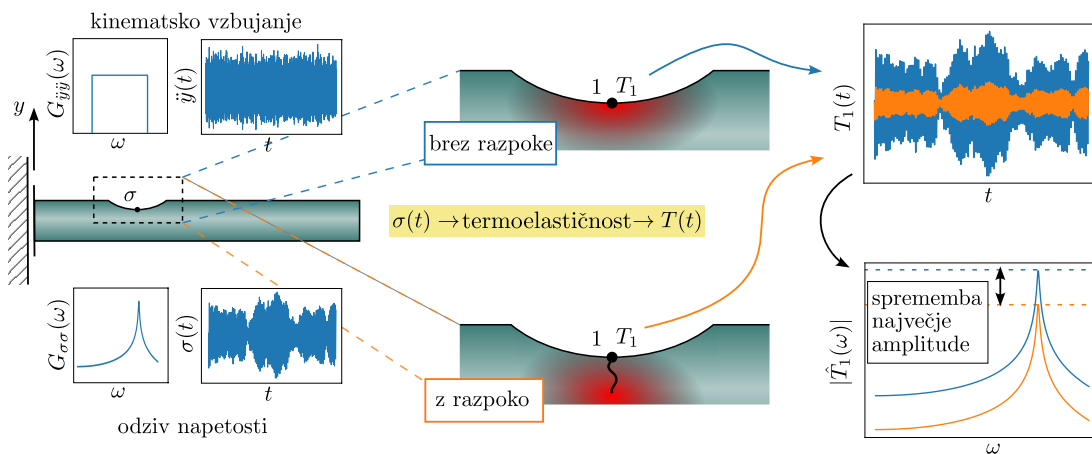
Pri sinusnem poteku napetosti $\sigma_1(t)$ in majhnih temperaturnih spremembah (velja pri visokociklični utrujenosti) se izraz (4) poenostavi v:

$$\Delta T(t) = - \frac{\alpha T_0}{\rho C_\sigma} \sigma_{1,a} \sin(\omega t) = K_m \sigma_{1,a} \sin(\omega t), \quad (5)$$

kjer K_m predstavlja termoelastični koeficient. Ta linearna povezava med napetostjo in temperaturo velja, ko struktura niha pretežno v eni lastni obliki. Ko v materialu nastane razpoka, se lokalne napetosti na površini v bližini zmanjšajo, kar povzroči izostanek termoelastičnih temperaturnih sprememb na opazovani površini. Na konici razpoke pa še vedno prihaja do temperaturnih nihanj, ki jih opisuje enačba toplotne difuzije.

3 Metoda temperaturnega amplitudnega spektra

Osnovno načelo TAS metode je prikazano na sliki 1. Pri širokopasovnem vzbujujanju dinamska struktura izkazuje ojačan odziv napetosti pri lastnih frekvencah, kar se zaradi termoelastičnega učinka pokaže tudi v temperaturnem odzivu na površini. Tako lahko identificiramo območja utrujanja in pripadajoče oblike napetosti.



Slika 1: Princip zaznave razpoke: potek temperature tekom vibracijskega preizkusa in sprememba amplitude spektre ob nastanku razpoke.

Metoda TAS uporablja hitro infrardečo kamero za zajem celotnega temperaturnega polja. Ob nastanku razpoke v bližini napetost upade, kar povzroči tudi znižanje vrednosti v amplitudnem

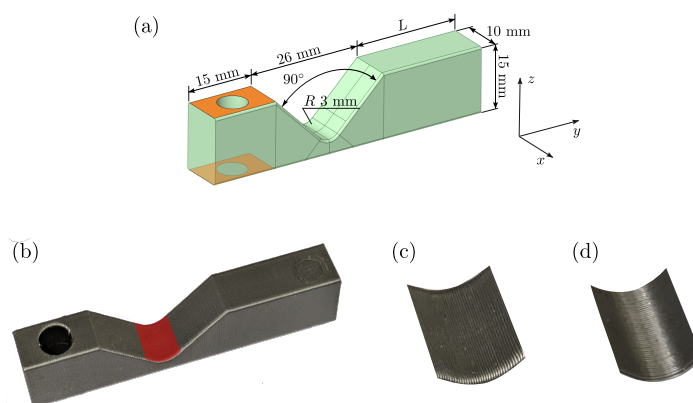
spektru temperature, pridobljenem s Fourierjevo transformacijo. Metodologija TAS se realizira na sledeč način: za vsak piksel i se določi temperaturni signal $T_i(t_n)$, iz katerega dobimo spekter amplitud $\hat{T}_i(\omega_k)$. Največja vrednost amplitudnega spektra za i -ti piksel je $\hat{T}_{i,AS}$, kar predstavlja cenilko za določitev razpoke. Metodo TAS bomo v tem prispevku primerjali z metodo termografije, kjer se uporabljajo infrardeče kamere nižje hitrosti. Cenilka termografske metode za i -ti piksel je $T_{i,TG}$, ki je določena kot srednja vrednost vrednosti piksla na posnetkih znotraj daljšega časa opazovanja.

4 Eksperimentalno delo

V tem poglavju je najprej predstavljena postavitve eksperimenta, sledi pregled tipov vzorcev in pogojev preizkušanja ter prikaz neposrednih rezultatov eksperimenta.

4.1 Postavitev eksperimenta

Eksperiment temelji na standardni postavitvi za vibracijsko testiranje z elektrodinamskim stresalnikom, kjer je vključena visokohitrostna IR kamera (slika 3a). Preizkušanci, povzeti po [1], sestojijo iz območja pritrditve, zarez in vztrajnostne mase (slika 2a). S preprosto geometrijo se doseže dobro ločena lastna oblika, nastavljiva lastna frekvenca in dostopno področje utrujanja z enosnim napetostnim poljem (slika 2b).

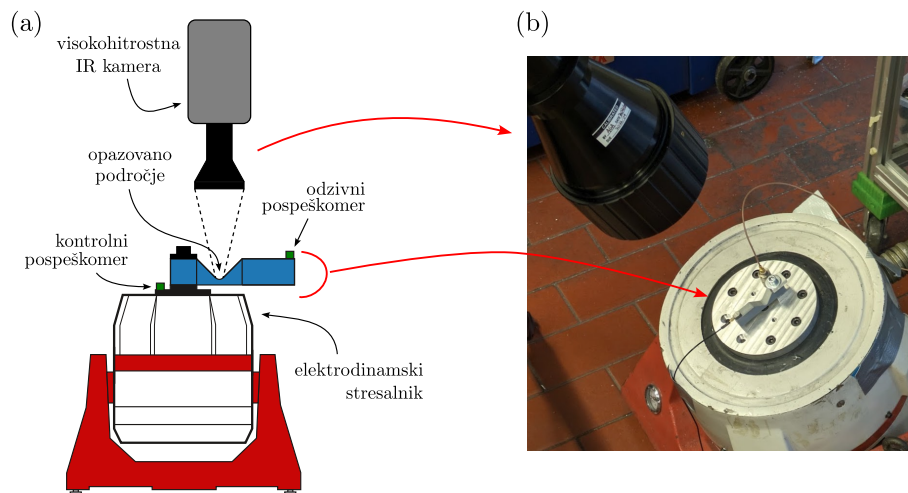


Slika 2: Zasnova vzorca; (a) geometrija s koordinatnim sistemom, (b) 3D-natisnjem vzorec z označenim področjem utrujanja, (c) povečava področja utrujanja na vzorcu, tiskanem v y smeri in (d) v x smeri.

Vzorci iz PLA so izdelani s 3D tiskom, vzorci iz aluminija pa s konvencionalno obdelavo. Vibracijsko vzbujanje je bilo definirano s spektrom moči pospeška $G_{\ddot{y}y}(\omega)$ s prilagodljivo amplitudo in frekvenčnim območjem ter realizirano s stresalnikom LDS V555. Dodatno je bil odziv vzorca spremljan s pospeškometerom.

Za IR snemanje je bila uporabljena kamera Telops FAST m3K s 1X mikroskopsko lečo in žariščno razdaljo 26 cm. Resolucija snemanja je bila 320×265 slikovnih pik, s katerimi je bilo

opazovano področje površine $10 \times 8,3 \text{ mm}^2$. Kamera omogoča zaznavo majhnih temperaturnih sprememb, ki jih je možno še izboljšati z obdelavo v frekvenčni domeni [7]. Eksperimentalna ureditev je prikazana na sliki 3.



Slika 3: Postavitev eksperimenta; (a) shematski prikaz, (b) dejanska postavitve.

4.2 Pregled vzorcev in pogojev testiranja

Testirani so bili vzorci iz dveh materialov: 3D-natisnjen PLA in aluminij. PLA vzorci so bili tiskani v dveh smereh (x in y) z dolžino vztrajnostne mase $L = 24 \text{ mm}$, brez dodatne obdelave površine. Tiskani so bili s tiskalnikom Prusa i3 MK3S+ pri $215 \text{ }^{\circ}\text{C}$ in različnih hitrostih za obod, notranjost in polnilo. Prikazani so na sliki 2(b–d).

Aluminijev vzorec (zlitina 6026) dolžine $L = 40 \text{ mm}$ je bil izrezan z vodnim curkom ter dodatno obdelan z brušenjem in črnim premazom za boljši kontrast IR slike. Povzetek lastnosti vzorcev in pogojev vzbujaanja je podan v tabeli 1.

No.	Material	L [mm]	Smer tiska	f_1 [Hz]	PSD področje [Hz]	PSD nivo [(m/s ²) ² /Hz]
1	PLA	24	y	226	[150–400]	0.4
2	PLA	24	x	248	[150–350]	2.0
3	Al	40	–	505	[450–550]	5.4

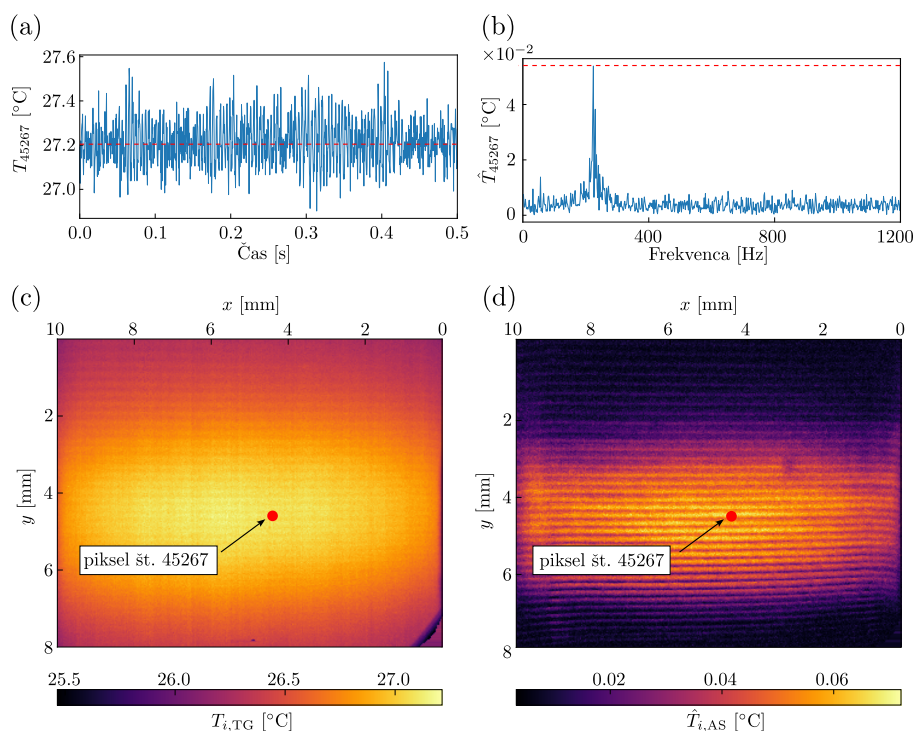
Tabela 1: Pregled vzorcev.

4.3 Rezultati eksperimenta in analiza IR posnetkov

Temperaturni odziv vzorca v območju utrujanja je povezan s frekvenco nihanja napetosti, ki ustreza prvi lastni frekvenci vzorca (tabela 1). Sliki 4(a) in (b) prikazujeta temperaturni časovni

potek in amplitudni spekter za piksel št. 45267 po 100 sekundah testiranja. Najvišja amplituda se pojavi pri pričakovani frekvenci, brez vidnih višjih harmonikov, kar potrjuje veljavnost predpostavk iz termoelastične teorije.

Zaradi prisotnega šuma v spektru je bila preizkušena Welchova metoda povprečenja, ki pa ni bistveno izboljšala natančnosti detekcije razpoke, zato je bila uporabljena različica spektra brez povprečenja. Na podlagi metode TAS in povprečnih temperaturnih vrednosti sta bili izračunani toplotni karti površine; sliki 4(c) in (d) prikazujeta primerjavo med metodo termografije in metodo TAS. Slednja omogoča bistveno natančnejšo vizualizacijo območja napetosti okoli razpoke.

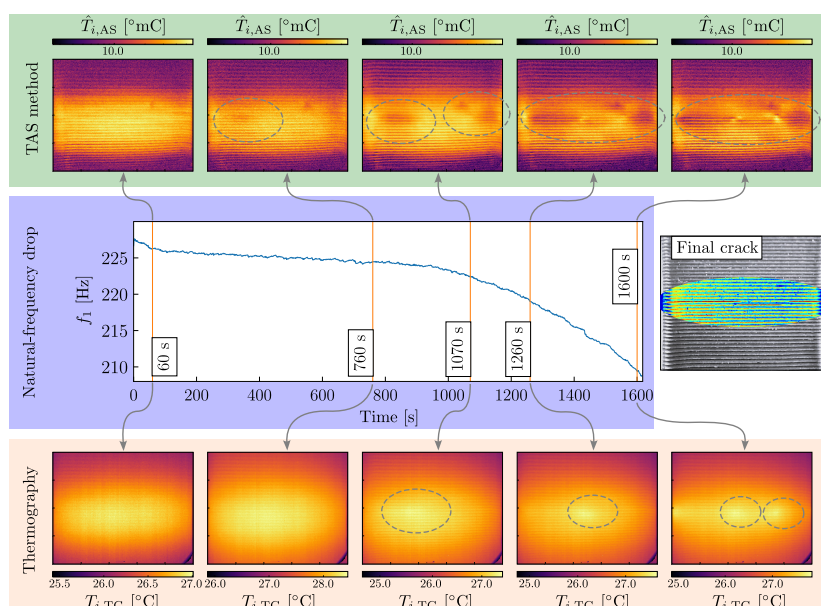


Slika 4: Temperaturni odziv vzorca št. 1; (a) časovni potek temperature, (b) amplitudni spekter, (c) toplotna karta po metodi termografije in (d) po metodi TAS.

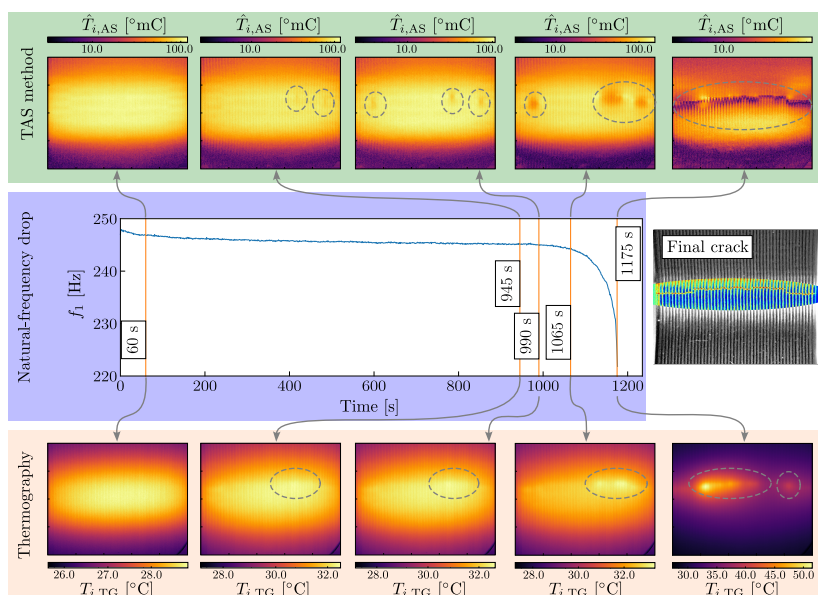
5 Identifikacija razpok z metodo TAS

Primarni cilj nove metode TAS je zgodnje odkrivanje lokacije razpok tekom vibracijskega utrujanja. Rezultati testiranj treh vzorcev so prikazani na slikah 5-7, ki vključujejo padce lastnih frekvenc, fotografije razpok ter termografske in TAS slike. V zgornjem delu vsake slike so prikazani rezultati metode TAS, spodaj pa rezultati klasične termografije.

Pri vzorcih št. 1 in 2, natisnjenih s 3D tiskalnikom, metoda TAS omogoča bistveno boljšo lokalizacijo razpok kot termografija. Razpoke se v TAS slikah kažejo kot območja znižane



Slika 5: Identifikacija razpoke na vzorcu št. 1 (3D-tiskan v smeri y) med testom vibracijskega utrujanja z uporabo metode TAS (zgornji del) in termografske metode (spodnji del) glede na padec lastne frekvence vzorca ter končno razpoko v osrednjem delu.

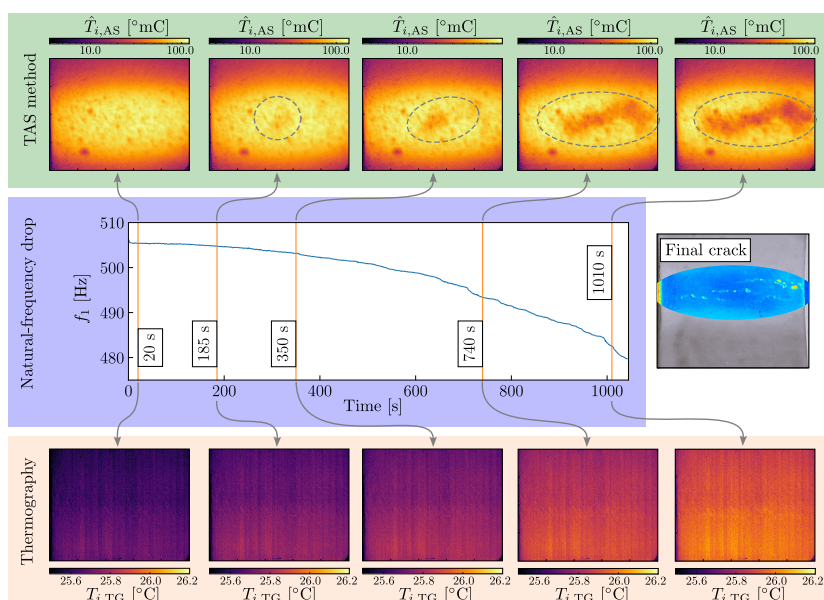


Slika 6: Identifikacija razpoke na vzorcu št. 2 (3D-tiskan v smeri x) med testom vibracijskega utrujanja z uporabo metode TAS (zgornji del) in termografske metode (spodnji del) glede na padec lastne frekvence vzorca ter končno razpoko v osrednjem delu.

temperature, kar ustreza teoriji termoelastičnosti. Medtem ko TAS natančno sledi razvoju razpok, termografija zazna predvsem konice razpok, kjer je dvig akumulirane toplote največji zaradi koncentracije napetosti. V primeru vzorca št. 2 (slika 6) TAS jasno zazna odpovedi dveh posameznih filamentov širine 0,2 mm, pri katerih padec lastne frekvence sploh še ni zaznan. Termografija ponovno nudi le omejene informacije.

Omeniti velja, da je bila TAS metoda uspešna tudi za vzorce, natisnjene v z-smerni, a z nekoliko manjšo natančnostjo zaradi zakrivanja poti širjenja razpok med plastmi filameta.

Analiza aluminijevega vzorca (slika 7) kaže, da TAS zanesljivo zazna utrujenostno razpoko, medtem ko termografija ni pokazala nobene spremembe. Pri vzorcu št. 3 je bila, zaradi nanosa črne barve, razpoka zaznana hitreje kot pri vzorcih z neobdelano površino, ki odbija svetlobo. Po drugi strani pa nanos črne barve poslabša prostorsko natančnost identifikacije razpoke. Kljub zapletenosti geometrije razpok (npr. vzporedne razpoke) na sliki 7, TAS metoda zanesljivo identificira območja zmanjšane napetosti, čeprav ne zagotavlja popolne prostorske natančnosti.



Slika 7: Identifikacija razpoke na vzorcu št. 3 (aluminij s pripravljeno površino) med testom vibracijskega utrujanja z uporabo metode TAS (zgornji del) in termografske metode (spodnji del) glede na padec lastne frekvence vzorca ter končno razpoko v osrednjem delu.

Na koncu velja poudariti, da je bila metoda TAS uspešno uporabljena tako na polimernih kot na aluminijastih vzorcih, brez dodatnega prilagajanja algoritma. Rezultati potrjujejo njeno zanesljivost pri odkrivanju razpok, ob upoštevanju zmanjšanja odsevnosti površin.

6 Zaključki

Predstavljena raziskava predstavlja nov pristop za zaznavanje razpok zaradi vibracijskega utrujanja z uporabo temperaturno-amplitudnega spektra (TAS). Metoda temelji na termoelastični

teoriji in omogoča sprotno zaznavanje začetka in širjenja razpok prek hitre IR-kamere, brez prekinitve testa.

TAS kot brezkontaktna metoda z visoko prostorsko ločljivostjo (320×256 pik) zazna razpoke že pri velikosti 0,2 mm – tudi preden pride do spremembe lastne frekvence. To omogoča natančno lokalizacijo razpoke in boljše razumevanje dinamičnega odziva konstrukcije. Neposredna kvantifikacija velikosti razpoke na podlagi rezultatov TAS metode v tem prispevku ni obravnavana; za realizacijo le-te bi se lahko uporabile obstoječe metode analize slik v povezavi z nevronskimi mrežami, kar ostaja izziv za prihodnje aktivnosti.

Metoda je zelo prilagodljiva in učinkovito deluje tako na polimernih kot kovinskih vzorcih brez posebne priprave površine ali prilagajanja obdelave slik. Zahteva le eno merilno napravo in omogoča spremljanje v realnem času.

Bistveni omejitvi sta dve: potreba po črnem premazu na odsevnih površinah ter potreba po neposrednem vidnem polju razpoke za natančno zaznavanje temperaturnih sprememb. Kljub temu TAS pomeni velik napredek pri nedestruktivnem testiranju vibracijskega utrujanja, saj združuje visoko občutljivost in praktičnost.

Literatura

- [1] M. Česnik, J. Slavič, and M. Boltežar. Accelerated vibration-fatigue characterization for 3D-printed structures: Application to fused-filament-fabricated PLA samples. *International Journal of Fatigue*, 171:107574, 2023.
- [2] M. A. Mousa, M. M. Yussof, T. S. Hussein, L. N. Assi, and S. Ghahari. A digital image correlation technique for laboratory structural tests and applications: A systematic literature review. *Sensors*, 23(23), 2023.
- [3] Z. Qu, P. Jiang, and W. Zhang. Development and application of infrared thermography non-destructive testing techniques. *Sensors*, 20(14), 2020.
- [4] J. Slavič, M. Mršnik, M. Česnik, J. Javh, and M. Boltežar. *Vibration Fatigue by Spectral Methods*. Elsevier, first edition, 2020.
- [5] J. Šonc, K. Zaletelj, and J. Slavič. Application of thermoelasticity in the frequency-domain multiaxial vibration-fatigue criterion. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 224:112002, 2025.
- [6] A. Wong, R. Jones, and J. Sparrow. Thermoelastic constant or thermoelastic parameter? *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 48(8):749–753, 1987.
- [7] K. Zaletelj, J. Slavič, J. Šonc, and M. Boltežar. Strain experimental modal analysis of an Euler–Bernoulli beam based on the thermoelastic principle. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 201:110655, 2023.
- [8] C. Zhang, A. A. Mousavi, S. F. Masri, G. Gholipour, K. Yan, and X. Li. Vibration feature extraction using signal processing techniques for structural health monitoring: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 177:109175, 2022.



CFD simulacija polnjenja vijale s suspenzijo deformabilnih mikropelcev

Nika Harl¹, Jana Wedel², Paul Steinmann², Jure Ravnik¹ in Matjaž Hriberšek¹

CFD simulation of vial filling with a suspension of deformable microparticles

Povzetek. Predstavljena je numerična analiza procesa polnjenja farmacevtske vijale s suspenzijo, ki vsebuje enkrat nedeformabilne in drugič deformabilne mikropelce. Glavni cilj simulacij je bil preučiti dinamiko tokovnega polja ter vpliv polnilnega procesa na gibanje in deformacijo delcev v tekočini. Uporabljena je bila metoda VOF za sledenje proste gladine med zrakom in vodo, dopolnjena z Lagrangevim pristopom za sledenje delcev. Rezultati numeričnih simulacij kažejo, da je porazdelitev nedeformabilnih ter deformabilnih delcev med in po polnjenju zelo podobna, prav tako učinek usedanja. Zaključimo lahko, da polnjenje vijale večinoma ni kritičen del proizvodnega procesa takšnih zdravil, saj so deformacije delcev minimalne.

Abstract. A numerical analysis of the process of a pharmaceutical vial filling with a suspension containing non-deformable and deformable microparticles is presented. The main objective of the simulations was to study the flow field dynamics and the effect of the filling process on the motion and deformation of particles in the fluid. The VOF method was used to track the free surface between air and water, supplemented by the Lagrangian approach for particle tracking. The results of numerical simulations show, that the distribution of non-deformable and deformable particles during and after filling is very similar, as is the effect of sedimentation. We can conclude, that the vial filling process is generally not a critical stage of the production process for such pharmaceutical products, as particle deformations are minimal.

1 Uvod

Polnjenje vijal oziroma stekleničk je pomemben postopek v številnih panogah, kot so recimo farmacevtska, kemična in živilska industrija. Pri postopku polnjenja je pomembna optimalna hitrost polnjenja, saj želimo doseči visoko produktivnost polnilne linije in ustrezno kakovost izdelkov. Pri procesu tako želimo zmanjšati čas polnjenja, saj s tem dosežemo večjo produktivnost, zagotoviti pa moramo tudi natančno odmerjanje zelenega produkta. Polnjenje mora biti izvedeno tako, da je preprečeno pljuskanje tekočine znotraj vijale, da se ohrani aseptično okolje in preprečijo izgube. Na področju farmacevtske industrije, kjer so v tekočini pogosto prisotni tudi mikropelci, se v praksi zraven nedeformabilnih delcev pogosto pojavljajo tudi deformabilni, katerih obnašanje je še precej neraziskano. Deformabilni delci zaradi delovanja strižnih sil v tekočini spremenijo obliko. Obstoječi modeli za sledenje deformabilnih delcev večinoma temeljijo na diskretizaciji delcev in so zato močno omejeni glede števila

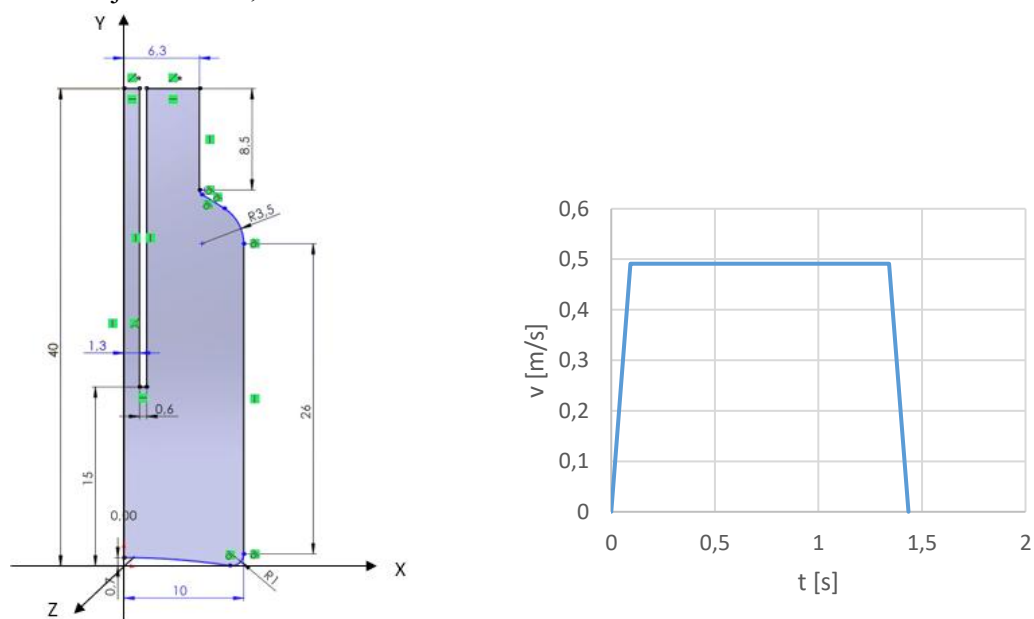
¹ Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo, Smetanova ulica 17, Maribor, Slovenija

² Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Egerlandstr.5 Erlangen, Germany

delcev, ki jih je mogoče hkrati obravnavati. Glavni cilj prispevka je osredotočen na uporabo nedavno razvitega modela sledenja mikrodolcev, ki omogoča sledenje deformabilnih delcev elipsoidne oblike, ki so razpršeni v poljubnih tokovnih poljih. [1, 2]

2 CFD model polnjenja vijale

Izbrana vijala ima oznako 6R iz standarda ISO 8362-1, dimenzije so prikazane na sliki 1 levo. Polnjenje vijale poteka v treh fazah, prva in zadnja imata spremenljiv specifični pretok v , medtem ko je v drugi fazi polnjenja specifični pretok konstanten, slika 1 desno. Celotna polnitev vijale znaša 3,5 ml.



Slika 1: Dimenzije modela vijale v [mm] (levo), diagram polnjenja vijale (desno).

Za izdelavo 3D modela vijale je bil uporabljen programski paket Solidworks 2024, nato pa je bil 3D model uvožen v CFD program OpenFOAM [3]. Izvedena je bila analiza gostote računske mreže na podlagi Richardsonove ekstrapolacije. Za analizo so bile uporabljene tri gostote mreže s povprečnimi velikostmi elementov 0,447 mm, 0,324 mm in 0,238 mm. Izbran parameter za njihovo primerjavo je bila vrednost strižnih sil, ki delujejo na celotno dno vijale. Numerična negotovost izračuna med redko in srednje gosto mrežo je znašala nekaj več kot 6 %. Pri primerjavi srednje in goste računske mreže se numerična negotovost izračuna zmanjša na dober procent, kar pomeni, da je vpliv izboljšanja računske mreže zelo majhen. Za numerične simulacije, kjer so bili v tok tekočine dodani delci, je bila tako uporabljena srednje gosta računska mreža s 305.586 poliedričnimi volumskimi elementi.

2.1 Modeliranje dvofaznega toka voda-zrak

V izvedenih simulacijah je predpostavljeno, da je polnilna tekočina voda. Izvedene so bile 3D-simulacije polnjenja, kjer je upoštevana tudi površinska napetost tekočine. Pred polnjenjem je v vijali zrak, zato je bila predpisana vrednost površinske napetosti med vodo in zrakom (pri 20°C) 0,072 N/m.

Reševanje veličin tokovnega polja je v OpenFOAMu potekalo z uporabo Volume of Fluid (VOF) metode in uporabo $k-\omega$ SST modela turbulentnega toka, pri čemer je bil uporabljen solver incompressibleVoF, ki je primeren za dvofazne tokove z nestisljivima fazama. V

simulacijah, kjer so bili prisotni tudi delci, smo uporabili poseben solver, ki združuje VOF metodo reševanja dvofaznega toka in Lagrangevo sledenje delcev, in ki je plod lastnega razvoja.

Časovna diskretizacija je bila izvedena z uporabo Eulerjeve sheme. Omogočeno je bilo adaptivno prilagajanje časovnega koraka. Začetni časovni korak (Δt) je znašal 10^{-4} s, maksimalna vrednost pa je bila zaradi natančnosti predpisa funkcije polnjenja vijale omejena na 10^{-3} s. Courantovo število je bilo zaradi želje po večji stabilnosti simulacije omejeno na 0,5. Na enako vrednost je bilo omejeno tudi Courantovo število za vmesno površino, da se zagotovi ostrost medfazne površine.

2.2 Modeliranje toka deformabilnih delcev v dvofazni tekočini

Polnilno tekočino in delce v njej obravnavamo kot enosmerno sklopljen sistem. To pomeni, da delci na tok tekočine ne vplivajo, medtem ko tok tekočine vpliva na gibanje delcev. Takšen pristop se uporablja v primerih, ko gre za zvezno fazo, v kateri so razpršeni mehurčki, kapljice ali trdni delci. Zvezno fazo spremljamo po Eulerjevi metodi, kar pomeni, da jo računamo z ohranitvenimi enačbami, kot je opisano v poglavju 2.1. Dispergirano fazo se obravnava z Lagrangevim sledenjem delcev, torej vsak delec posebej spremljamo z enačbo gibanja. Za izračun uporabimo že znano polje hitrosti tekočine, kot prikazuje enačba (2.1). V enačbi, ki velja tako za krogelne kot elipsoidne delce [1], so upoštevane sila upora, sila teže in sila vzgona:

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \mathbf{k}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) + \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \mathbf{g} \quad (2.1)$$

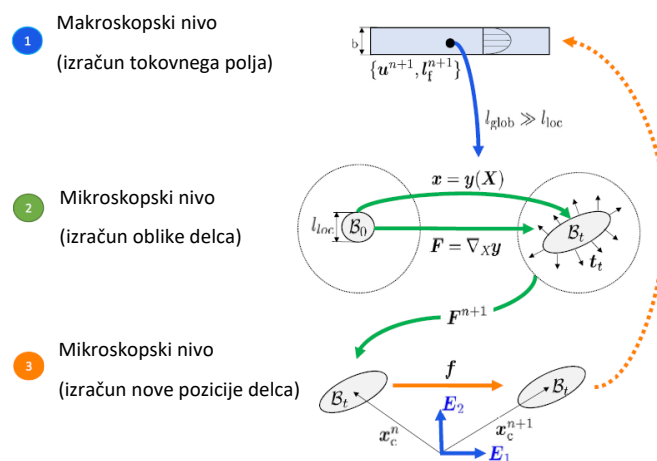
kjer so $\mathbf{v}$ hitrost tekočine na mestu delca, $\mathbf{v}_p$ hitrost delca, $\mathbf{g}$ gravitacijski pospešek, $\mathbf{k}$ tenzor upora nekrogelnega delca in τ_p relaksacijski čas delca. Slednji je za primer Stokesovega toka okoli delca, ki se vzpostavi v primeru mikrodelcev, definiran kot

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f} \quad (2.2)$$

kjer je ρ_p gostota delca, d_p premer delca in μ_f dinamična viskoznost tekočine.

V primeru deformabilnih delcev se prispevek sile upora spreminja glede na spremembo oblike delca. V primeru mikrodelcev izhaja glavni prispevek k sili upora iz delovanja strižnih sil na površino delca, ki ga, ob primerno nizki vrednosti strižnega modula, lahko tudi deformirajo oziroma spremenijo njegovo obliko, slika 2.

Delci se ob stiku s steno igele ter steno in dnom vijale le-teh primejo, na površini zvezne faze (vode) pa je bil dodan poseben robni pogoj, ki je glede na delež kapljevite faze zagotavljal, da delci slednje ne zapustijo oz. imajo normalno hitrost glede na gibanje proste površine enako 0.



Slika 2: Prikaz delovanja modela sledenja deformabilnih delcev [1].

3 Rezultati

Računske simulacije so bile izvedene za dva tipa mikrodeltcev, ki so glede na materialne lastnosti predstavljali prvič nedeformabilne ter drugič deformabilne delce. V obeh primerih gre za mikrodeltce s povprečnim premerom $40 \mu\text{m}$, ki so v osnovi sferične oblike. Njihova gostota je ocenjena na 1050 kg/m^3 , [4, 5, 6].

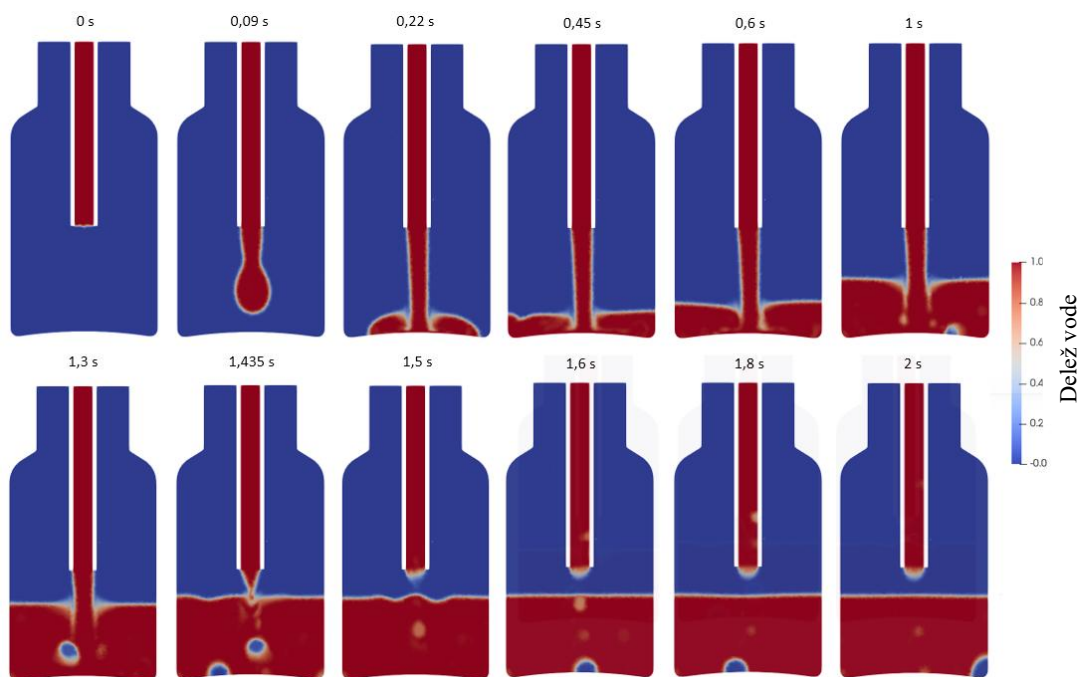
Želen delež volumna mikrodeltcev v polnilni tekočini je približno 0,1 %. Na podlagi volumna tekočine v vijali (3,5 ml) in premera mikrodeltcev ($40 \mu\text{m}$) se izračuna število delcev, ki jih moramo v vijali imeti po končani simulaciji, 110.000. Igla je na začetku simulacije (po inicializaciji) že napolnjena s tekočino. Število mikrodeltcev, ki jih je potrebno dodati v računsko območje v posameznem časovnem koraku, da se zagotovi konstantni delež, se je prilagajalo trenutni točki v polnilnem diagramu.

V prvi simulaciji smo za reprezentacijo nedeformabilnih delcev izbrali polimerne mikrokapsule s tekočim jedrom in večslojno ovojnico. Youngov modul znaša 30 MPa. Material je elastičen do približno 15 % deformacije, od te meje naprej pa se delci plastično deformirajo. Izbrana vrsta kapsul se v povprečju uniči pri deformacijah večjih od 24 %. [6]. V drugi simulaciji smo kot deformabilne delce izbrali hidrogelne mikrodeltce. Poissonovo razmerje znaša približno 0,5, kar pomeni, da delce obravnavamo kot kvazi-nestisljive (volumen bo ostal konstanten). Youngov modul znaša 100 Pa. [7]

Kot začetni pogoj simulacije je bilo predvideno stanje, da je igla polna z vodo (rdeča barva), v preostalem območju pa je prisoten zrak (modra barva).

3.1 Polnjenje vijale

Na sliki 3 je prikazan razvoj dvofaznega tokovnega polja (delež vode) v vijali med polnjenjem. Vidimo, da se tekočina po dnu ne razlije takoj, ko vanj zadane, ampak ostane zbrana na sredini. Razlog za takšno obnašanje tekočine je upoštevanje vpliva površinske napetosti med vodo in zrakom. Iz rezultatov je razvidno tudi, da tekom polnjenja v vijali nastajajo manjši zračni mehurčki. Ti se lahko pojavijo v primeru, ko tekočina vstopa prehitro in zrak nima dovolj časa, da bi se umaknil, ter se zato ujame v obliki mehurčkov. K njihovu nastanku pripomore tudi geometrija steklenice, zlasti kotni deli, kjer zrak zlahka obstane, dodatno pa še viskoznost tekočine in površinska napetost, ki upočasni ali celo onemogoči dvig zračnih mehurčkov.



Slika 3: Razvoj polja volumskih deležev med polnjenjem vijale z značilnimi časi: vzpostavitev konstantnega toka (0,09 s), konec konstantnega toka (1,3 s), konec polnjenja (1,435 s).

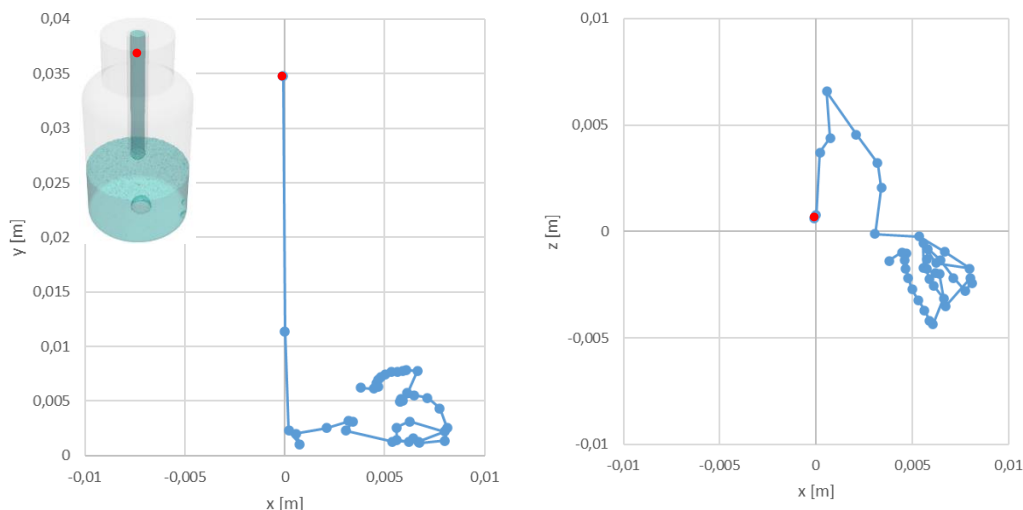
3.2 Polnjenje vijale z nedeformabilnimi delci

Na sliki 4 so prikazani rezultati simulacije polnjenja vijale, kjer so v tekočini prisotni sferični nedeformabilni delci (mikrokapsule). Za boljšo in lažjo vizualizacijo so prikazani delci 4-krat večji kot v realnosti. Zaradi velikega števila delcev in posledično slabe preglednosti je prikazanih le 10 % vseh delcev, ki so ob določenem času simulacije prisotni v računskem območju.



Slika 4: Razvoj tokovnega polja (tekočina z nedeformabilnimi mikrodenci) med polnjenjem vijale: 0,05 s; 0,5 s; 1,0 s; 1,45 s in 2 s (od leve proti desni).

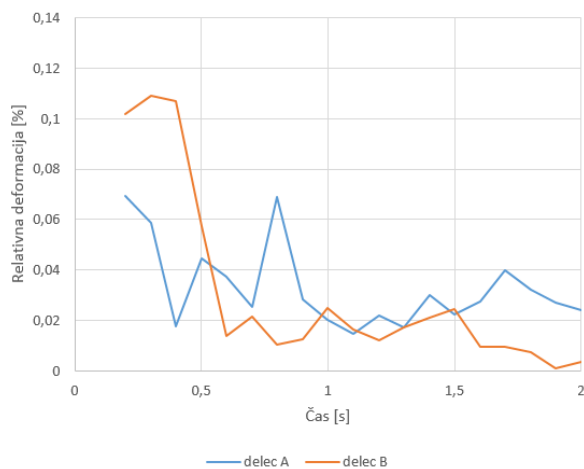
Na sliki 5 je prikazana pot naključnega delca med polnjenjem vijale s pomočjo dveh grafov – xy (pogled vijale od strani) in xz (pogled vijale od zgoraj). Levo zgoraj je v pomanjšanem merilu prikazana vijala, v njej pa je označena začetna lokacija delca. Vidimo, da trajektorija po preusmeritvi vstopnega curka, ob udarcu v dno vijale dobi izrazito kaotično obliko, kar je posledica časovno odvisnega turbulentnega tokovnega polja.



Slika 5: Zgodovina potovanja naključnega delca med polnjenjem vijale.

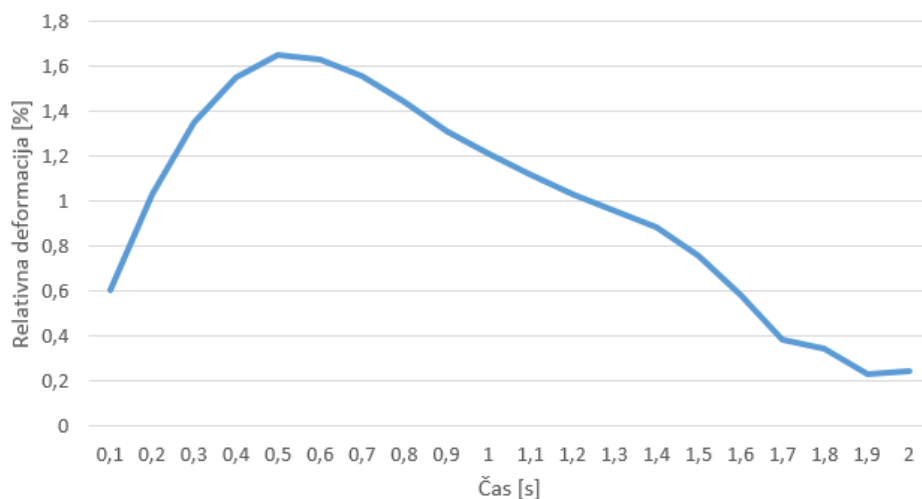
3.3 Polnjenje vijale z deformabilnimi delci

Slika 6 prikazuje potek deformacij dveh naključno izbranih delcev v tekočini. Na osi x je prikazan čas simulacije v sekundah, na osi y pa je prikazana relativna deformacija delcev v %. Vidimo lahko, da so deformacije izbranih delcev zelo majhne. To je posledica dejstva, da gre za delca, ki celoten čas simulacije ostaneta v glavnini toka, kjer so napetosti manjše. V primeru opazovanja delcev, ki so bili izpostavljeni večjim napetostim, so deformacije dosegle tudi do 15 %. Ti delci so se nahajali tik ob igli ali ob dnu vijale, kamor so tudi tekom simulacije trčili.



Slika 6: Relativna deformacija dveh naključno izbranih delcev v odvisnosti od časa.

Na sliki 7 je prikazana povprečna relativna deformacija vseh delcev za določen čas simulacije. Vidimo lahko, da do 0,5 s povprečna relativna deformacija narašča, kar je posledica hitro spreminjajočih se tokovnih razmer znotraj vijale. Deformacije delcev so majhne, kar pomeni, da pri delcih ne pride do plastične deformacije. Po umiritvi tokovnih razmer se torej delci začnejo vračati v osnovno stanje. To je lepo vidno iz padajočega grafa po času 0,5 s.



Slika 7: Povprečna relativna deformacija vseh delcev.

4 Zaključki

Iz rezultatov je razvidno, da med postopkom polnjenja prihaja do pomembnih sprememb v tokovnem in tlačnem polju. Te so posledica hitrosti vbrizgavanja polnilne tekočine, oblike vijale, premera igle ... V primeru želje po optimizaciji procesa polnjenja ti parametri predstavljajo dobro izhodišče za nadaljnje raziskovanje. Za polnilno tekočino z nedeformabilnimi mikrodenci je bila analizirana pot gibanja posameznih naključnih delcev, učinek usedanja ter končna lokacija delcev. Pri simulaciji polnilne tekočine z deformabilnih delci smo analizirali napetosti, ki se v njih pojavijo, in deformacije, ki so njihova posledica. Izkazalo se je, da proces polnjenja ni eden od kritičnih delov proizvodnje takšnega tipa zdravil, saj so se delci v povprečju deformirali manj kot 2 %. V prihodnosti bi bilo smiselno simulacijo izvesti z upoštevanjem interakcij med delci.

Rezultati izvedenih numeričnih simulacij gibanja delcev v procesu polnjenja vijale za teoretično izbrane parametre so pokazali, da razviti novi računski modeli sledenja deformabilnih mikrodencov omogočajo dober vpogled ne samo v tokovno dogajanje, pač pa tudi neposredni vpogled v učinek tokovnega polja na mehanske obremenitve delcev. Slednje je lahko dragocena informacija v primerih, ko imamo opravka s tokovno intenzivnimi proizvodnimi procesi, ki škodljivo vplivajo na biološke mikrodence, in želimo takšne procese izboljšati.

Literatura

- [1] J. Wedel, M. Hriberšek, J. Ravnik, P. Steinmann, "A novel pseudo-rigid body approach to the non-linear dynamics of soft micro-particles in dilute viscous flow," *Journal of Computational Physics*, vol. 519, december 2024.
- [2] J. Wedel, M. Hriberšek, J. Ravnik, P. Steinmann, "Ellipsoidal soft micro-particles suspended in dilute viscous flow," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 441, junij 2025.
- [3] OpenFoam, The OpenFOAM Foundation [splet], Dosegljivo: <https://openfoam.org/> [Datum dostopa: 4. 7. 2025].
- [4] A. Sethuraman, X. Pan, B. Mehta, V. Radhakrishnan, *Formulation and Process Development Strategies for Manufacturing Biopharmaceuticals*, poglavje 33: Filling processes and technologies for liquid biopharmaceuticals. New Jersey: John Wiley & Sons, inc., 2010 Dosegljivo: http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/11135/1/Feroz%20Jameel_.pdf#page=861 [3. 6. 2025]
- [5] T. K. Das, A. Sreedhara, J. D. Colandene, D. K. Chou, F. Vasco, C. Grapentin, J. Searles, C. R. Twinkle, L. O. Narhi, W. Jiskoot, "Stress factors in protein drug product manufacturing and their impact on product quality," *Journal of pharmaceutical science*, str. 868 – 886, april 2022.
- [6] H. Yow, A. Routh, (2006). "Formation of liquid core-polymer shell microcapsules," *Soft Matter*, str. 940 – 949, avgust 2006.
- [7] N. O’Keeffe, P. Linden, (2017). "Hydrogel as a medium for fluid-driven fracture study," *Experimental mechanics*, str. 1483 – 1493, avgust 2017.



Primeri uporabe elektronskih in optičnih meritev mehanskih količin

Andrej Štrukelj¹

Predavanje predstavlja niz praktičnih primerov uporabe različnih metod elektronskih in optičnih meritev mehanskih količin ter analize in ustrezne interpretacije na tak način dobljenih rezultatov. Obravnavani primeri so nastali v daljšem obdobju sodelovanja s projektivnimi biroji z industrijo in drugimi raziskovalnimi ustanovami.

Ker je dr. Andrej Štrukelj po poklicu inženir gradbeništva, je tudi večina primerov s tega področja, prikazane pa bodo tudi aplikacije na drugih področjih.

Prvi sklop primerov je s področja načrtovanja in testiranja premostitvenih objektov. Prikazane bodo aktivnosti pri obremenilnih preizkušnjah mostov, viaduktov, brvi za pešce in kolesarje in drugo. Posebej bodo prikazane aktivnosti v zvezi z načrtovanjem ter analizo učinkovitosti in stabilnosti protivetrnih ograj na viadukti Črni kal, načrtovanje sistema monitoringa mostu na Pelješac skupaj z aktivnostmi pri obremenilni preizkušnji, ki je bila v sodelovanju z zagrebško gradbeno fakulteto izvedena v mesecu januarju 2022. Prikazana bo tudi izvedba obremenilne preizkušnje in monitoringa brvi za pešce v Irči vasi v Novem mestu, ki je kot prva v Sloveniji grajena po tehnologiji nateznega traku (Stress Ribbon Bridge).

Drugi sklop obravnava različne primere s področja gradbeništva. Eden od teh je racionalizacija dolžine pilotov hladilnega stolpa 6. bloka termoelektrarne v Šoštanju, kjer je bil na osnovi statičnega obremenilnega testa preizkusnega pilota ugotovljena strižna nosilnost pilotov po plašču in na osnovi tega določena minimalna dolžina pilotov, ki zagotavlja stabilnost objekta. Dodatno je bil izveden tudi horizontalni obremenilni test na istem pilotu, na osnovi katerega je bila ugotovljena tudi nosilnost pilotov v horizontalni smeri. Naslednji primer prikazuje načrtovanje, izvedbo in aplikacijo senzorjev za kontinuirno spremljanje širine razpok. Prikazan je tudi primer meritev sil v verigah zapornice jezua za HE Doblar na Soči, kjer so bile na osnovi meritev specifičnih deformacij na členih verige in analizi izmerjenih vrednosti ugotovljene pomanjkljivosti pri sanacijskih postopkih. Meritve specifičnih deformacij s pomočjo senzorjev vgrajenih v sveži beton so bile uporabljene tudi v primeru analize napetosti v prednapeti plošči novega potniškega terminala na zagrebškem letališču. Včasih je potrebno narediti meritve, za katere ni na voljo komercialno dosegljive opreme in je takšne merilne priprave potrebno izdelati oziroma jih prilagoditi tako, da je izvedba meritev mogoča. Primer takšne improvizacije je zasnova in izdelava naprave za izvedbo izvlečnih testov kemičnih sider iz betona na avtocestnih viaduktih in nadvozih, da bi preverili, ali je njihova nosilnost dovolj velika. Zahtevana kapaciteta takšne naprave je bila 300 kN sile, ki jo je bilo potrebno doseči z napravo, ki je prenosna in ne tehta več kot 30 kg, da bi teste lahko izvajali na avtocestnih premostitvenih objektih na da bi bilo za to potrebno zapirati promet. Prikazan bo tudi popolnoma nedestruktivni test s katerim so bile ugotovljene velikosti sil v eksternih

¹ Univerza v Mariboru, FGPA

prednapetih kabliah obstoječega mostu. Nazadnje pa bo prikazana še analiza vibracij zapornic na jezu HC Krško pri režimu odpiranja zapornic, ki se razlikuje od ustaljenega protokola. V okviru evropskega projekta WoodWisdom so potekala tudi testiranja v laboratoriju, kjer so bile na steklenih panelih in lesenih okvirjih merjene specifične deformacije na več merilnih mestih in v različnih smereh. Vzporedno pa je bila narejena tudi analiza z metodo končnih elementov. Izmerjene in računske vrednosti pa so bile primerljive.

Tretji sklop primerov obravnava aplikacije na drugih področjih. Sem sodi primer testiranja pogonskih osi tramvaja v Potsdamu v Nemčiji, primer zasnove, izvedbe in analize meritev obremenitev podvozja lokomotive, s katero se je dve leti izvajalo testiranje geometrije tirov na železniških progah v Avstriji, ki so bile nadgrajene za višje potovalne hitrosti vlakov, določanje šibkih mest na šasiji prototipa letališkega avtobusa, priprava merilnih mest na krilih ultralahkega latala ter priprava merilnih mest za merjenje torzijskega momenta na gredeh mešalnih naprav za potrebe farmacevtske industrije.

Na osnovi prikazanih primerov lahko ugotovimo, da so elektronske in optične meritve specifičnih deformacij, pomikov, sil in drugih količin lahko izredno koristne pri ugotavljanju obnašanja konstrukcij, pri preverjanju zanesljivosti računskih modelov, pri pridobivanju podatkov o trenutnem stanju konstrukcij za potrebe načrtovanja sanacijskih del in še za mnoge druge namene. V industriji se tega vedno bolj zavedajo, zato je povpraševanje po takšnih projektih vedno večje.



Nepredvideni porušitveni mehanizmi: forenzična analiza puščanja cevovoda primarnega reaktorskega hladila

Miroslav Halilović¹

Predavanje se osredotoča na analizo kompleksnega primera nastanka in napredovanja razpoke na cevovodnem sistemu Nuklearne elektrarne Krško, ki je bil obravnavan v okviru iskanja temeljnega vzroka za puščanje primarnega reaktorskega hladila, ki se je zgodil oktobra 2023. Identificiran je bil porušitveni mehanizem, ki v fazi projektiranja ni bil predviden, saj presega domet standardnih inženirskih presoj in metod, ki temeljijo na linearno-elastičnih predpostavkah.

Jedro problema se je izkazalo za globoko povezano z nelinearnim plastičnim odzivom materiala, lokaliziranimi deformacijami in interakcijo med preobremenitvijo in geometrijsko konfiguracijo. Le z uporabo konceptov iz teorije plastičnosti ter analitičnih in numeričnih orodij, značilnih za raziskovalno delo v mehaniki, je bilo mogoče rekonstruirati verjeten potek degradacije, ki je vodil v končno odpoved.

Primer ilustrira pomen forenzične mehanike kot raziskovalnega pristopa in odpira vprašanja o mejah veljavnosti tradicionalnih inženirskih kriterijev v varnostno-kritičnih sistemih. Poudarek bo na metodoloških izzivih in priložnostih za nadgradnjo projektantskih praks v luči sodobnega razumevanja materialnega obnašanja.

¹ Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

Numerična analiza toka v laminarizatorju plinskega gorilnika

Maj Tibaut¹, Marc Jäger^{1,2}, Matej Zdravec¹, Matjaž Hriberšek¹

¹ Univerza v Mriboru, Fakulteta za Strojništ, Smetanova 17, Maribor, Slovenija

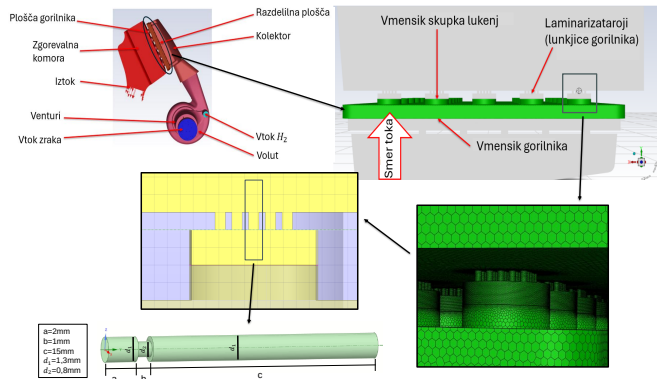
² Research and Development Centre, Max Weishaupt SE, 88475 Schwendi, Germany

Uvod

Plinski gorilniki so ključni sestavni deli ogrevalnih sistemov, kjer pomembno vplivajo na učinkovitost izgorovanja in emisije škodljivih snovi. Namen tega dela je raziskati pretočne karakteristike v laminarizatorjih plinskega gorilnika Weishaupt in ugotoviti ali se turbulentni tok znotraj le-teh ponovno laminarizira. Podrobno smo analizirali pretok skozi luknjice gorilnika ter vpliv izbire medija in turbulentnega modela na hitrostni profil v pomanjšani geometriji. Osredotočili smo se na eno luknjico s trdno steno iz odseka geometrije vzpenjajočega se toka celotnega sklopa plinskega gorilnika.

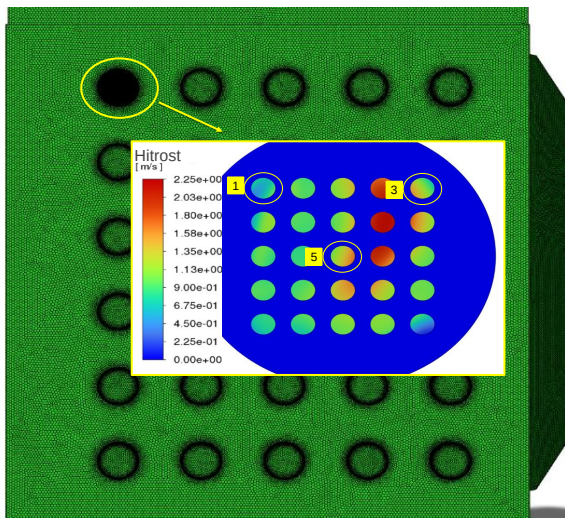
Metode

Za izvedbo numerične analize je bila uporabljena metoda računske dinamike tekočin (CFD) v programskem okolju ANSYS Fluent 2024 R1. Celotna geometrija gorilnika je bila reducirana na manjšo reprezentativno domeno z namenom skrajšanja računskega časa (slika 1).



Slika 1: Geometrijski model celotnega gorilnika (zgoraj) in reducirana obravnavana geometrija (spodaj).

Robni pogoji na vtoku so bili določeni z interpolacijo hitrosti, turbulentne kinetične energije in specifične disipacije iz računskega modela celotnega gorilnika.



Slika 2: različne lokacije uporabljene za prenos robnih pogojev iz celotnega modela gorilnika.

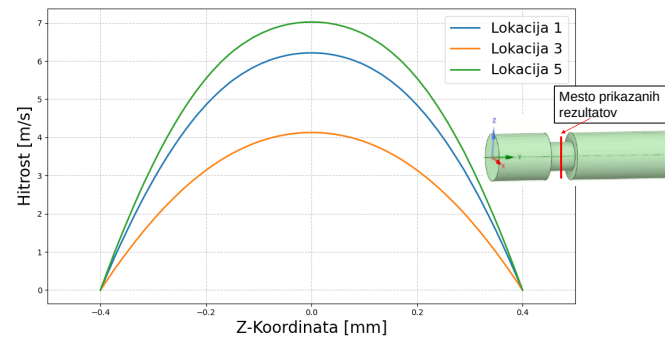
Za primerjavo rezultatov smo analizirali pretok z zrakom in vodikom ter preizkusili različne formulacije viskoznosti, konkretno laminarni in generalizirani k- ω (GEKO) turbulentni model.

Literatura

- [1] J. Tibaut et al., „Fluid flow simulation with an H₂-accelerated Boundary-Domain Integral Method“, Engineering Analysis with Boundary Elements, vol.169, part 8, 2024
[2] M. Jäger, M. Hriberšek et al., „The numerical analysis of flame stability in case of premixed hydrogen-air combustion“, Applied Thermal Engineering, vol. 273, 2025

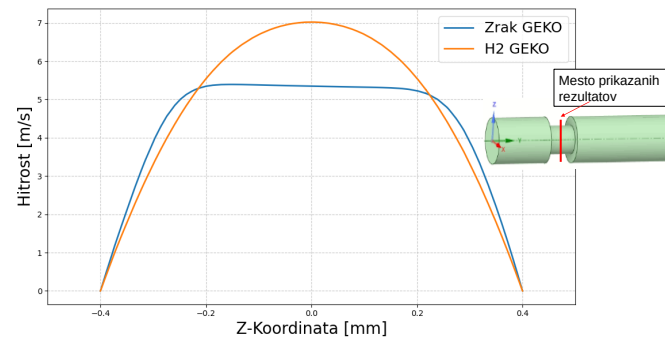
Rezultati

Rezultati simulacij prikazujejo primerjave hitrostnih profilov na sredini laminarizatorja pomanjšane geometrije. Prikazani grafi se nanašajo na lokacijo 5 (slika 2). Opazno je, da so hitrostni profili močno odvisni od lokacije laminarizatorja, katerega robni pogoji je bil uporabljen. Ugotovljena je nehomogenost tokovnega polja pred vstopom v posamezni laminarizator, kar povzroči do 40% razliko med njihovimi hitrostnimi profili.



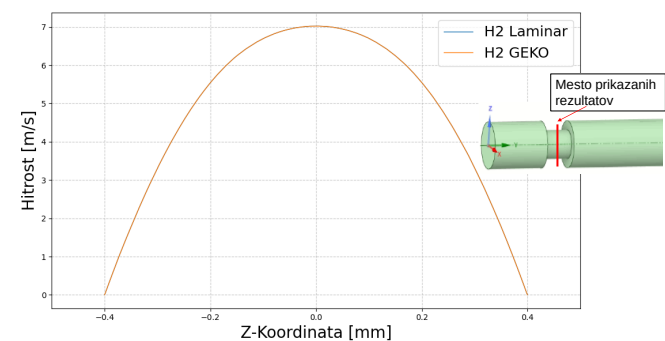
Slika 3: Primerjava hitrostnih profilov različnih lokacij laminarizatorjev.

Primerjava med zrakom in vodikom kaže višje hitrosti laminarizacije v primeru vodika, zaradi njegovih snovskih lastnosti. Ima približno 2-krat manjšo dinamično viskoznost in skoraj 15-krat manjšo gostoto kot zrak.



Slika 4: Primerjava hitrostnih profilov različnih medijev (zrak, vodik).

Primerjava med laminarnim in GEKO viskoznim modelom pa kaže popolno sovpadanje rezultatov, kar pomeni, da izbira turbulentnega modela v tem primeru ni vplivala na rezultate.



Slika 5: Primerjava hitrostnih profilov pri različnih viskoznih modelih (Laminar, GEKO)

Zaključek

Izvedene simulacije potrjujejo, da izbira lokacije laminarizatorja pomembno vpliva na porazdelitev hitrosti v gorilniku, predvsem zaradi intenzivne 3D narave toka na vstopu izbranih domen. Izbira medija ima prav tako ključen vpliv, medtem ko je vpliv izbire med laminarnim in GEKO turbulentnim modelom zanemarljiv. Pridobljeni rezultati predstavljajo dobro osnovo za nadaljnjo optimizacijo geometrije in delovanja gorilnika.